1 test 2

例题 1.1

判断题: 若 X 与 Y 的基本群同构, 则 X 与 Y 的 1 维整系数同调群同构

答案: 正确

例题 1.2

判断题:n 维球面 S^n 上存在处处非零的 (nowhere vanishing) 向量场, 当且仅当 n 是奇数

答案: 正确

例题 1.3

判断题: 任意拓扑空间的任意维数的整系数同调群都是交换群

答案: 正确

例题 1.4

判断题: 可定向的 n 维流形的任意开子流形都可定向

答案: 正确

例题 1.5

判断题:n 维实射影空间 RP^n 是 n 维胞腔复形, 从 0 到 n 的每一维数 k 都有一个 k 维胞腔.n 维复射影空间 CP^n 是 2n 维胞腔复形, 从 0 到 2n 的每一偶维数 2k 都有一个 2k 维胞腔

答案: 正确

例题 1.6

设 $Z = D^n \cup_f Y$ 是从 Hausdorff 空间 Y 通过粘贴映射 f 粘贴一个 n 维胞腔得到的附贴空间 (adjunction space), 则下列说法错误的是

A $\tilde{H}_q(Z) \cong \tilde{H}_q(Y)ifq \neq n, q \neq n-1$

B $\tilde{H}_q(Z) \cong \tilde{H}_q(Y)$for any $q \geq 0$

C $0 \to \tilde{H}_n(Y) \to \tilde{H}_n(Z) \to kerH_{n-1}(f) \to 0$is a short exact sequence

D $\tilde{H}_{n-1}(Z) \cong \tilde{H}_{n-1}(Y)/imH_{n-1}(f)$

答案:B

例题 1.7

关于拓扑空间的同调模, 下列说法错误的是

A 同调模是同胚不变量

B 如果拓扑空间 X 与 Y 的同调模同构, 则 X 与 Y 同胚

C 若 A 是拓扑空间 X 的形变收缩核, 则 A 的同调模与 X 的同调模同构

D 同调模是同伦不变量

答案: B

例题 1.8

如果 A 是道路连通空间 X 的形变收缩核, 则下列说法错误的是:

A A 的同调模与 X 的同调模不同构

B A 与 X 同伦等价

C (X,A) 的相对同调模等于 0

D A 的基本群与 X 的基本群同构

答案: A

例题 1.9

下列说法错误的是:

A 任意有限胞腔复形的胞腔结构 (即粘贴方式) 是唯一的

B 环面 $T = S^1 \times S^1$ 可通过在 2 圆束 (2 叶玫瑰线) 上粘贴一个 2 维胞腔得到

C 通过常值映射, 在一个点上粘贴一个 n 维胞腔后所得附贴空间同胚于 n 维球面 S^n

D 通过恒等映射在 n 维球面上粘贴一个 n+1 维胞腔得到的空间同胚于 n+1 维闭圆盘 D^{n+1}

答案: A

例题 1.10

下列说法错误的是:

A $1_X : X \to X$ 是 X 上的恒等映射, 则 $H_q(1_X) = 1_{H_q(X)} : H_q(X) \to H_q(X)$

B $f \simeq g : X \to Y \Rightarrow H_q(g) = H_q(f) : H_q(X) \to H_q(Y)$

C $f : X \to Y$ 是同伦等价映射, 则 $H_q(f) : H_q(X) \to H_q(Y)$ 是同构

D $f : X \to Y, g : Y \to Z$. 但 $H_q(gf) \neq H_q(g)H_q(f) : H_q(X) \to H_q(Z)$

答案: D

例题 1.11

如果 $0 \to A \to B \to 0$ 是正合序列, 则下列说法正确的是

A 必有 $B = 0$

B A 与 B 同构

C 必有 $A = 0, B = 0$

D 必有 $A = 0$

答案: B

例题 1.12

下列说法错误的是:

A 闭道路一定是 1 维闭链

B 常值道路一定是 1 维边缘链

C 常值道路一定是 1 维闭链 (1-cycle)

D 道路一定是 1 维闭链

答案:D

例题 1.13

空间偶的包含映射 $(X-U, A-U) \to (X, A)$ 是切除, 是指该包含映射所诱导的同调模同态是同构, 设 $U \subset A \subset X$, 关于切除同构, 下列说法错误的是:

A 若 U 的闭包包含于 A 的内部, 则 $(X-U, A-U) \to (X, A)$ 是切除

B 若 A, B 是 X 的两个开子集, 且 X 等于 A 与 B 的并集, 则 $(B, B \cap A) \to (X, A)$ 是切除

C 若 U 是闭集,A 是开集, 则 $(X-U, A-U) \to (X, A)$ 是切除

D 对于任何的子集 U, 都满足 $(X-U, A-U) \to (X, A)$ 是切除

答案: D

例题 1.14

广义同调论不需要满足下列哪个公理:

A 切除公理

B 同伦公理

C 维数公理

D 正合公理

答案: C

例题 1.15

如果拓扑空间 X 的 0 维约减同调模是 0(即是平凡模), 则 X 是

A Hausdorff 空间

B 连通空间

C 紧致空间

D 道路连通空间

答案: D

例题 1.16

下列说法错误的是

A 若 Z 是在 Hausdorff 空间 Y 粘贴一个 n 维胞腔所得空间, 则 (Z, Y) 与 (D^n, S^{n-1}) 的任意维数的相对同调模都同构

B 设 M 是带边流形,∂M 是 M 的边界, 则 $(M, \partial M)$ 是带领空间偶

C I^2 表示含有内部的正方形,∂I^2 是其边界正方形 (不含有内部). 则 $(I^2, \partial I^2)$ 不是带领空间偶.

D (D^n, S^{n-1}) 是带领空间偶 (collared pair)

答案: C

例题 1.17

下列说法错误的是:

A 3 维欧式空间的凸多面体 (同胚于 S^2) 的欧拉示性数为 2

B n 维复射影空间 CP^n 的欧拉示性数为 n

C n 维欧式空间 R^n 的欧拉示性数是 1

D 环面 $S^1 \times S^1$ 的欧拉示性数是 0

答案: B

例题 1.18

下列空间的欧拉示性数都有定义, 则下列说法错误的是:

A $A \subset X$,then$\chi(X, A) = \chi(X) - \chi(A)$

B Betti 数和 Euler 示性数不一定是同伦不变量

C 设球状复形 X 有两个 0 维胞腔, 四个 3 维胞腔, 五个 4 维胞腔. 则 X 的欧拉示性数是 3

D X and Y are spherical complexes, the Euler characteristic $\chi(X \times Y) = \chi(X) \cdot \chi(Y)$

答案: B

例题 1.19

设拓扑空间 X 有 n 个道路连通分支, 则 X 的以 R 为系数环的 0 维同调模是

A 0

B R

C (n-1) 个 R 作直和

D n 个 R 作直和

答案: D

例题 1.20

填空题: 任意偶数维球面的欧拉示性数是 (2), 任意奇数维球面的欧拉示性数是 (0)