

投稿類別：物理類

篇名：

航向漸遠蒼穹—宇宙膨脹與暴脹理論

作者：

陳雙雙。台北市立第一女子高級中學。高一數班

指導老師：

張清俊老師

壹、前言

一、研究動機

仰望璀璨夜空，漫想宇宙無盡奧秘，無數疑問冒了出來，我們知道宇宙在膨脹，點點繁星都將愈來愈遠，那麼，月亮也會離我們而去嗎？是什麼力量推動宇宙膨脹？膨脹是永恆的嗎？而既然宇宙在膨脹，如果將時間倒流回去，宇宙應該有個起點吧？因著好奇心的驅使和對宇宙學的嚮往與熱情，我查閱了許多相關書籍，卻又萌生更多疑惑，科普書中常出現的「暴脹理論」又是什麼？為何它總是與大霹靂相提並論？「暴脹」也可以算是宇宙膨脹的一部分吧？它們又有什麼不同？在科學史的時間軸上，宇宙膨脹、大霹靂、暴脹，似乎存在一種順序性，而內容、意義上，是否也有此連續、承接的關係？因此我決定深入研究這些主題，希望能一窺其中的奧秘，並對宇宙的過去、現在與未來有更深刻的認識。

二、研究目的

（一）深入了解宇宙膨脹，包括宇宙膨脹的意義、發現宇宙膨脹的背景、膨脹速率、導致膨脹的原因以及膨脹的方式等。

（二）認識大霹靂理論，並分析宇宙膨脹與大霹靂、大霹靂與暴脹的承接關係。

（三）深入了解暴脹理論，包括提出暴脹的動機、暴脹能解釋的宇宙現象、暴脹的證據、暴脹的各種版本、暴脹理論的價值與地位等。

（四）比較宇宙膨脹與暴脹的異同，並探討它們之間的關係。

三、研究方法

利用文獻研究法，閱讀宇宙學相關的期刊雜誌、書籍，再以網路資料為輔，加以統整分析後寫成小論文。

貳、正文

一、宇宙膨脹

（一）哈伯定律

觀察接近的星系若發現其所發出的光波長較預期的短，代表星系正在接近；波長較長，代表遠離。「波長變短」若以可見光來說的話，就是顏色偏藍，稱為藍移；相反地，「波長變長」意味顏色偏紅。這樣的現象就是光的都卜勒效應(Doppler Effect)（高嶋秀行，2016）。1929年，美國天文學家哈伯(Edwin Hubble)藉由觀測各星系的原子譜線相對於靜止光源的放射譜線偏移，來計算星系移動的速度，發現除了附近星系（如仙女座大星系）之外，大部份星系皆發生紅移，且令人吃驚的是一——距離我們越遠的星系，遠離我們的速率越快。星系的遠離速率和與地球（銀河系）的距離成正比，此稱為哈伯定律(Hubble's law)。但要如何解釋哈伯所觀測到的現象呢？在宇宙學中我們相信宇宙應該是均勻且各方向性質皆相同的，換句話說並不只是遠方星系在遠離我們，而是所有星系皆在互相遠離，這似乎暗示著「嵌」在宇宙空間裡的各星系正在因宇宙的膨脹而互相遠離。

在宇宙學研究中，哈伯定律成為宇宙膨脹理論的基礎，以方程式表示為 $v = H_0 D$ 。其中 v 是由紅移現象測得的遠離速率，單位為 km/s 。 H_0 是哈伯常數，2013年3月21日，普朗克衛星觀測的遠方星體哈伯常數為 $67.80 \pm 0.77 \text{ km/s.Mpc}$ 。 D 是遠方天體相對於觀測者的距離，以百萬秒差距(Mpc)作單位（維基百科，2017）。其中值得注意的是，對於非常遙遠的天體，遠離速度 v 可能大於光速，但這並不違反狹義相對論，因為物理法則所禁止的是超越光速傳遞訊息，但若宇宙膨脹超越光速，則無法傳遞訊息。

哈伯常數的倒數可以計算出星系以現在的速度 v 移動距離 D 所需的時間，他發現這種哈伯時間(Hubble time) $1/H$ 只有 20 億年，但這值比地球被認可的年齡還小。這個哈伯常數與膨脹理論的詮釋問題直到 1950 年代和 1960 年代才獲得解決——哈伯所使用的星系距離尺標太小了。雖然得到星系的精確光譜來進一步測定紅移和速度相當容易，但測定距離則較困難。我們可以量測星系的光強度，但要獲得距離必須知道他的內秉光度(intrinsic luminosity)，才能與它顯現的亮度做比較，然後使用 $1/D^2$ 衰減來得到距離。重新修正哈伯距離尺標後所得的宇宙「哈伯年齡(Hubble-age)」是 100 到 250 億年（李德曼、薛拉姆，2004）。因此哈伯定律不僅說明了星系退離速率與距離成正比，更進一步闡釋宇宙是有起源的，並非自始至終都存在。

（二）現今宇宙膨脹速率

宇宙的膨脹速率究竟有多快？根據 2013 年普朗克衛星觀測獲得的哈伯常數數據，用哈伯定律推算得知，若一星系距離地球 1000 萬光年，將以每秒約 207.8757492 公里的速率遠離地球。看似高速，其實若以星系的尺度來看，宇宙膨脹效應可以說是微乎其微的。若是在星系內部，或如太陽系內的天體，將不會受到宇宙膨脹影響而拉長距離，因為在這種距離下重力的作用遠大於宇宙膨脹的作用；原子也不會膨脹，因原子核與電子之間的靜電引力遠大於宇宙膨脹作用力(牛頓科學雜誌, 2016)。

自從 1929 年哈伯發現宇宙膨脹以來，宇宙學家一直期望能夠量測到宇宙膨脹因為星系間重力吸引造成的減速，意想不到的是，1998 年，由美國勞倫斯-柏克萊國家實驗室與加州大學柏克萊分校索羅·珀爾穆特 (Saul Perlmutter) 所領導的「超新星宇宙學計畫 (The Supernova Cosmology Project)」團隊，發現約有 50 幾個遙遠的 Ia 型超新星比應有的亮度還暗，顯示它們的距離比預期的更遠，由此推論宇宙不僅正在膨脹，而且是在加速膨脹中！珀爾穆特等人也非常吃驚，故曾再三檢測，確認無誤；此外，其他天文學家也利用微重力透鏡、SZ 效應等方式觀測後，均證明這個現象確實存在。

(三) 膨脹原因

在宇宙誕生初期，因為物質間的距離很小，重力作用大於宇宙膨脹效應，宇宙膨脹速度減緩，此時轉為減速膨脹。但觀察顯示大約在 62 億年前，又轉為加速膨脹。因此科學家推測在真空的宇宙空間中應該充滿某種斥力作用，稱為暗能量 (dark energy)。隨著發現宇宙膨脹，物質間的距離逐漸拉開，密度降低，重力減弱；另一方面，觀測發現暗能量的密度並未隨宇宙膨脹而有所改變，斥力作用維持固定。因此重力變得比斥力更小，宇宙加速膨脹直至現今。(牛頓科學雜誌, 2017)

愛因斯坦起初在 1915 年提出廣義相對論時，在方程式中加了一個「宇宙常數」項抵消重力，以得到靜態宇宙解，不過當他從哈伯那裡得知宇宙正在膨脹而非靜態，便把宇宙常數從方程式中刪掉了，並說引進宇宙常數是他一生最大的錯誤。到了二十世紀末，宇宙常數才又重現江湖，第一種解釋是「真空的能量」(林彥廷, 2012)。在量子物理中，真空並非「空無一物」，能量可以生成一對對虛粒子與其反粒子，瞬間自發出現又湮滅。不過大量短暫存在的粒子對能夠產生重力。不同的是，能量可以產生具有吸引或排斥性質的重力，這取決於壓力的正或負。根據理論，空無一物的空間能量具有負壓，因此可能是驅動宇宙加速膨脹的排斥性重力來源。另外，暗能量也可能是個遍及全宇宙的能量場，稱為「第五元素 (quintessence)」，在空間中各點抵消重力的特性。但假如暗能量是一個場，強度將無法保持固定，

會隨著時間改變，因此在不同時刻會對宇宙造成不同的影響。（黎斯、利維歐，2016）

解釋宇宙加速膨脹的第三項假說，是暗能量根本不存在，愛因斯坦的重力理論未能解釋宇宙加速膨脹的物理機制，也就是廣義相對論並不完備，可能在極大尺度下不適用。最近幾年有許多學者朝這個方向研究，希望能藉由修改廣義相對論，發展出更完整的重力理論。然而，跟這些新理論相比，廣義相對論的預測仍然更符合絕大多數的觀測結果。暗能量的源頭和本質，可說是當今物理學最大的未解之謎。

（四）膨脹方式以及宇宙的幾何形狀與結局

1922 年，俄羅斯物理學家亞歷山大·弗里德曼（Aleksandr Friedmann）發現了愛因斯坦方程式最全面和最真實的解答。他假定宇宙是動態的，並做了兩個被稱為宇宙原則的簡化假定：宇宙是各向同性的（即從給定點無論向哪個方向看都是相同的），和宇宙是均勻的（即在宇宙中無論你走到哪兒大尺度而言都是相同的）。在這樣的假定之下，方程式被解出來了，這些解只取決於三個參數：

1. H ，宇宙膨脹的速率（哈伯常數）。
2. Ω （Omega），宇宙物質的平均密度。
3. Λ （Lambda），與真空的空間有關的能量，或暗能量。

這三個常數之間的微妙關係確定了整個宇宙的演化，而宇宙的幾何形狀也與密度有關。暫且假定 Λ 等於零。如果 Ω 小於一，代表宇宙曲率為負的開放型宇宙，即宇宙中沒有足夠的物質逆轉大霹靂產生的原始膨脹（好比將石塊扔向空中，如果地球的質量不夠大，石塊最終將離開地球。）結果宇宙永遠膨脹，陷入大凍結狀態，直到溫度接近絕對零度。如果 Ω 大於一，代表宇宙曲率為正的封閉型宇宙，即宇宙物質充分，重力最終將逆轉宇宙膨脹。膨脹終將停止，然後收縮（好比扔向天空的石塊，如果地球的質量夠大，石塊最終將達到一個最大高度，然後跌回到地面。）當星系擠在一起時，溫度開始上升，最終宇宙陷入一片火海。第三種可能是 Ω 精準地等於一，宇宙密度等於臨界密度，這種宇宙是平直的，但仍將永遠膨脹。（加來道雄，2015）

二、暴脹

（一）前身：大霹靂理論

宇宙在膨脹，意味著過去的宇宙很小。早在哈伯發現宇宙膨脹的兩年之前，比利時宇宙學者喬治·勒梅特（Georges Lemaitre）就已發表論文，認為宇宙是由一粒混沌的原子膨脹而來，他稱之為「原生原子」，且懷疑宇宙的膨脹是透過一種大致類似不安定原子核輻射衰變的過程而進行。（費瑞斯，1998）

到了 1948 年，美籍俄裔物理學家喬治·伽莫夫（George Gamow）等人提出大霹靂理論（Big Bang Theory），認為宇宙的起點是一次難以想像的巨大爆發，這次爆發創造了宇宙中的萬事萬物，起初宇宙處於高溫、高密度的灼熱狀態，經過爆炸性膨脹而演變成現在的宇宙。1949 年，伽莫夫與他的同事進一步預言當時放出的黑體輻射至今依然存在宇宙之中，即為宇宙微波背景輻射（Cosmic Microwave Background，簡稱 CMB）。大霹靂理論最直接的觀測證據包括哈伯從星系紅移觀測到的宇宙膨脹、對宇宙微波背景輻射的精細測量、宇宙間輕元素的豐度等。

大霹靂理論不只為宇宙起源提出一個新的角度，也為大自然中元素從何而來的謎題提供了一個可能的答案。伽莫夫認為在混沌之初，宇宙是一團高溫的中子，因為大部分的中子是自由的，所以它們會漸漸衰變成質子、電子和微中子。在高溫下，中子和質子便開始結合成較重的元素（司慕特、大衛森，1995）。採用大霹靂模型可以計算氦-4、氦-3、氘和鋰-7 等輕元素相對普通氫元素在宇宙中所占含量的比例。所有這些輕元素的豐度都取決於一個參數，即早期宇宙中輻射（光子）與物質（重子）的比例。將實際測量到的各種輕元素豐度和從光子重子比例推算出的理論值兩者比較，可以發現大致上是符合的（維基百科，2018）。這是對大霹靂理論的強力支持，目前還沒有第二種理論能夠很好地解釋並給出這些輕元素的相對豐度。

大霹靂理論預言存在的宇宙微波背景輻射，第一次於 1964 年，由天文學家阿諾·彭齊亞斯（Arno Penzias）和羅伯特·威爾遜（Robert Wilson）在使用美國紐澤西州貝爾實驗室的一台微波接收器進行天體觀測時意外發現。這個微波背景輻射不分方向、強度一致，全天候 360 度鋪天蓋地而來，溫度約在 3.5K 上下。1989 年，NASA 發射宇宙背景探測者衛星（COBE），測得更精確的微波背景輻射溫度為 2.725K，顯示大霹靂理論對微波背景輻射所做的預言和實驗觀測相符合。2001 年，NASA 發射精密度更高的威爾金森微波各向異性探測器（WMAP）；2009 年，歐洲太空總署（ESA）發射普朗克衛星。三顆衛星觀測到的溫度大致都是相同的，且為各向同性而均勻的，為大霹靂理論重要的觀測證據之一。（牛頓科學雜誌，2017）

（二）暴脹理論的提出與解決的問題

雖然當今宇宙學家都普遍青睞大霹靂理論，然而還是有些無法解釋或與實際觀測矛盾的問題。例如宇宙的「平坦性問題（flatness problem）」。至今觀測到的宇宙是非常平坦的（也就是各處的 Ω 值都很近），然而任何一個偏離臨界密度的微小擾動都會隨著時間逐漸放大，事實上即使是在太初核融合時期，宇宙的能量密度也必須在偏離臨界密度不超過 $1/10^{14}$ 倍的範圍內，否則將不會形成我們今天看到的平直宇宙，這是古典的大霹靂理論所無法解釋的。

1980 年，美國物理學家阿蘭·谷史（Alan Guth）提出一項實為大霹靂理論延伸的「暴脹理論」，認為在早期宇宙還曾經歷一段短暫的暴脹（inflation）時期，發生在宇宙誕生之後大約 10^{-35} 秒到 10^{-32} 秒，此時期宇宙處於「偽真空（false vacuum）」狀態，而偽真空裡的能量從宇宙「超冷（supercool）」的相變中釋放，並扮演類似反重力的角色，使宇宙呈指數膨脹，在短時間內以超光速暴脹了至少 10^{23} 倍，並為宇宙未來的演化設定好各種條件（李傑信，2013）。暴脹理論不但是一個極為強而有力的觀念，也解釋了宇宙學中三個大霹靂理論所未能解答的問題。

其中之一即為平坦性問題，暴脹理論的解釋為，暴脹時期空間膨脹的速度是如此之快，以至於即便有任何微小曲率，都會被暴脹抹平。另外古典大霹靂理論認為可見宇宙佔整個宇宙的絕大部分，因此觀察者幾乎能看見整個幾何空間，並計算其曲率，但暴脹理論的宇宙比大霹靂理論的大得多，因此無論宇宙的幾何空間究竟是開放、封閉或平直的，我們所見到的區域尚不足以量出它真正的曲率，既然不知整體而且 137 億年對宇宙也不算長，似乎不足以判斷（費瑞斯，1998；李傑信，2013）。

暴脹理論不但解釋了為何宇宙的大尺度結構是均勻的，也預測到宇宙的某些部分並不平滑（約為十萬分之一的起伏）。這是因為暴脹會加強宇宙早期的隨機量子擾動，因而產生異質現象，這種量子擾動在暴脹時，亦以等比級數增加，冷卻後在物質分佈上便顯現出異質性來。因此宇宙暴脹既會有區域性的崎嶇不平，也會有大尺度的均勻狀態（費瑞斯，1998）。21 世紀初，第二代 WMAP 和普朗克衛星，皆精確測量到宇宙微波背景輻射十萬分之一的不均勻性，為暴脹理論提供堅強的佐證（李傑信，2013）。

暴脹理論也解決了另一個古典大霹靂理論的重大問題：視界問題（horizon problem）。我們從宇宙微波背景輻射中觀測到初期宇宙十分均勻，然而在大霹靂之後，這些相距甚遠的時空區域之間由於光速及宇宙年齡的限制，間隔若超過「粒子視界（particle horizon）」，是不可能實際接觸或交換訊息的。觀測到的微波背景輻射

各向同性與宇宙過大無法交換訊息的推論存在矛盾，古典大霹靂理論無法解釋為何在一個如此廣的範圍內都具有相同的輻射溫度以及如此相似的物理性質。乍看之下，暴脹理論似乎使視界問題愈加惡化，因為暴脹的速度比一般更快。其實，在暴脹之前，原生物質應有充分的時間集結與交互作用，之後，因為以超光速膨脹，這些物質才快速超出了彼此的粒子視界。現今觀測到的微波背景輻射在大尺度上的各向同性是由於在暴脹發生之前，這些區域彼此是相互接觸且具有因果聯繫的。（李傑信，2013；費瑞斯，1998）

然而，促使谷史博士開始研究暴脹理論的最大動機，是「磁單極問題（magnetic monopole problem）」。

大一統理論推測在宇宙誕生 10^{-34} 秒內發生對稱性的瓦解，而造成空間中的拓撲缺陷（Topological defect），這種缺陷將造成磁單極。在 10^{-34} 秒之內光只能走 10^{-24} 公分的距離，平均來說，每一個這麼大的區域裡應有一個缺陷。而這小區域現在已膨脹成約三公尺的大小，因此估計在這樣大的空間裡應有一個磁單極（司慕特、大衛森，1995）。難以理解的是，至今人們從未觀測到任何磁單極。與抹平空間中的曲率相類似，空間呈指數暴脹也稀釋了拓撲缺陷，因此磁單極的數目已減少到在我們觀察所及的 150 億光年的區域中，大概只能找到一個磁單極。

另外，一些宇宙模型推測宇宙是一個不停旋轉的整體，因此宇宙微波背景輻射就會受到影響：觀察的方向不同，它的溫度就應該不同。喬治·司穆特製作了一個輻射差值測量計，用於觀測兩個夾角為 60 度的方向上宇宙微波背景輻射的差別。這個儀器被安裝在洛克西德的 U-2 偵察機上，並成功測定出宇宙的整體旋轉是零（香港天文學會，2016）。暴脹理論也可以解釋為何宇宙不旋轉：即使初期宇宙在旋轉，經過暴脹時期那快速而巨大的擴張威力，旋轉速度慢了下來，直到無法感覺的地步。

總結來說，暴脹理論畫出了宇宙更寬廣的一個景象，並把大霹靂包含於其中。它將基本的粒子物理學應用到天文學、應用到宇宙的整體研究，包括它的起源，並解決了許多宇宙學的謎題，獲得科學界廣泛的接受。並且，暴脹理論是原創性的，天文物理學家席爾克強調：「暴脹理論是自愛因斯坦以來天文學界唯一的新觀念。」（費瑞斯，1998；加來道雄，2015）

（三）各種暴脹版本與暴脹的結束

1980 年谷史提出的暴脹理論，現今已稱為「舊暴脹」，早已經過不知多少次的改寫，至今有超過一百種以上的暴脹模型被提出。1981 至 1982 年間，在蘇俄獨立研究的林德（Andrei Linde）提出了「新暴脹」版本，隨後賓州大學的亞布雷希特

(Andreas Albrecht) 和史丹哈特 (Paul Steinhardt) 又將之加以擴充。在「舊暴脹」理論中，暴脹結束後宇宙會越離越遠而無法融合，最終瓦解成一堆泡沫，這顯然不符合觀測到的均勻宇宙。「新暴脹」指出宇宙是以更緩慢的速度從偽真空過渡到典型真空，因而能避開泡沫的危機。但是能做到這樣，是由於它對於某些重要的變數做了調整，因此雖然「新暴脹」理論很有幫助，但它可能不是最後的結論。(費瑞斯，1998)

與此同時，林德在 1983 年提出了「混沌暴脹理論」，當時他體認到，儘管暴脹期間的量子漲落通常都有可能迫使暴脹驅動場落入最低能態，進而優雅地退離暴脹，然而某些區域的量子漲落卻有可能把場推向更高能態，於是暴脹依然不會衰減。由於這類區域暴脹時間更久，空間也會更多，於是它們的量子漲落會再次帶動某些子區域退離暴脹，從而為指數暴脹畫下終點。這樣的暴脹是永恆的，局部各異其趣，取決於所見位置，但總會有地方不斷冒出新的宇宙泡泡，並且只要暴脹永遠持續，多重宇宙 (multiverse) 的存在就在所難免 (克勞斯，2013)。目前，在學者提出的形形色色假說中，混沌暴脹理論是最為大眾接受的暴脹版本。

(四) 暴脹理論的證據

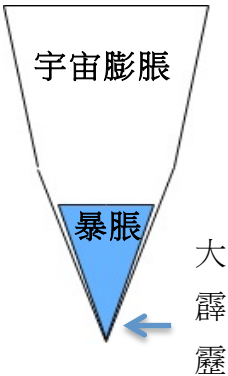
負責觀測宇宙微波背景輻射的「宇宙泛星系偏振背景成像二代 (Background Imaging of Cosmic Extragalactic Polarization 2, BICEP2)」研究團隊，在 2014 年 3 月 17 日宣佈他們首度得到重力波 B 模 (B-modes) 的影像，此種特殊的漩渦圖案偏振方式，即為暴脹的痕跡，可做為支持暴脹理論的直接證據。偵測到的 B 模偏振信號比許多宇宙學家原先所預測的強烈很多，並且研究團隊花了三年多的時間分析資料，確保沒有任何差錯，直到接替 BICEP2 的凱克陣列 (Keck Array) 上線運作也得到相同的觀測結果後，他們才真正對研究發現感到放心。(高英哲，2014)

然而普林斯頓大學的保羅·史坦哈特 (Paul J. Steinhardt)，以及亞利桑納州立大學的勞倫斯·克勞斯 (Lawrence M. Krauss) 等人都指出，這項觀測結果與先前歐洲太空總署普朗克衛星所繪製的宇宙微波背景輻射溫度圖，以及其他一些關於宇宙的假設皆有所出入。不過另外也有至少十幾組其他的研究團隊，透過高空氣球、山頂天文台或太空望遠鏡，進行類似的測量工作。宇宙暴脹理論是否屬實，最後結論應該不會讓我們等太久。(高英哲，2014)

參、結論

經過以上的資料分析與歸納，對於宇宙膨脹與暴脹理論，我已有較深入的認識。針對研究目的四，我整理了一個表格來比較宇宙膨脹與暴脹的異同，如下：

表 1 宇宙膨脹與暴脹之比較

	宇宙膨脹	暴脹	
意義	宇宙空間的擴張	宇宙誕生之初的超光速擴張	
推動 能量	初期為暴脹能量，62 億年前開始可能為暗能量。	可能為偽真空裡的能量	
時間	宇宙誕生至今	宇宙誕生後約 $10^{-35} \sim 10^{-32}$ 秒	
速率	暴脹後曾減速膨脹，62 億年前開始轉為加速膨脹。而今一距地球 1000 萬光年的星系，將以約 207.88km/s 的速率遠離地球。	使宇宙呈指數膨脹，短時間內以超光速暴脹了至少 10^{23} 倍。	

資料來源：研究者整理

愛因斯坦說我們的宇宙是「四維」時空，真是如此！在宇宙學的發展上，「時間」這個維度串起許多美妙的發現，如同一條環環相扣的金鍊子，由無數科學家辛勞鍛造而成。這次研究的主題也是鍊子其中的一部分：哈伯發現宇宙膨脹，進一步使大霹靂理論成形，之後大霹靂又被修改雕塑成暴脹理論，而其中宇宙膨脹與暴脹竟有一些奇妙的相同之處可比較，形成一個完美的循環，多麼有趣！在研究過程中除了學習新知外，更值得的是讓我窺見宇宙的神秘與美麗，並加深了我對宇宙學的興趣與熱情！未來也會持續鑽研這方面的學問，如同宇宙膨脹一般，不斷擴展自己知識的疆域，或許將來，也能有幸成為鍛造金鍊子工匠的一員。

肆、引註資料

1. 司慕特、大衛森（1995）。**時間皺紋**。臺北市：時報文化。
2. 費瑞斯（1998）。**預知宇宙紀事**。臺北市：城邦文化。
3. 李德曼、薛拉姆（2004）。**從夸克到宇宙**。臺北縣：世潮出版有限公司。
4. 李傑信（2013）。**宇宙起源**。臺北市：臺大出版中心。
5. 克勞斯（2013）。**無中生有的宇宙**。臺北市：商周出版。

6. 加來道雄 (2015)。平行宇宙：穿越創世、高維空間和宇宙未來之旅。新北市：暖暖書屋。
7. 張桂蘭 (2011)。2011 年諾貝爾物理獎 Ia 型超新星與加速膨脹的宇宙。天文館期刊，**54**，6。
8. 林彥廷 (2012)。淺談暗能量。中央研究院週報，**1394**，6-8。
9. 高嶋秀行 (2016)。宇宙空間膨脹表示什麼意義呢？。牛頓科學雜誌，**104**，34-71。
10. 市田朝子、高嶋秀行 (2017)。真空中，充滿了各種「什麼」！。牛頓科學雜誌，**112**，24-53。
11. 福田伊佐央 (2017)。宇宙創生之光。牛頓科學雜誌，**117**，24-53。
12. 黎斯、利維歐 (2016)。暗能量撕裂宇宙？。科學人雜誌，**171**。取自 <http://sa.ylib.com/MagArticle.aspx?Unit=featurearticles&id=2956>
13. 維基百科。2018 年 2 月 4 日。取自 <https://zh.wikipedia.org/wiki/哈勃定律>
14. 維基百科。2018 年 2 月 7 日。取自 <https://zh.wikipedia.org/wiki/大爆炸>
15. 香港天文學會。2018 年 2 月 11 日。取自 <https://www.hkas.org.hk/2016/02/20/美國天文學家斯穆特誕辰/>
16. Case 報科學。2018 年 2 月 13 日。取自 <https://case.ntu.edu.tw/blog/?p=17221>