

蚁群算法中有关算法参数的最优选择

詹士昌^{1,2} 徐 婕¹ 吴 俊²

(1. 杭州师范学院物理系, 浙江 杭州 310012;

2. 工业控制技术国家重点实验室, 浙江大学先进控制研究所, 浙江 杭州 310027)

摘 要: 蚁群算法是一种模拟进化算法, 初步的研究表明该算法具有许多优良的性质. 本文介绍了蚁群算法基本模型 AS(Ant System) 的原理、特点、构成和实现方法, 对基本蚁群算法参数的合理选取进行了实验分析, 给出了算法参数选取的基本原则, 有利于蚁群算法在优化问题中的推广和应用.

关键词: 运筹学; 蚁群算法; 模拟进化算法; 转移概率; 组合优化问题

中图分类号: TP301.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-7119(2003)05-0381-06

The Optimal Selection on the Parameters of the Ant Colony Algorithm

ZHAN Shi-chang^{1,2} XU Jie¹ WU Jun²

(1. Department of Physics, Hangzhou Teachers College, Hangzhou 310012, China;

2. National Key Laboratory of Control Technology, Institute of Advanced Process Control, Zhejiang University, Hangzhou 300027, China)

Abstract: The ant colony algorithm is a novel simulated evolutionary algorithm which shows many good properties. This paper presents the principle, the characteristics, the construction and realization method about the basic model AS (Ant System) of the ant colony algorithm. Experimental analyses are carried out on the reasonable selection on the parameters of this algorithm, and basic principles for the parameter selection are provided. The results from this paper are beneficial to the application and development of the ant colony algorithm in optimization problems.

Key words operational research; ant colony algorithm; simulated evolutionary algorithm; transition probability; combinatorial optimization problem

0 引 言

蚁群算法是受到人们对自然界中真实蚁群集体行为研究成果^[1]的启发而提出的一种基于种群的模拟进化算法, 属于随机搜索算法, 由意大利学者 Dorigo M 等人首先提出^[2,3]. 该算法充分利用了蚁群搜索食物的过程与旅行商问题 (TSP) 之间的相似性, 通过人工蚂蚁搜索食物的过程 (即通过个体之间的信息交流与相互协作最终找到从蚁穴到食

物源的最短路径) 来求解 TSP 问题^[2]. 为了区别于真实的蚂蚁群体, 我们称这种算法为“人工蚁群系统算法”, 简称“蚁群算法”. 该算法已经成功地应用于 TSP (traveling salesman problem) 问题、QAP (quadratic assignment problem) 问题和 job-shop 调度等经典组合优化问题, 取得了较好的实验结果. 虽然对此方法的研究刚刚起步, 但研究表明蚁群算法在求解复杂优化问题 (特别是离散优化问题) 方面的一些优越性, 证明它是一种很有发展前景的优化方法.

收稿日期: 2002-08-26

基金项目: 杭州师范学院科研基金资助重点项目 (2001XA612)

作者简介: 詹士昌, 男, 1963 年生, 浙江淳安人, 副教授, 研究方向为控制理论与控制工程;

徐 婕, 女, 1972 年生, 浙江杭州人, 讲师, 硕士, 研究方向为计算物理与计算机应用.

众多研究已经证明,蚁群算法具有很强的发现较好解的能力,这是因为该算法不仅利用了正反馈的原理,在一定程度上可以加快进化过程,而且是一种本质并行的算法,不同个体之间不断进行信息的交流和传递,从而能够相互协作,有利于发现较好的解.本文通过仿真实验研究,来探讨蚁群算法中有关算法参数的最佳设定原则.

1 基本蚁群系统模型

为便于理解,我们以求解平面上 n 个城市的 TSP 问题为例来说明蚁群系统模型.为模拟实际蚂蚁的行为,首先引进如下的记号:设 m 为蚂蚁群体的数目, $d_{ij}(i, j = 1, 2, \dots, n)$ 表示城市 i 和 j 之间的距离, $b_i(t)$ 表示 t 时刻位于城市的蚂蚁个数,显然, $m = \sum_{i=1}^n b_i(t)$, $\tau_{ij}(t)$ 表示 t 时刻在 ij 连线上残留的信息量.初始时刻各条路径上的信息量相等,设 $\tau_{ij}(0) = C$. 蚂蚁 $k(k = 1, 2, \dots, m)$ 在运动过程中,根据各条路径上的信息量决定下一步要转移的城市, $p_{ij}^k(t)$ 表示在 t 时刻蚂蚁 k 由位置 i 转移到位置 j 的概率

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)] [\eta_{ij}(t)]}{[\tau_{is}(t)] [\eta_{is}(t)]}, & j \in \text{allow}_k, s \in \text{allow}_k, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\text{allow}_k = \{1, 2, \dots, n\} - \text{tabu}_k$, 表示蚂蚁 k 下一步允许选择的的城市.与实际蚁群不同,人工蚁群系统具有记忆功能,集合 $\text{tabu}_k(k = 1, 2, \dots, m)$ 用以记录蚂蚁 k 当前已经走过的城市, tabu_k 将随着蚂蚁的搜索进程作动态调整.随着时间的推移,以前留在路径上的信息素会逐渐消逝,用参数 ρ 表示信息素的消逝程度,经过 n 个时刻蚂蚁完成一次循环,各条路径上信息量要根据下式作调整:

$$\tau_{ij}(t+n) = \rho \cdot \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k \quad (2)$$

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k}, & \text{若第 } k \text{ 只蚂蚁在本次循环中经过路径 } ij \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (3)$$

τ_{ij}^k 表示第 k 只蚂蚁在本次循环中留在路径 ij 上的信息量, $\Delta \tau_{ij}$ 表示本次循环中所有经历过路径 ij 的蚂蚁留在该路径上的信息量的增量.

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k}, & \text{若第 } k \text{ 只蚂蚁在本次循环中经过路径 } ij \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (4)$$

其中, Q 是常数(表示蚂蚁循环一周所释放的总信息量), L_k 表示第 k 只蚂蚁在本次循环中所走路程的长度.

在初始时刻, $\tau_{ij} = C$, $\eta_{ij} = 0$, 分别表示蚂蚁在运动过程中所积累的信息素及期望信息在蚂蚁选择路径中所起的不同作用. η_{ij} 表示由城市 i 转移到城市 j 的期望程度,可以根据某种启发式算法及问题的情况来确定.

根据具体算法的不同, $\tau_{ij}(t)$, $\eta_{ij}(t)$ 的表达形式有所不同. Dorigo M 曾给出三种不同的计算模型^[2], 分别称之为 ant-cycle system、ant-quantity system、ant-density system, 它们的差别在于表达式 (4) 的不同. 公式 (4) 所示的即为 ant-cycle system, 而在 ant-quantity system 模型中

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{d_{ij}}, & \text{若第 } k \text{ 只蚂蚁在本次循环中经过路径 } ij \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (5)$$

在 ant-density system 模型中

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} Q, & \text{若第 } k \text{ 只蚂蚁在本次循环中经过路径 } ij \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (6)$$

以上三种算法模型的主要区别在于:后两种模型中路径上信息量的更新机制利用的是局部信息;而前者利用的是整体信息,这种信息的更新规则会让短路径(较优的解)上对应的信息量逐渐增大,充分体现了算法中全局范围内较短路径(较好解)的生存能力,加强了信息正反馈性能,提高了系统搜索收敛的速度.因而,在蚁群算法中通常采用上述的 ant-cycle 作为基本模型.

蚁群算法主要包含两个基本阶段:适应阶段和协作阶段.在适应阶段,各个候选解根据积累的信息不断调整自身结构;在协作阶段,各个候选解之间通过信息的交流,以期产生性能更好的解.由算法的时间复杂度分析理论可知,该算法的时间复杂度为 $O(nc \cdot n^3)$, 其中 n 表示算法的循环次数,为问题规模(TSP 问题中的城市数).

2 有关算法参数的最优选择原则

从蚁群搜索最短路径的机理不难看到,算法中有关参数的不同选择对蚁群算法的性能有至关重要的影响,但其选取的方法和原则,目前尚没有理论上的依据,通常都是根据经验而定.本文通过一系列的对比仿真实验研究,来探讨蚁群算法中参数

的最佳设定原则,以利于蚁群算法在实际中的应用和推广.

2.1 信息素挥发度的选择

在蚁群算法中,人工蚂蚁是具有人类记忆功能的,随着时间的推移,以前留下的信息将要逐渐消逝.在算法模型中用参数 ρ 表示信息消逝程度(或称信息素挥发度),而 ρ 就是信息素残留系数.

蚁群算法与遗传算法等各种模拟进化算法一样,也存在着收敛速度慢、易于陷入局部最优等缺陷.而信息素挥发度 ρ 的大小直接关系到蚁群算法的全局搜索能力及其收敛速度:由于信息素挥发度 ρ 的存在,当要处理的问题规模比较大时,会使那些从来未被搜索到的路径(可行解)上的信息量减小到接近于 0,因而降低了算法的全局搜索能力,而且当 ρ 过大时以前搜索过的路径被再次选择的可能性过大,也会影响到算法的随机性能和全局搜索能力;反之,通过减小信息素挥发度 ρ 虽然可以提高算法的随机性能和全局搜索能力,但又会使算法的收敛速度降低.

关于蚁群算法中信息素挥发度 ρ 对算法性能的影响及其在实际应用中的选择,可以通过计算机仿真实验来分析和确定.对此,本文取如下的 TSP 问题及算法参数进行仿真比较:距离矩阵取为

0	98	99	27	89	175	96	26	64	49
98	0	54	98	73	18	77	89	63	64
99	54	0	61	36	69	46	53	13	81
27	98	61	0	86	75	15	87	21	87
89	73	36	86	0	46	19	87	65	46
175	18	69	75	46	0	26	53	21	23
96	77	46	15	19	26	0	46	36	54
26	89	53	87	87	53	46	0	75	65
64	63	13	21	65	21	36	75	0	54
49	64	81	87	46	23	54	65	54	0

蚂蚁群体数 $m = 5$, 蚂蚁循环一周所释放的总信息量 $Q = 1$, 信息启发式因子 $\alpha = 0.9$, 期望启发式因子 $\beta = 1.0$, 运算的停止条件为相邻两次循环搜索中最优解的差别小于 0.001, 并使信息素残留系数的变化为 $\{0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 0.95, 0.99\}$. 信息素残留系数对算法性能影响的有关仿真结果如表 1 及图 1、图 2 所示.

表 1 信息素残留系数对算法性能的影响
Table 1 The influence to the AS algorithm properties for different pheromone trail persistence

残留系数	最优路径长度	搜索循环次数
0.3	379.7287	17
0.5	379.7303	26
0.7	379.7321	44
0.9	379.7547	115
0.95	379.8639	165
0.99	380.2013	567

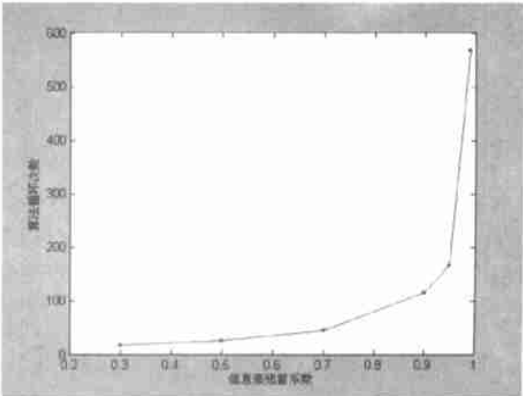


图 1 信息素残留系数 与最优解搜索循环次数的关系
Fig. 1 The relationship of the pheromone trail persistence and the optimization result preceding cycles

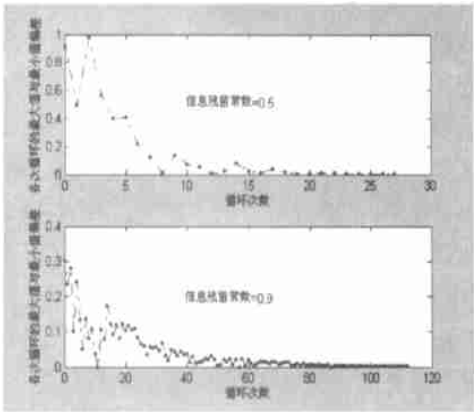


图 2 信息素残留系数 与算法稳定性的关系
Fig. 2 The relationship of the pheromone trail persistence and the stability of AS algorithm

由仿真实验结果不难看出,在其它参数相同的情况下,信息素挥发度 ρ 的大小对蚁群算法的收敛性能影响极大,特别是当 ρ 很小时,由于路径上的残留信息占主导地位,信息正反馈的作用相对较弱,搜索的随机性增强,因而蚁群算法收敛速度很慢;而在 ρ 比较大时,由于信息正反馈的作用

占主导地位,搜索的随机性减弱,虽然算法收敛速度加快,但易于陷入局部最优状态.

因而,关于蚁群算法中信息素挥发度 $1-\rho$ 的选择,必须综合考虑算法的全局搜索能力和收敛速度两项性能指标,针对具体问题的应用条件和实际要求,在全局搜索能力和收敛速度两方面作出合理或折中的选择.由图 1、2 可见,在 $\rho = 0.5 \sim 0.7$ 范围内,算法的性能比较稳定和一致,搜索的全局性和收敛速度都比较好.所以本文认为,在蚁群算法中信息素挥发度的选择宜取为 $1-\rho = 0.3$ (即 $\rho = 0.7$).

2.2 蚁群数量的选择

蚁群算法是一种随机搜索算法,与其它模拟进化算法一样,通过多个候选解(可行解的一个子集)组成的群体的进化过程来寻求最优解,在该过程中既需要每个个体的自适应能力,更需要群体的相互协作.蚁群在搜索过程中之所以表现出复杂而有序的行为,个体之间的信息交流与相互协作起着至关重要的作用.

对于 TSP 问题,单个蚂蚁在一次循环中所经过的路径,表现为问题可行解集中的一个解, m 个蚂蚁在一次循环中所经过的路径,则表现为问题解集中的一个子集.显然,子集越大(即蚁群数量多)可以提高蚁群算法的全局搜索能力以及算法的稳定性;但蚂蚁数目增大后,会使大量的曾被搜索过的解(路径)上的信息量的变化比较平均,信息正反馈的作用不明显,搜索的随机性虽然得到了加强,但收敛速度减慢;反之,子集较小(即蚁群数量少),特别是当要处理的问题规模比较大时,会使那些从未被搜索到的解(路径)上的信息量减小到接近于 0,搜索的随机性减弱,虽然收敛速度加快,但会使算法的全局性能降低,算法的稳定性差,容易出现过早停滞现象.

关于蚁群算法中蚂蚁数量 m 对算法性能的影响及其在实际应用中的选择,也可以通过计算机仿真实验来分析和确定.以上文所列 TSP 问题为研究对象,有关算法参数取为:蚂蚁循环一周所释放的总信息量 $Q = 1$,信息素残留常数 $\rho = 0.7$,信息启发式因子 $\alpha = 0.9$,期望启发式因子 $\beta = 1.0$,运算的停止条件为相邻两次循环搜索中最优解的差别小于 0.001,并使蚂蚁数量的变化为 $m \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. 蚂蚁数量对算法性能影响的仿真结果如表 2 及图 3、图 4 所示.

表 2 蚂蚁数量 m 对算法性能的影响
Table 2 The influence to the AS algorithm properties for different number of ants m

蚂蚁数 m	最优路径长度	搜索循环次数
2	379.7387	31
3	379.7313	33
4	379.7307	38
5	379.7371	44
6	379.7372	51
7	379.7289	61

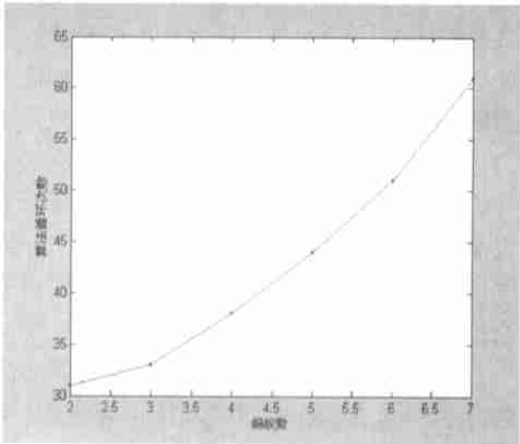


图 3 蚂蚁数量 m 与最优解搜索循环次数的关系
Fig.3 The relationship of the number of ants m and the optimization result preceding cycles

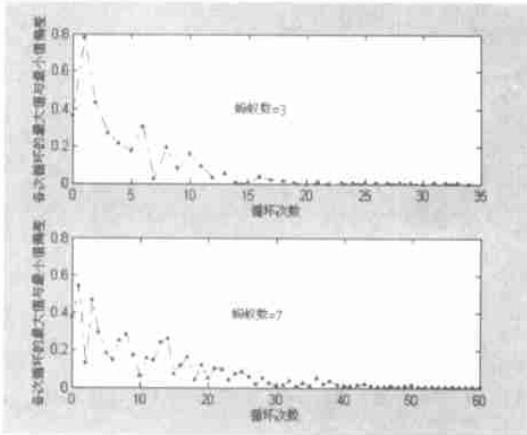


图 4 蚂蚁数量 m 与算法稳定性的关系
Fig.4 The relationship of the number of ants m and the stability of AS algorithm

由仿真实验结果不难看出,蚂蚁数量 m 的大小对蚁群算法循环次数(收敛性能)的影响基本呈线性规律变化,当蚂蚁数量过大(如接近问题的规

模)时,虽然搜索的稳定性和全局性得到提高,但算法的收敛速度减慢。

关于蚁群算法中蚂蚁数量 m 的选择,也应该综合考虑算法的全局搜索能力和收敛速度两项指标,针对具体问题的应用条件和实际要求,在全局搜索能力和收敛速度两方面作出合理或折中的选择。上述的实验结果表明在 $m = 3 \sim 6$ 的范围内(相对于本问题的规模为 $n = 10$),算法的各项性能相对较为平稳。所以本文认为,在蚁群算法中蚂蚁数量的选择宜取为 $m = \sqrt{n} \sim n/2$ 之间(其中 n 为问题的规模)。

2.3 启发式因子的选择

由式(1)可见,信息启发式因子 反映蚂蚁在运动过程中所积累的信息量(即残留信息量 $_{ij}(t)$) 在指导蚁群搜索中的相对重要程度,期望值启发式因子 反映蚂蚁在运动过程中启发信息(即期望值 $_{ij}$) 在指导蚁群搜索中的相对重要程度。

期望值启发式因子 的大小反映了蚁群在路径搜索中先验性、确定性因素作用的强度,其值越大,蚂蚁在某个局部点上选择局部最短路径的可能性越大,虽然搜索的收敛速度得以加快,但蚁群在最优路径的搜索过程中随机性减弱,易于陷入局部最优;而信息启发式因子 的大小则反映了蚁群在路径搜索中随机性因素作用的强度,其值越大,蚂蚁选择以前走过的路径的可能性越大,搜索的随机性减弱,当 值过大也会使蚁群的搜索过早陷于局部最优。蚁群算法的全局寻优性能,首先要求蚁群的搜索过程必须有很强的随机性;而蚁群算法的快速收敛性能,又要求蚁群的搜索过程必须要有较高的确定性。因此,两者对蚁群算法性能的影响和作用相互配合、密切相关的。

关于蚁群算法中启发式因子 及 对算法性能的影响及其在实际应用中的选择,也可以通过计算机仿真实验来分析和确定。以上文所列 TSP 问题为研究对象,有关算法参数取为:蚂蚁循环一周所释放的总信息量 $Q = 1$,信息素残留常数 $\rho = 0.7$,蚂蚁群体数 $m = 4$,运算的停止条件为相邻两次循环搜索中最优解的差别小于 0.001,取启发式因子 和 不同数值的组合。启发式因子 和 对算法性能影响的仿真结果如表 3 所示。

从仿真实验结果不难看出,蚁群算法中启发式因子 及 的不同选取对算法性能有极大的影响:

表 3 启发式因子 和 的不同组合对算法性能的影响
Table 3 The influence to the AS algorithm properties for different combination of the heuristic factors and

因子	因子	最优路径长度	搜索循环次数
0.1	0.1	379.8219	194
0.1	0.5	337.1086	75
0.5	1.5	325.3601	9
1.0	1.5	325.3508	6
3.0	1.5	325.3493	5
5.0	1.5	325.3508	4
10.0	5.0	325.0034	2
10.0	10.0	325.0006	2

差的搜索结果且出现过早停滞(及 均过大时):对于过大的 值,相当于给予路径上的信息素 $_{ij}$ 在蚂蚁的搜索过程中的重要性给予充分的重视,蚂蚁完全依赖信息素 $_{ij}$ 的引导进行搜索,如果此时期望信息 $_{ij}$ 的启发式因子 相对也较大,则会导致局部最优路径上的信息正反馈作用极强,算法必会出现过早的收敛(停滞)现象。当问题的规模较大时,在这种情况下所搜索到的通常是局部最优解。

差的搜索结果但不出现过早停滞(及 均过小时):对于过小的 值,相当于对路径上的信息素 $_{ij}$ 在蚂蚁的搜索过程中的重要性未予足够重视,蚂蚁完全依赖期望信息 $_{ij}$ 的引导进行搜索,如果此时期望信息 $_{ij}$ 的启发式因子 相对也较小,则将导致蚁群陷入纯粹的、无休止的随机搜索中(即不停滞),在这种情况下所进行的搜索一般也很难找到最优解。

好的搜索结果:适当的选择 及 的取值范围,此时即便参数的组合有所不同(如在本文的问题中,取 1.5 左右,取 0.5 ~ 5),蚁群算法均能获得较好的搜索结果,算法的循环次数少(即收敛速度快),并且性能非常接近。

2.4 总信息量的选择

在 ant-cycle 模型中,总信息量 Q 为蚂蚁循环一周时释放在所经过的路径上的信息素总量。一般的理解是:总信息量 Q 越大,则在蚂蚁已经走过的路径上信息素的累积加快,可以加强蚁群搜索时的正反馈性能,有助于算法的快速收敛。由于在蚁群算法中各个算法参数的作用实际上是紧密耦合的,其中对算法性能起着主要作用的应该是信息启发式因子、期望启发式因子 和信息残留常数 等 3 个

参数. 总信息量 Q 对算法性能的影响则有赖于上述三个参数的配置, 以及算法模型的选取, 比如在 ant-cycle 模型和 ant-density 模型中, 总信息量 Q 对算法性能的影响情况显然有较大的差异.

关于蚁群算法中信息量 Q 对算法性能的影响及其在实际应用中的选择, 也可以通过计算机仿真实验来分析和确定. 以上文所列 TSP 问题为研究对象, 有关算法参数取为: 蚂蚁群体数 $m = 4$, 信息素残留常数 $\rho = 0.7$, 信息启发因子 $\alpha = 1.0$, 期望启发因子 $\beta = 1.5$, 运算的停止条件为相邻两次循环搜索中最优解的差别小于 0.001, 使蚂蚁循环一周所释放的总信息量分别为 $Q \in \{1, 10, 100\}$. 总信息量 Q 对算法性能影响的仿真结果如表 4 及图 5 所示.

表 4 总信息量对算法性能的影响

Table 4 The influence to the AS algorithm properties for different quantity of trail Q laid by ants

蚂蚁数 m	最优路径长度	搜索循环次数
1	327.7546	32
10	327.7538	34
100	327.7542	31

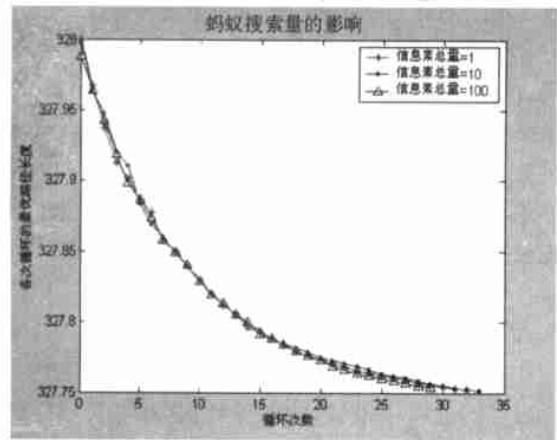


图 5 总信息量 Q 对算法性能的影响

Fig. 5 The influence to the AS algorithm properties for the quantity of trail Q

上面的实验结果表明, 总信息量对 ant-cycle 模型蚁群算法的性能没有明显的影响. 因此, 在算法参数的选择上, 参数不必作特别的考虑, 可以任意选取.

3 总结与讨论

蚁群算法是一种来自大自然的随机搜索寻优方法^[4], 是生物界的群体启发行为, 现已陆续应用于组合优化、人工智能、通讯等多个领域. 蚁群算法的正反馈性和协同性使其可用于分布式系统, 隐含的并行性更使之具有极强的发展潜力^[5]. 本文通过一系列的仿真实验, 对蚁群算法有关算法参数的性能、作用, 以及最佳的选取原则进行了深入的研究. 实验研究表明: 基本蚁群算法中最优的算法参数组合为 $m = \sqrt{n} \sim n/2$, $\rho = 1 \sim 5$, $\alpha = 1 \sim 5$, $\beta = 0.7$, $Q = 100$, 这与文献[2]在 Oliver30 TSP 问题上仿真研究所得到的结论基本一致. 可见, 在该算法参数设置的原则下, 对任意 TSP 问题总能比较快速地求得全局最优解, 不致出现搜索的过早停滞现象或陷入局部最优问题.

参考文献:

[1] Barto A G, Sutton R S, Brower P S. Associative search network: A reinforcement learning associative memory [J]. Biological Cybern, 1981, 40(2): 201 ~ 211.

[2] Coloni A, Dorigo M, Maniezzo V. Ant system: Optimization by a colony of cooperating agent [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics. 1996, 26(1): 29 ~ 41.

[3] Dorigo M, Gambardella L M. Ant colony system: A cooperative learning approach to the travelling salesman Problem[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation. 1996, 1(1): 53 ~ 66.

[4] 马 良. 来自昆虫世界的寻优策略——蚁群算法[J]. 自然杂志, 1999, 21(3): 161 ~ 163.

[5] 张纪会, 高齐圣, 徐心和. 自适应蚁群算法[J]. 控制理论与应用. 2000, 17(1): 1 ~ 8.