

doi:10.3969/j.issn.1674-0696.2015.02.27

带指定点集的团队定向问题及算法研究

彭勇,冯禹

(重庆交通大学 交通运输学院,重庆 400074)

摘要:考虑现实世界配送问题中客户性质不同的特点,讨论了一类带指定点集的团队定向问题。建立了在时间限制条件下,带指定点集的以利润最大为目标的团队定向问题模型。提出了带2-opt的最大最小蚂蚁系统的蚁群优化算法,结合实际改进启发信息和信息素更新策略,采取2-opt对最优解进行优化。数值算例验证了算法的有效性,表明了团队定向问题中考虑指定点集的重要性。

关键词:交通运输工程;指定点集;团队定向问题;蚁群优化算法

中图分类号:U492.3⁺1

文献标志码:A

文章编号:1674-0696(2015)02-128-05

Team Orienteering Problem with Specified Point Set

Peng Yong, Feng Yu

(School of Traffic & Transportation, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: The team orienteering problem with the specified point set was discussed based on the nature of customers. A mathematic team orienteering problem model with the specified point set which targets the maximized profits was established under the time constrained condition. A MMAS algorithm with 2-opt was developed to solve this problem. It improved stimulating factor and update pheromones strategy. And optimal solution was optimized with 2-opt. The numerical examples demonstrate the algorithm is available, and it is important to take the specified point set into account to solve team orienteering problem.

Key words: traffic transportation engineering; specified point set; team orienteering problem(TOP); ant colony optimization

0 引言

在物流配送路径优化问题中,有这样一类问题,由有限数量的车辆在满足一定约束条件下,为一组具有一定报酬的顾客提供服务,由于时间或旅行成本的限制(笔者研究有时间限制的情况),每个位置至多被访问一次,需要优化这些车辆的配送路径使得车队总收益最大化。这实际上就是团队定向问题(TOP)^[1-3]。

在实际应用中,部分客户是固定客户、当日有配送计划的重要客户或者是潜在的大客户,在资源有限、收益较难量化的情况下,考虑带指定点集的团队定向问题十分必要。近年来国内外众多研究学者广泛关注着 TOP, CTOP, SDTOP, TOPMT, CTOP-IS, SDCTOP-IS, TOPCT, MCTOPMTW, TOPID 等团队定向问题,并运用精确算法、启发式算法、元启发式算法求解 TOP 取得不少成果,但对于带指定点集的团队定向问题关注甚少^[4-7]。笔者首先建立带指定点集的团队定向问题数学模型,设计带2-opt的最大最

小蚂蚁系统(MMAS)的蚁群优化算法^[8]求解该问题,最后,通过数值算例验证算法的有效性,及在团队定向问题中考虑指定点集的重要性。

1 带指定点集的团队定向问题数学模型

给定一个完全图 $G=(V,E)$, 其中 $V=(1,2,\dots,n)$ 是点集,1 为起点, n 为终点(若将1与 n 设在同一地理位置,即可表达车辆从配送中心出发提供配送服务然后回到配送中心的情况); $E=\{(i,j) \mid i,j \in V\}$ 是边集,每个点 i 服务时间为 T_i , 对应一个收益 r_i , c_{ij} 为经过 E 中边 (i,j) 所需要的时间。 $S \subset V$ 为指定点集,即为必须服务的点的集合,其他非 S 的点不一定能被访问。因此带指定点集的团队定向问题即要找出 m 条从点1出发到点 n 终止的路径,使得所经过的点收益最大化,每个点至多能访问一次。对于每条路径访问相应点所用时间不能超过预先规定的时间限制 T_{\max} 。

模型的决策变量有:

收稿日期:2013-08-22;修订日期:2013-11-04

第一作者:彭勇(1973—),男,重庆人,副教授,博士,主要从事交通运输规划与管理方面的研究。E-mail: pengyong@cquc.edu.cn。

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{路径 } k \text{ 经过点 } i \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{路径 } k \text{ 经过边 } (i, j) \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

其中: $i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j; k = 1, 2, \dots, m$ 。

则带指定点集团队定向问题的数学模型如下:

$$\max \sum_{i=2}^{n-1} \sum_{k=1}^m r_i y_{ik}$$

s. t.:

$$\sum_{j=2}^n \sum_{k=1}^m x_{1jk} = m \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=1}^m x_{ink} = m \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} x_{ijk} = \sum_{i=2}^n x_{jik} = 2y_{jk}, j = 2, \dots, n-1; \\ k = 1, \dots, m \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^m y_{ik} \leq 1, i = 2, \dots, n-1 \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} (T_i y_{ik} + \sum_{j=2}^n c_{ij} x_{ijk}) \leq T_{\max}, k = 1, \dots, m \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} x_{ijk} = \sum_{j=2}^n x_{jik} = q, q \subset S \quad (6)$$

$$x_{ijk} \in (0, 1), 1 \leq i < j \leq n, k = 1, \dots, m \quad (7)$$

$$y_{1k} = y_{nk}, y_{ik} \in (0, 1), i = 2, \dots, n-1; k = 1, \dots, m \quad (8)$$

目标函数表示总收益最大。约束条件(1)、(2)表示从起点1出发在n点结束;约束条件(3)表示路径到达点j,也必须从点j离开,保证了路径的连通性;约束条件(4)保证了除点1和n点的其他点至多被访问一次;约束条件(5)保证了最大时间限制;约束条件(6)保证了指定点集必须包含在路径中,其中q表示指定点的数量,约束条件(7)、(8)表示变量取值连续非负。

2 带2-opt的最大最小蚂蚁算法

2.1 启发信息的定义

假设第k条(未完成)路径当前顶点i,A包含所有的候选可行顶点。假设该路径的已用时间为 L_{ki} ,对于点 $j \in A$,如果该点不满足约束条件(5),则该点不可行。不失一般性,假设j点可行。为了能经过边 (i, j) ,所用时间为 $t(i, j) = c_{ij} + T_j$ 。

对于带指定点集的团队定向问题就是在包含指定点集的情况下,在规定的时间内获得最大的收益,具有较高收益时间比率的点对于蚂蚁的吸引力更大,因此,笔者将启发信息定义为:

$$\eta(i, j) = \begin{cases} \frac{r_j}{t(i, j)}, j \notin S \\ \frac{r_j}{t(i, j)}(1 + p), j \in S, p \geq 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中: r_j 表j点的收益;p是指定点权重增长值,通过提高p的值可以增加选中指定点的概率。

2.2 信息素更新策略

为了尽快靠近最优解,笔者采用只有最优蚂蚁才能释放信息素的策略,同时为避免路径上的信息素浓度出现两极分化导致算法停滞现象出现,采用MMAS系统对信息素进行更新^[9],按照式(10)将边 (i, j) 在l代的信息素浓度限定在 $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$ 内。

$$\tau(i, j)^{l+1} = \begin{cases} \tau_{\min}, \tau(i, j)^{l+1} < \tau_{\min} \\ (1 - \rho)\tau(i, j)^l + \Delta\tau(i, j)_{\text{best}}, \tau(i, j)^{l+1} \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}] \\ \tau_{\max}, \tau(i, j)^{l+1} > \tau_{\max} \end{cases} \quad (10)$$

$\rho \in (0, 1]$ 是信息素挥发系数, $\tau(i, j)^l$ 是边 (i, j) 在l代时的信息素值。 $\Delta\tau(i, j)_{\text{best}} = F(s_{\text{best}})$ 表示最优蚂蚁经过边 (i, j) 时信息素的改变量,其中 $F(x) = \frac{\sum_{i=2}^{n-1} \sum_{k=1}^m r_i y_{ik}}{\sum_{i=2}^{n-1} \sum_{k=1}^m t_i y_{ik}}$ 表示解对应的收益与解对应时间比值。本算法中,混合采用局部最优规则和全局最优规则,每15次循环取局部最优解 s_{ik} ,其余则采取全局最优解 s_{bs} 。

2.3 限定信息素浓度策略

式(11)、式(12)表示信息素浓度最大最小值的计算公式,其中 $F(s_{bs})$ 是全局最优对应的收益时间比,n是客户数量,avg是每只蚂蚁在构建解的每一步中面临的不同选择的平均数,文中取 $avg = n/2$, P_{best} 为蚂蚁一次搜索到最优解的概率参数。

$$\tau_{\max} = \frac{F(s_{bs})}{\rho} \quad (11)$$

$$\tau_{\min} = \frac{(1 - \sqrt[n]{P_{\text{best}}})}{(avg - 1) \sqrt[n]{P_{\text{best}}}} \times \tau_{\max} \quad (12)$$

2.4 路径构建策略

串行法利用候选链表以串行的方式构造m条路径。令起点终点固定,为了探索更多路径,每只蚂蚁的第1步随机选择顶点,再按照伪随机比例规则[式(11)、式(12)]计算的概率依次选择下一个顶点,直到没有可行点就直接达到终点。

伪随机比例规则体现了蚁群算法是带有正反馈的随机搜索算法。随机性体现在位于城市i的蚂蚁选择下一个将要到达的城市j时,取 $q \in [0, 1]$ 的随机数,如果 $q \leq q_0$ 则利用先验知识式(13)选择最优的边,否则按式(14)计算的概率选择最优边。参数

q_0 表示利用先验知识与探索新路径之间的相对重要程度,取 $q_0=0.2$ 。

$$J=\begin{cases}\tau(i,j)^{\alpha}\cdot\eta(i,j)^{\beta},q\leq q_0\\p(v_{j+1}=v\mid\tau),\text{else}\end{cases}\quad(13)$$

$$p(v_{j+1}=v\mid\tau)=\begin{cases}\frac{\tau(i,j)^{\alpha}\cdot\eta(i,j)^{\beta}}{\sum_{l\in G_j}\tau(i,j)^{\alpha}\cdot\eta(i,j)^{\beta}},v_{j+1}\in F_j\\0,\text{else}\end{cases}\quad(14)$$

式(14)体现了蚁群算法的正反馈性,假设第 j 步时可行点集为 F_j ,依概率从 F_j 中选择一个顶点 v_{j+1} ,其中 α 和 β 是参数,用来控制信息素和启发因子的相对重要程度。

2.5 最优解优化策略

笔者采取 2-opt 对最优解进行进一步优化,2-opt 属于局部搜索算法,对问题进行求解时将任意两元素位置对调,每一步对调两元素就获得一个新的可行解,将可行解代入目标函数所得解与最优解进行比较,取较优者为新的最优解,如此反复得到最终最优解。

3 数值算例

某二级代理商给客户配送货物需从一级代理商处(表 1 中 1 点,图 1 中正方形)提货出发,货物配送完成后再回到自己公司(表 1 中 32 点,图 1 中菱形)。由于配送时间有限,客户只能部分配送,剩余的将在下个时间段接着配送。30 个客户的坐标值、服务时间及收益值明细见表 1,所有客户收益和 $R=4\,920$ 。其中客户 5、客户 20 虽然耗时较长、收益也较少,无指定点约束时可能访问不到,但客户 5 与该二级代理商有长期合作关系是重要客户,客户 20 是潜在客户,配送时必须配送,因此指定点集 $S=[5,20]$ (图 1 中圆包星)。

本文算法基于 MATLAB 实现。在实验中算法各参数设置如下:蚂蚁数量 $m=20$,最大循环次数 $NC_{\max}=200$,最长时间限制 $T_{\max}=100$,指定点权重参数增长值 $p=0.005$,蚂蚁一次搜索到最优解的概率 $P_{\text{best}}=0.05$,信息素重要程度 $\alpha=1$,启发因子重要程度 $\beta=1$,信息素挥发率 $\rho=0.2$ 。笔者对比讨论无指定点约束和带指定点集约束时配送车辆数为 2、3、4 辆时的求解情况。

表 1 各客户坐标、服务时间和收益值

Table 1 Coordinates, serve time and profits of customers

No.	X	Y	服务时间	收益值	备注
1	40	50	0	0	一级代理商
2	25	60	0.5	250	客户
3	22	55	0.5	100	客户
4	20	50	0.5	180	客户

(续表 1)

No.	X	Y	服务时间	收益值	备注
5	20	60	0.4	50	客户
6	20	45	0.5	200	客户
7	18	25	0.5	200	客户
8	15	25	0.5	400	客户
9	15	60	0.3	80	客户
10	10	35	0.2	60	客户
11	14	40	0.2	70	客户
12	8	10	0.3	80	客户
13	8	45	0.4	200	客户
14	50	40	0.4	100	客户
15	55	45	0.4	100	客户
16	22	40	0.3	200	客户
17	10	20	0.2	150	客户
18	10	45	0.4	80	客户
19	40	10	0.3	300	客户
20	45	10	0.5	70	客户
21	42	35	0.4	100	客户
22	40	15	0.3	200	客户
23	30	15	0.3	60	客户
24	35	35	0.3	300	客户
25	30	25	0.2	200	客户
26	60	17	0.3	100	客户
27	35	42	0.3	180	客户
28	24	20	0.2	250	客户
29	16	30	0.2	260	客户
30	40	40	0.4	190	客户
31	25	32	0.5	210	客户
32	32	28	0	0	二级代理商公司

配送关系分布见图 1,假设各客户间的路上时间与各客户间距离比率为 1。

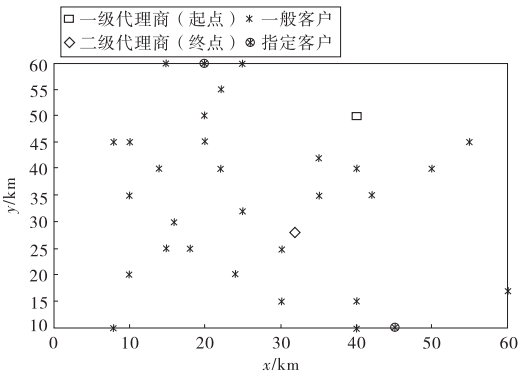


图 1 配送关系分布

Fig.1 Scatter of customers

以下所示算例均在 CPU2.53 GHz、内存 2 GB 的计算机上连续进行 10 次运算。

3.1 无指定点集约束

路径数为 2 时,求出的最大收益值均为 3 530。路径 1 为:1→2→16→11→13→10→29→8→7→25→32;路径 2 为:1→27→30→24→22→19→23→28→31→32。两条路径耗时分别为 $t_1=95.730\,0$ 、 $t_2=86.540\,0$ 。

路径数为3时,求出的最大收益值均为4 480。路径1为:1→21→24→25→28→17→8→7→29→31→32;路径2为:1→27→30→15→14→22→19→23→32;路径3为:1→16→6→4→3→2→18→13→11→32。3条路径耗时分别为 $t_1 = 87.8300$ 、 $t_2 = 94.0700$ 、 $t_3 = 94.9200$ 。

路径数为4时,求出的最大收益值均为4 920,此时所有点均已遍历。路径1为:1→6→16→29→7→8→17→12→28→25→32;路径2为:1→27→24→30→21→20→19→22→23→32;路径3为:1→4→3→2→5→9→13→18→11→10→31→32;路径4为:1→15→14→26→32。4条路径耗时分别为 $t_1 = 93.6500$ 、 $t_2 = 87.2700$ 、 $t_3 = 95.9800$ 、 $t_4 = 78.0500$ 。

由上可知,无指定点约束,路径数为2、3、4时形成的每条路径用时均在规定的最长时间限制 $T_{\max} = 100$ 内。无指定点集约束,路径数为2时的虚拟路径如图2,对应的最大收益值如图3。

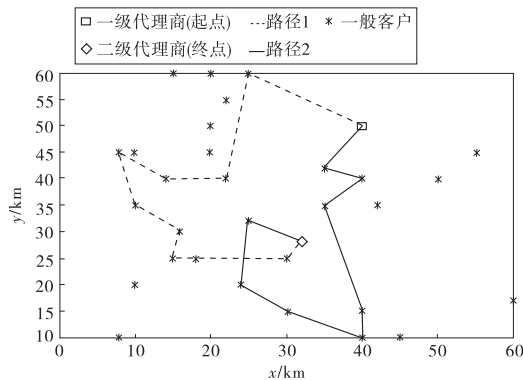


图2 无指定点集约束,路径数为2时虚拟路径

Fig.2 Virtual paths when there are 2 paths without specified point set

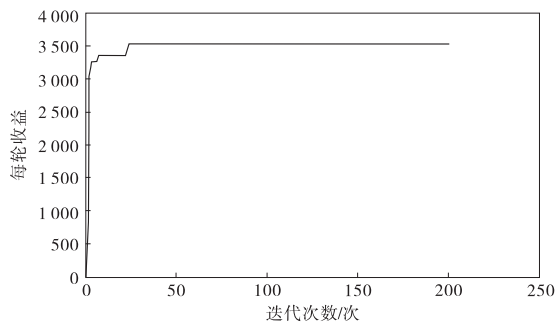


图3 无指定点集约束,路径数为2时最大收益值变化情况

Fig.3 Maximum profit when there are 2 paths without specified point set

3.2 带指定点集约束

路径数为2时,求出的最大收益值均为3 370。路径1为:1→2→5→3→4→6→16→24→27→30→21→25→32;路径2为:1→20→19→22→28→8→7→32,两条路径包含指定点集 $S = [5, 20]$,同时两条路径耗时分别为 $t_1 = 95.0600$ 、 $t_2 = 94.7000$ 。

路径数为3时,求出的最大收益值均为4 420。

路径1为:1→14→21→20→19→22→28→31→32;路径2为:1→30→27→24→29→8→17→7→25→32;路径3为:1→2→5→3→4→6→10→13→11→16→32,3条路径包含指定点集 $S = [5, 20]$,同时3条路径耗时分别为 $t_1 = 95.5900$ 、 $t_2 = 79.1800$ 、 $t_3 = 94.4900$ 。

路径数为4时,求出的最大收益值均为4 920,此时所有点均已遍历,相当于自身资源充足时不受指定点集的约束。路径1为:1→6→18→13→10→17→12→32;路径2为:1→27→16→11→29→8→7→28→23→25→31→32;路径3为:1→30→14→15→26→20→19→22→32;路径4为:1→2→5→9→3→4→24→21→32。4条路径耗时分别为 $t_1 = 98.0000$ 、 $t_2 = 91.2100$ 、 $t_3 = 97.3500$ 、 $t_4 = 82.3900$ 。

由上可知,带指定点约束,路径数为2、3、4时形成的每条路径用时均在规定的最长时间限制 $T_{\max} = 100$ 内。带指定点集约束,路径数为2时的虚拟路径如图4,对应的最大收益值如图5。

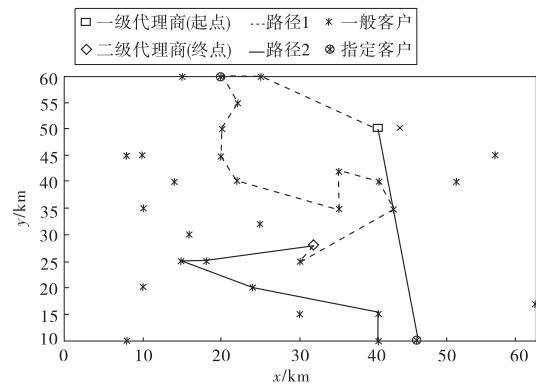


图4 路径数为2,带指定点集约束时虚拟路径

Fig.4 Virtual paths when there are 2 paths with the specified point set

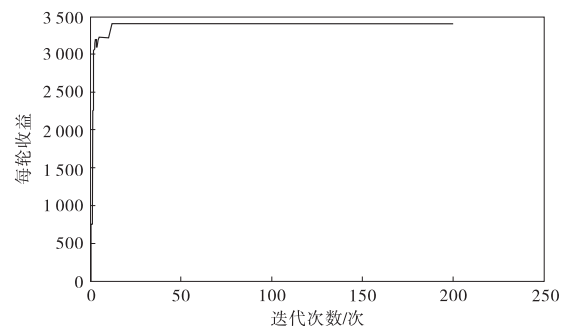


图5 路径数为2,带指定点集约束时最大收益值变化情况

Fig.5 Maximum profit when there are 2 paths with specified point set

与无指定点集约束问题比较,通常带指定点集优化路径总收益比无指定点集约束问题优化路径总收益少,但无指定点集约束问题优化路径可能未包含重要客户(文中带指定点集路径总收益比无指定点集约束问题路径总收益少,但无指定点集约束问题优化路径未包含重要客户5与潜在客户20,而带

指定点集问题优化路径包含客户5与客户20)。这说明在无指定点集约束情况下优化路径有可能未包含企业希望服务的客户,而指定点集提供了这一保障。这表明了研究带指定点集问题的必要性。

图6为各种情况下连续计算10次计算用时图,其中无指定点约束路径数为2时用“2无”简称,带指定点约束路径数为2时用“2带”简称,以此类推。

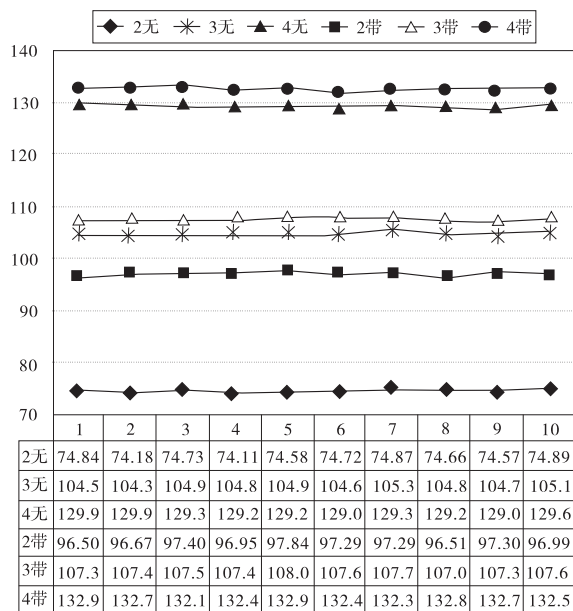


图6 各种情况下连续10次计算用时

Fig. 6 Spending time of 10 consecutive computation in every condition

从不同路径情况下计算结果来看,不同路径数下算法10次计算优化结果相同,说明算法具有很高的计算稳定性;而从计算用时来看(图6),算法10次计算时间差在2s左右,表明算法计算时间的稳定性,而图3、图5最大收益值变化过程图也表明最大收益值随算法寻优过程得到了很好的增加。从不同路径数下无指定点集约束与带指定点集优化结果来看,无指定点集约束问题优化收益通常不小于带指定点集问题优化收益,但在不能保证为所有客户提供服务的情况下,无指定点集约束问题优化结果可能未包含企业希望服务的客户,而带指定点集问题优化结果避免此种情况的出现。这实际上可以理解为企业指定了一些必需服务到的客户后进行路径优化可能会以收益损失为代价。但这也表明企业在考虑长期利益等情况下形成的带指定点集问题研究的重要意义。在路径数为4时,无指定点集约束与带指定点集问题优化收益相同,这实际上是必然,因为

当所有客户都能被服务情况下,指定必需服务的客户必然被包含其中。

4 结 语

笔者从TOP问题入手,讨论了一类有服务时间限制的带指定点集的团队定向问题,建立了有时间限制的带指定点集的团队定向问题的模型,设计了带2-opt的最大最小蚂蚁系统的蚁群优化算法。算例表明了本文提出的算法计算结果稳定性好,对于解决带指定点集的团队定向问题可以给出满意的优化解,验证了算法的有效性。通过对比相同路径数时带指定点约束和无指定点约束的求解,表明了实际应用中,解决团队定向问题时考虑带指定点集具有重要现实意义。

进一步的工作可以考虑在算法的改进研究、参数的优化设置和增加约束条件等方面开展。

参考文献(References):

- [1] Chao I, Golden B, Wasil E. Theory and methodology—the team orienteering problem[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 88: 464-474.
- [2] Vansteenwegen P, Souffriau W, Oudheusden D V. The orienteering problem: a survey[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 209(1): 1-10.
- [3] 柯良军, 章鹤, 尚可, 等. 一类求解带时间窗的团队定向问题的改进蚁群算法[J]. 计算机科学, 2012, 39(4): 214-216.
Ke Liangjun, Zhang He, Shang Ke, et al. Improved ant colony optimization approach for the team orienteering problem with time windows[J]. Computer Science, 2012, 39(4): 214-216.
- [4] Lin S W, Yu V F. A simulated annealing heuristic for the team orienteering problem with time windows[J]. European Journal of Operational Research, 2012, 217(1): 94-107.
- [5] Lin S W. Solving the team orienteering problem using effective multi-start simulated annealing[J]. Applied Soft Computing, 2013, 13(2): 1064-1073.
- [6] Nacima L, Renata M, Jan M, et al. The team orienteering problem with time windows: an LP-based granular variable neighborhood search[J]. European Journal of Operational Research, 2012, 220(1): 15-27.
- [7] Souffriau W, Vansteenwegen P, Berghe G V, et al. A path relinking approach for the team orienteering problem[J]. Computers & Operations Research, 2010, 37(11): 1853-1859.
- [8] 段海滨. 蚁群算法原理及其运用[M]. 北京: 科学出版社, 2005: 33-38.
Duan Haibin. Ant Colony Algorithms: Theory and Applications[M]. Beijing: Science Press, 2005: 33-38.
- [9] Dorigo M, Stützle T. Ant Colony Optimization[M]. Cambridge, MA: MIT Press, 2004: 70-75.