

不漏 arXiv: 2026 年 1 月 29 日¹²³

今日 AG 数量: 34
今日 RT & QA 数量: 39

0 精选

0.1 AG

2601.20187v1, [Weil conjectures and affine hypersurfaces](#), Dingxin Zhang

2601.20778v1, [Cubic fourfolds containing highly singular hyperplane sections](#), Lisa Marquand, Sasha Viktorova

2601.20804v1, [Motivic and cohomological stabilisation of the Quot scheme of points](#), Michele Graffeo, Sergej Monavari, Riccardo Moschetti 等

0.2 RT & QA

2601.20635v1, [An inductive Ext non-vanishing theorem for the \$p\$ -adic general linear group](#), Kei Yuen Chan, Mohammed Saad Qadri

2601.20111v1, [Monoidal categorification from alternating snakes](#), Matheus Brito, Vyjayanthi Chari

1 AG

2601.20179v1, [Asymptotic Betti bounds for hypersurfaces in a singular variety](#), Xuanyu Pan, Dingxin Zhang, Xiping Zhang

如题. 设 k 是代数闭域, ℓ 是与 $\text{char}(k)$ 互素的素数, $X \subseteq \mathbb{P}^N$ 是 k 上的代数簇, $Y \subseteq X$ 是一个 d 次超曲面与 X 的交. 本文给出了 étale Betti 数

$$B(Y, \mathbf{F}_\ell) = \sum_i \dim H_{\text{ét}}^i(Y, \mathbf{F}_\ell)$$

的上界. 对于 $X = \mathbb{P}^N$ 的情形, 前人给出过渐进最优的上界

$$B(Y, \mathbf{F}_\ell) \leq d^N + Cd^{N-1}, \quad C = C(N).$$

¹感谢 arXiv 提供的服务.

²今天的整理者是 Brkhu

³由于 arXiv api 的局限性, 实际上获取的是 arXiv api 给出的最近三天 submit 的所有论文, 和 recent 页面可能有一定的差异. 三个 category 中没有进行去重, 顺序也可能存在一定问题, 麻烦整理者自行增删.

本文证明了：

定理 1. 假设 $X \subseteq \mathbb{P}^N$ 是 n 维的，那么存在常数 C 使得对任意 d 和任意 d 次超曲面 $Y \subseteq X$ ，都有

$$B(Y, \mathbf{F}_\ell) \leq 3 \deg(X) \cdot d^n + C d^{n-1}.$$

若 X 不可约且至多有局部完全交 (*local complete intersection*) 奇点，那么还可以改进为

$$B(Y, \mathbf{F}_\ell) \leq \deg(X) \cdot d^n + C d^{n-1}.$$

[2601.20187v1, Weil conjectures and affine hypersurfaces](#), Dingxin Zhang

Abstract. We give yet another proof of the Riemann hypothesis for smooth projective varieties over a finite field, by reducing to the case of a hypersurface [Kat15] via deformation. The main tool is Artin's vanishing theorem together with a few basic facts about perverse sheaves.

...

Acknowledgments. This proof arose from teaching a course on the Weil conjectures in Fall 2025. At first, I planned to cover Scholl's reduction, but I noticed that the perverse degeneration lemma 2.6 could be used to give an arguably less technical proof. The other key input, i.e., Artin's vanishing theorem, was needed in [Del74; Sch11] anyway. I am grateful to the students in my class for their questions and feedback.

有点意思

八页的小文章，说不定讨论班一节课就能给他们 cover 了

[2601.20289v1, On the Orlov conjecture for hyper-Kähler varieties via hyperholomorphic bundles](#), Davesh Maulik, Junliang Shen, Qizheng Yin

好多 $K3$ 和 $K3^{[n]}$, 看不懂/kk

[2601.20460v1, On the triviality of direct image of vector bundles](#), Indranil Biswas, Jagadish Pine

文章考虑了如下的问题：对于光滑射影代数簇 X, Y 和有限态射 $\pi: X \rightarrow Y$ ，什么时候存在 X 上的向量丛 E ，满足 $\pi_* E$ 是平凡丛？

定理 2. 当 π 是 *ramified abelian Galois* 覆盖时，存在这样的向量丛当且仅当 *branch divisor* $B_i \in H^0(Y, M_i^{\otimes d_i})$ 都在下面映射的像中：

$$H^0(Y, M_i)^{\otimes d_i} \rightarrow H^0(Y, M_i^{\otimes d_i}),$$

对所有 i 成立。

也许思考循环的 Galois 覆盖 $z \mapsto z^n$ 会有帮助？

[2601.20593v1, \$\mathbb{A}^1\$ -connected components of affine quadrics](#), Chetan Balwe, Nidhi Gupta
叽里咕噜说什么呢/kk

[2601.20621v1](#), **Saturation of algebraic surfaces**, Agnieszka Bodzenta, Tomasz Pełka, Dario Weißmann

如果一个开映射 $X \hookrightarrow Y$ 的补集是 0 维的, 那么我们称这样的嵌入为 *big open embedding*. 若从一个曲面 X 出发的任何 big open embedding $X \hookrightarrow Y$ 都是等同于恒等映射, 那么我们称 X 是 *saturated* 的. 对于曲面 X , 从它到一个 saturated 曲面的最小映射 $X \rightarrow X_{\text{sat}}$ 称为 X 的 saturation. 文章得到了一些神秘结果.

[2601.20673v1](#), **Structures in topological recursion relations**, Felix Janda, Xin Wang

对 stable marked curves 的模叠 $\overline{\mathcal{M}}_{g,n}$, 我们可以同时定义 tautological ring $R^*(\overline{\mathcal{M}}_{g,n})$, 并且能显式写出加法生成元. 它们之间的一些代数关系被称为 topological recursion relations. 文章研究了这些关系的结构 (如其中的一些系数), 并给出了 Gromov-Witten 理论和 Hodge class 上的应用.

[2601.20739v1](#), **Toward the noncommutative minimal model program for Fano varieties**, Tomohiro Karube, Antonios-Alexandros Robotis, Vanja Zuliani

不懂 MMP

[2601.20778v1](#), **Cubic fourfolds containing highly singular hyperplane sections**, Lisa Marquand, Sasha Viktorova

这不是你们最喜欢的 cubic fourfolds 吗

Abstract. We construct five irreducible divisors in the moduli space of complex cubic fourfolds parametrising smooth cubic fourfolds that contain highly singular hyperplane sections. We prove that each is not a Noether-Lefschetz (or Hassett) divisor utilising the computational method developed by Addington–Auel.

[2601.20804v1](#), **Motivic and cohomological stabilisation of the Quot scheme of points**, Michele Graffeo, Sergej Monavari, Riccardo Moschetti 等

怎么你也来 tautological ring

Introduction 写的不错: 我们知道 Grassmannian $\text{Gr}(d, n)$ 的上同调环由 tautological bundle 的 Chern classes 生成, 当 $n \rightarrow \infty$ 时这些关系的 degree 也会趋于无穷, 所以

$$H^*(\text{Gr}(d, \infty)) = \varprojlim H^*(\text{Gr}(d, n)) \cong \mathbb{Z}[c_1, \dots, c_d],$$

每个 c_i 的 degree 为 $2i$. Mumford 则考虑了 genus g 曲线的模空间 \mathcal{M}_g , 他定义了一些特殊的上同调类 (kappa classes) $\kappa_i \in H^{2i}(\mathcal{M}_g, \mathbb{Q})$ 作为 Chern classes 的类似物, 并定义了 tautological ring $R^*(\mathcal{M}_g)$ 为这些 kappa classes 生成的子环. Mumford 猜测当 $g \rightarrow \infty$ 时, 这些关系的 degree 也会趋于无穷, 所以

$$\varprojlim_g R^*(\mathcal{M}_g) \cong \varprojlim_g H^*(\mathcal{M}_g, \mathbb{Q}) \cong \mathbb{Q}[\kappa_1, \kappa_2, \dots].$$

这类现象被称作上同调稳定性 (*stabilisation of cohomology*). 本文考虑了 Quot scheme $\text{Quot}^d(\mathcal{O}_{\mathbb{A}^n}^{\oplus r})$ 以及 $n \rightarrow \infty$ 的情形, 具体结果看不太懂, 大概是证明了一些 Poincaré series 的稳定性, 反正是为类似的问题提供了一些证据.

2601.20418v1, Sufficiently Regularized Nonnegative Quartic Polynomials are Sum-of-Squares, Wenqi Zhu, Coralia Cartis

主分类 Optimization and Control

如题, 实代数几何 / Hilbert 第 17 问题相关. 不是很关心

2601.20744v1, Geometric purity and the frame of smashing ideals, Juan Omar Gómez, Maurcio Medina-Barcenas, Greg Stevenson 等

主分类 Representation Theory, 在那边说吧

2601.20824v1, On the pointwise convergence of the number of abelian varieties over \mathbb{F}_p with fixed trace, Zhao Yu Ma, Jit Wu Yap, Jeff Achter 等

主分类 Number Theory. 巨大公式, 害怕. 我要放出来让你们也害怕一下:

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \sum_{t \in \mathbb{Z}} \left| \frac{\#\mathcal{A}_g(\mathbb{F}_p, t)}{\#\mathcal{A}_g(\mathbb{F}_p)} - \frac{1}{\sqrt{p}} \text{ST}_g(t/\sqrt{p}) \prod_{l \text{ prime}} v_l(t) \right| = 0.$$

2 RT & QA

2601.20344v1, On the degenerate principal series of $G_{2(2)}$ induced from a Heisenberg parabolic subgroup, Jan Frahm, Robin van Haastrecht, Clemens Weiske 等

搞实 Lie 群的. $G_{2(2)}$ 是 G_2 -type 的 split 实 Lie 群. 此时它有共轭意义下唯一的抛物子群 P 满足它的 unipotent radical N 是 5 维的 Heisenberg 群. P 有 Langlands 分解 $P = MAN$, 其中 M 有两个连通分支, A 是 Abel 群. 于是我们可以考虑诱导表示

$$\pi_{\varepsilon,s} = \text{Ind}_P^{G_{2(2)}}(\text{sgn}^\varepsilon \otimes \chi_s \otimes 1), \quad \varepsilon \in \{0, 1\}, s \in \mathbb{C},$$

文章证明了:

定理 3. 在合理的参数化选取下, 表示 $\pi_{\varepsilon,s}$ 可约当且仅当

- $\varepsilon = 0, s \in \mathbb{Z} \cup (2 + \frac{2}{3}\mathbb{N}) \cup (1 - \frac{2}{3}\mathbb{N})$;
- $\varepsilon = 1, s \in \mathbb{Z} + 1 \cup (\frac{7}{3} + \frac{2}{3}\mathbb{N}) \cup (\frac{2}{3} - \frac{2}{3}\mathbb{N})$.

对于 $s \in \mathbb{R}$, 表示 $\pi_{\varepsilon,s}$ 不可约且可以酉化当且仅当 $s \in (1, 2)$.

也没看出 degenerate principal series 在哪, 后面貌似还有些四元数.

2601.20384v1, The Orbit Method and Character Formulas for Tempered representations of a Nonconnected Reductive Real Algebraic Group, Jean-Yves Ducloux

第一次见到用人称 I 的, 有点奇怪. 好像是老文章的翻译? 又是实 Lie 群

2601.20635v1, An inductive Ext non-vanishing theorem for the p -adic general linear group, Kei Yuen Chan, Mohammed Saad Qadri

与熟知的不同, p -adic 群的光滑表示范畴不是半单的, 因此 Ext 的研究变得很重要. Parabolic induction 是构造新表示的重要方法, 但它与 Ext 之间的关系并不干净, 如 GL_2 表示的非平凡扩张

$$0 \rightarrow 1_2 \rightarrow \nu^{-1/2} \times \nu^{1/2} \rightarrow \text{St}_2 \rightarrow 0,$$

做 parabolic induction 到 GL_3 上, 就得到了

$$0 \rightarrow 1_2 \times \nu^{-1/2} \rightarrow \nu^{-1/2} \times \nu^{1/2} \times \nu^{-1/2} \rightarrow \text{St}_2 \times \nu^{-1/2} \rightarrow 0,$$

而它是平凡 (分裂) 的.

文章证明了:

定理 4. 在某些特定条件下, *parabolic induction* 是单射: $\text{Ext}_{GL_m(F)}^i(\tau_1, \tau_2) \hookrightarrow \text{Ext}_{GL_{m+n}(F)}^i(\omega \times \tau_1, \omega \times \tau_2)$.

通过一些 homological branching law, 文章还得到了 $GL_n(F)$ 的一些 Ext 非零结果.

会有什么几何观点吗?

[2601.20744v1, Geometric purity and the frame of smashing ideals](#), Juan Omar Gómez, Mauricio Medina-Barcenas, Greg Stevenson 等

好像是非常高端的同调代数

By gemini:

问题背景: 为什么要关心“几何纯粹性”?

- **背景 - tt-几何 (Tensor Triangular Geometry):** Paul Balmer 引入了“Balmer 谱”的概念, 将一个张量三角范畴 (如概型的导出范畴、群表示的稳定模范畴) 的“素理想”几何化。这为理解范畴的结构提供了强有力的几何直观。
- **核心问题 - Smashing Ideals:** 人们希望分类一类特殊的定位函子 (Smashing localizations), 即那些保持紧对象 (Compact objects) 的定位。在刚性紧生成 (Rigidly-compactly generated) 的 tt-范畴中, 这些 Smashing ideals 构成一个 Frame (格结构)。
- **争议与困难:** 一个核心猜想是: 这个 Smashing ideals 的 Frame 是否总是 **Spatial** 的? (即, 它是否同构于某个拓扑空间的开集格?)

之前试图利用 **Ziegler 谱** (来自模型论和无限维表示论的工具, 用于分类纯内射对象) 来解决这个问题, 但后来发现 Ziegler 谱包含的点“太多了”, 导致之前的方法有反例。

- **本文动机:** 作者引入**几何纯粹性 (Geometric Purity)**, 试图定义一个“几何版”的 Ziegler 谱, 剔除掉那些“多余的”点, 从而修复上述通过拓扑空间刻画 Smashing ideals 的方法。

主要成果

- **定义几何纯粹性 (g -purity):**
 - 传统的纯粹性 (Purity) 是基于紧对象的模范畴定义的。

- 几何纯粹性: 一个正合三角被称为是 g -pure 的, 如果它在 Balmer 谱的每一个点 \mathcal{P} 处的 tt-茎 (tt-stalk) $\mathcal{T}_{\mathcal{P}}$ 上都是纯的。这利用了范畴的张量结构。
 - 证明了 g -purity 严格强于普通的 purity。
- 分类几何纯内射对象 (Theorem 1.3):
 - 证明了不可分解的 g -纯内射对象 (geometrically pure-injective objects) 都可以通过从某个 tt-stalk $\mathcal{T}_{\mathcal{P}}$ 中的纯内射对象前推 (pushforward) 得到。
- 主要应用 (Theorem 1.7):
 - 利用 g -pure-injectives 构成的拓扑空间 (Geometric Ziegler Spectrum), 证明了在一定条件下, Smashing ideals 的 Frame 确实是 Spatial 的。这修复了之前文献中关于这一问题的处理路径。
- 具体案例:
 - 详细分析了 \mathbb{P}^1 的导出范畴 $D(\mathbb{P}^1)$ (即 Kronecker quiver 的路代数的导出范畴) 中的几何纯内射对象。

[2601.20012v1, F-symbols and R-symbols for the Drinfeld center of the Haagerup sub-factor](#), Fabian Mäurer, Ulrich Thiel, Gert Vercleyen

[2601.20111v1, Monoidal categorification from alternating snakes](#), Matheus Brito, Vyjayanthi Chari

这两篇主分类都是 Quantum Algebra, 等下一起说

[2601.20012v1, F-symbols and R-symbols for the Drinfeld center of the Haagerup sub-factor](#), Fabian Mäurer, Ulrich Thiel, Gert Vercleyen

看起来是一些计算工具相关

[2601.20111v1, Monoidal categorification from alternating snakes](#), Matheus Brito, Vyjayanthi Chari

2010 年, David Hernandez and Bernard Leclerc 通过 $U_q(L\mathfrak{g})$ 的有限维表示范畴的某个子范畴, 实现了 A, D -type cluster algebra 的 monoidal categorification; 后来在 2018 年, Seok-Jin Kang, Masaki Kashiwara, Myungho Kim 和 Se-jin Oh 完成了一般的情况, 并顺便推广到了 quantum cluster algebras.

除此之外, Mukhin 和 Young 引入了 (alternating) snake modules, 它们是 quantum affine A_n 的一类模. 作者在文中证明了:

定理 5. 对于一条 prime alternating snake s ,

- (i) 某个范畴 $\mathcal{C}_n(s)$ 是么半范畴.
- (ii) 其中有显式的素元.
- (iii) 其中的不可约元可以唯一分解为素元的张量积.

(iv) 如果 \mathbf{s} 满足一些条件, 那么 $K_0(\mathcal{C}_n(\mathbf{s}))$ 是某个 A_N -type cluster algebra 的范畴化.

某种意义上, 这可以视为 Hernandez-Leclerc 的平行结果.

[2601.20562v1, Drinfeld Isomorphism for Novel Quantum Affine Algebra of Type \$A_1^{\(1\)}\$](#) ,

Rushu Zhuang, Ge Feng, Naihong Hu

研究了一类非标准的 quantum affine algebra (被称为 novel quantum affine algebra) 的 Drinfeld 等价, 即两种展示之间的同构. 零人关心

[2601.19765v1, Spectral Codes: A Geometric Formalism for Quantum Error Correction](#),

Satoshi Kanno, Yoshi-aki Shimada

主分类 Quantum Physics, cross-list 到 High-Energy Physics - Theory, Mathematical Physics, Quantum Algebra. 神秘

Abstract. We present a new geometric perspective on quantum error correction based on spectral triples in noncommutative geometry. ...

[2601.20249v1, Gorenstein homological invariants and monoidal model categories of Hopf algebras](#), Wei Ren, Ruipeng Zhu

主分类 Rings and Algebras

看起来研究了有 bijective antipode 的 Hopf algebra H 的模范畴的一些 Gorenstein homological properties, 并且构造了一些 monoidal model structure. 应该没人用到我就不读了

[2601.20715v1, On the functoriality of Khovanov homology](#), Dorra Hamza

主分类 Geometric Topology. 如题.