列主元高斯消去法的实现

16020041057 吴敬宇　16090022049 曾𤴓

一．　实验名称：列主元高斯消去法的实现

二．　实验目的：

a. 验证奇异方程的求解问题。

b. 验证选主元对方程解的影响。

三．　实验内容及关键语句描写

本次实验要求我们用列主元高斯消去法来求出方程组的根。

先对程序进行分析：

首先先对程序的主要函数 line_gaozi()函数进行解释，函数代码如下。

首先是一些关键的变量的声明：

```
void line_gaozi()
{
    double A[3][4] =
    {
        {2,-1,3,1},
        {4, 2,5,4},
        {1, 2,0,7}
    };
    double x[3];
    double N = 3;
    double temp;
    double SUM=0;
```

一个二维数组 A[ ][ ]用来存储关于方程组的增广矩阵。

一维数组 x[ ] 用来储存方程的解

N 为方程解的个数

```
for(int i=0;i<N-1;i++)    //完全主元素
{
    for(int j=i+1;j<N;j++)
    {
        if(A[i][i]>=A[j][i])
            continue;
        else
        {
            for(int k=i;k<N+1;k++)
            {
                temp = A[i][k];
                A[i][k] = A[j][k];
                A[j][k] = temp;
            }
        }
    }
    if(A[i][i]==0)
        printf("no unique solution!\n");
    for(int m=i+1;m<N;m++)
    {
        for(int n=i+1;n<N+1;n++)
            A[m][n]=A[m][n]-((A[m][i]*A[i][n])/A[i][i]);

    }
}
```

接着开始进行列主元的行列式变化。首先在前两个 for 循环中，先找寻主对角线中的每一列是不是列对角占优的，如果每一列的对角线上的元素 A[i][i] 大于等于这一列上的所有元素，如果是，那么继续判断下一列，直到最后一列；如果不是，那么交换两列元素，即用一个 for 循环进行两列元素的交换。

在进行每一列主元变换的时候要判断当前的列的对角线上的元素是否为 0，如果为 0，那么这个方程是无解的，如果方程有解，那么在进行消元的过程，即截图最后的一个 for 循环来进行消元，让每一列的方程未知解都减少一个，一直到最后只剩下一个方程组。然后进行回代过程，回代过程的函数如下：

```
for(i=N-1;i>=0;i--)  //回代
{
    x[i]=(A[i][3]-SUM)/A[i][i];
    SUM = 0;
    int k = i-1;
    for(int j=i-1;j<N-1;j++)
    {
        SUM = SUM+x[++k]*A[i-1][k];
    }
}
```

在回代过程中，我们只需要按照倒序将每一个函数的解不停的循环解出即可，并且将结果存储在 x[] 数组中，最后再将解输出出来即可。下面就是输出函数

```
cout<<"所求解分别为"<<endl;
for(int num = 0;num<N;num++)
{
    printf("%.3lf",x[num]);
    cout<<endl;
}
```

那么接下来我们对于书上的列子进行一个测试，例子如下：

$$
\begin{cases}
2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\
4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4 \\
x_1 + 2x_2 = 7
\end{cases}
$$

这个是书上的结果，程序结果如下：

```
所求解分别为
9.000
-1.000
-6.000
Press any key to continue
```

我们进行验证可以发现，这个结果是正确的，接下来，我们再通过书上的一个例子来检验选主元对于方程的影响以及奇异方程的求解问题。书上的例子如下：

$$
\begin{cases}
10^{-5}x_1 + x_2 = 1 \\
x_1 + x_2 = 2
\end{cases}
$$

在我编写的验证函数中，只有消元以及回代的过程，并没有选择对角占优的过程，结果输出如下：

```
不进行行变换所求解分别为
1
0
所求解分别为
1.000
1.000
Press any key to continue
```

我们通过这个结果与书上的结果进行检验，发现结果是一致的，这也同时验证了选择主元素对于高斯消去法来说是十分重要的，如果不进行主元素的选择，有可能使结果有较大程度的偏差，同时这也是奇异方程的求解思路之一。

我们接着用matlab来验证一下以上两个方程的列主元高斯消去法的求解答案，比较一下结果是否是正确的。以下便是对应的关于列主元高斯消去法的求解代码

```
A=input('输入系数矩阵A:');
b=input('输入b向量（按行向量）：');
B=[A b'];
n=length(b);
RA=rank(A);
RB=rank(B);
zhica=RB-RA;
if zhica>0,
    disp('请注意：因为RA~=RB，所以此方程组无解.\n')
    return
end
if RA==RB
    if RA==n
        fprintf('请注意：因为RA=RB=%d，所以此方程组有唯一解.\n',n)
        X=zeros(n,1);
        for p=1:n-1
            t=find(abs(B(p:end,p))==max(abs(B(p:end,p))))+p-1;
            if abs(B(t,p))~=abs(B(p,p))
                l=B(t,:);
                B(t,:)=B(p,:);
                B(p,:)=l;
            end  %列主元判断
            for k=p+1:n
                m= B(k,p)/ B(p,p);
                B(k,p:n+1)= B(k,p:n+1)-m* B(p,p:n+1);
            end
        end
        b=B(1:n,n+1);%把方程组系数矩阵A化为同解的上三角矩阵
        A=B(1:n,1:n);
        X(n)=b(n)/A(n,n);
```

```
        b=B(1:n,n+1);%把方程组系数矩阵A化为同解的上三角矩阵
        A=B(1:n,1:n);
        X(n)=b(n)/A(n,n);
        for q=n-1:-1:1
            X(q)=(b(q)-sum(A(q,q+1:n)*X(q+1:n)))/A(q,q);
        end
        disp(X(:,1))%从xn至x1逐个求解上三角方程组
    else
        disp('请注意：因为RA=RB<n，所以此方程组有无穷多解.')
        return
    end
end
```

接下来我们看一下最后的结果：

```
输入系数矩阵A：[2,-1,3;4,2,5;1,2,0]
输入b向量（按行向量）：[1,4,7]
请注意：因为RA=RB=3，所以此方程组有唯一解.
     9
    -1
    -6
```

可以看出结果是正确的，所以这次试验也就正确的完成了

四． 实验心得

通过本次实验，我们验证了列主元高斯消去法的正确性以及选择正确主元对于求解的影响以及奇异方程的求解问题。收获很大。通过编程，是我对于整个列主元高斯消去法的过程有了更加深刻的体会，在今后的应用的时候会显得更加的得心应手，此外，对于验证方程正确性时对于 MATLAB 的编写，也使我对于 MATLAB 的编写有了更加深刻的理解，相信在以后的MATLAB使用中会更加的熟练。