数值分析第二次实验

16020041057 吴敬宇
16090022049 曾趸

一. 实验名称：牛顿插值算法的实现

二. 实验目的：

a. 验证插商的基本性质；

b. 比较拉格朗日插值与牛顿插值的插值结果；

c. 验证差分与插商的关系。

三. 实验内容和程序关键语句描写：

本次实验要求我们编程实现牛顿插值并用金字塔形来表示每一步的差商。

首先先初始化 x 与 y，这里我们定义了一个 douoble x[]的数组，并用函数 f（double x[]）来表示要计算的函数。然后我们用一个**二维数组来存储计算出来的差商**。

```
#include<iostream>
using namespace std;
const int N = 100;

double diff[N][N];      //diff[i][j] 代表 i阶差商 j代表第几个数
double x[6] = {0,0.5,1,1.5,2,2.5};

double f(double x)
{
    return x*x;
}
```

并且为了计算数组的长度方便，我们写了一个**模板函数**用来计算给出数组的长度 length。

```
template<class T>
int length(T& arr)
{
    return sizeof(arr) / sizeof(arr[0]);
}

int tim = length(x);
```

由于我们是两个人分工编写，所以我们编写了**两个计算差商的方法**，分别是计算出每一个差商，另一个是用书上的数学归纳法所得出来的公式进行计算的最终差商的函数，这两个函数如下：

```
void check()
{
    for(int i=0; i<tim; i++)
    {
        for(int j=0; j<tim-i; j++)
        {
            printf("%llf ",diff[i][j]);
        }
        printf("\n");
    }
}

void chashang2()
{
    for(int i=0; i<tim; i++)    //tim代表阶数
    {
        diff[0][i] = f(x[i]);
    }
    for(i=1; i<tim; i++)    //i阶差商值
    {
        for(int j=0; j<tim-i; j++)    //
        {
            diff[i][j] = ( diff[i-1][j+1] - diff[i-1][j] ) / ( x[j+i] - x[j] );
        }
    }
    printf("\n");
    check();
}
```

上图是分开计算每个小差商，最后用金字塔形表现出来的函数。其中 check()函数是输出函数，diff 是之前定义的存放差商的二维数组。

```
double chashang1(double x[],int n)
{
    double result = 0;
    double temp;
    for(int k = 0;k < n+1;k++)
    {
        temp = 1;
        for(int j = 0; j < n+1;j++)
        {
            if(j == k) continue;
            temp = temp * (x[k]-x[j]);
        }
        result = result + f(x[k])/temp;
    }
    return result;
}
```

上图是直接计算 1，2....，n 阶差商的方法，用的便是书上是用数学归纳法证出的公式。

当每一阶的差商都算好以后，接下来就可以算出牛顿的插值公式了，根据公式编出程序 pn（x）如下：

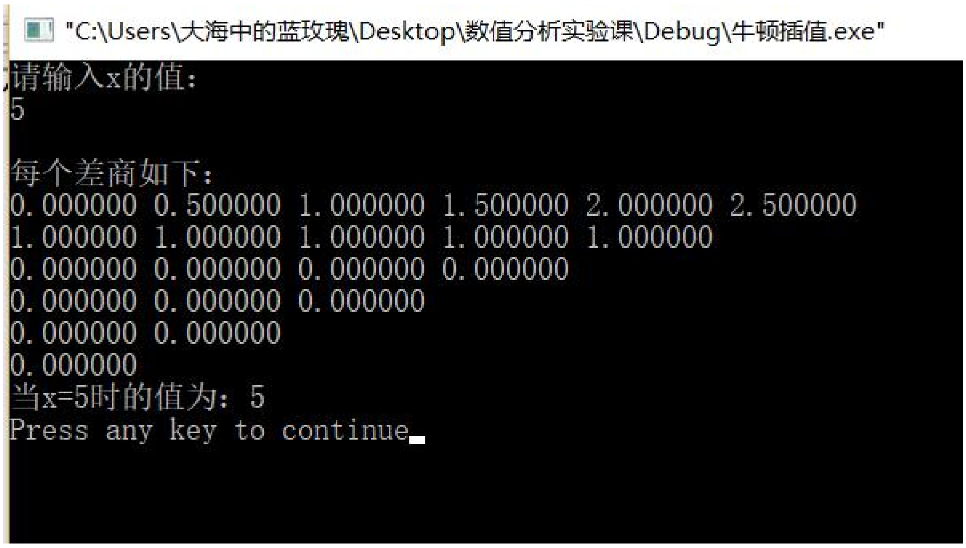
```
double pn(double t, double x[],int n)
{
    double ans=0;
    for(int i=0; i<n; i++)
    {
        double temp=1;
        for(int j=0; j<i; j++)
        {
            temp*=(t-x[j]);
        }
        ans += temp*chashang1(x,i);
    }
    return ans;
}
```

最后将主函数编写完成，整个代码部分完成，接下来开始检验。

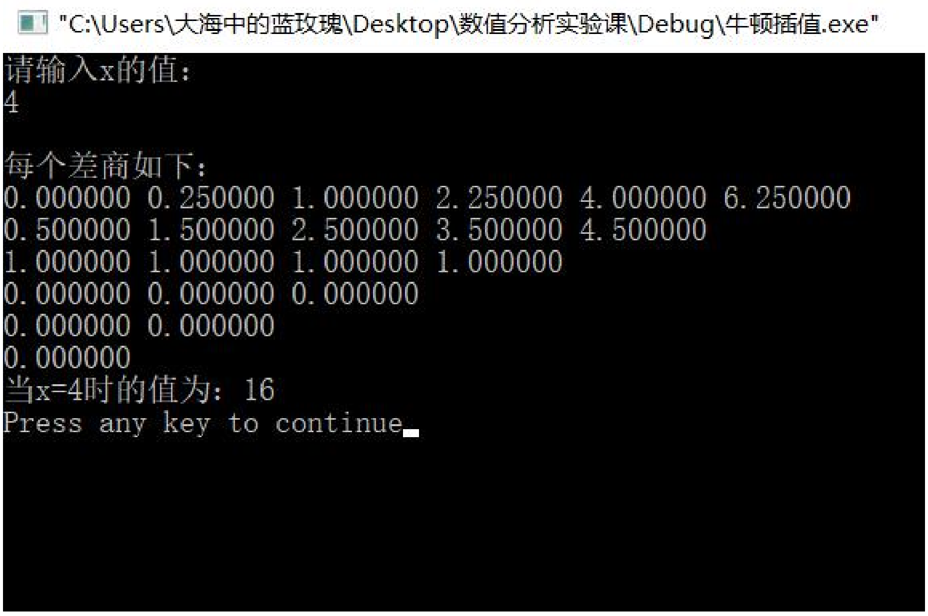
```
int main()
{
    double ans ;
    int l = length(x);
    chashang2();
    ans = pn(3,x,l);
    cout<<ans<<endl;
    return 0;
}
```

四． 实验结果：

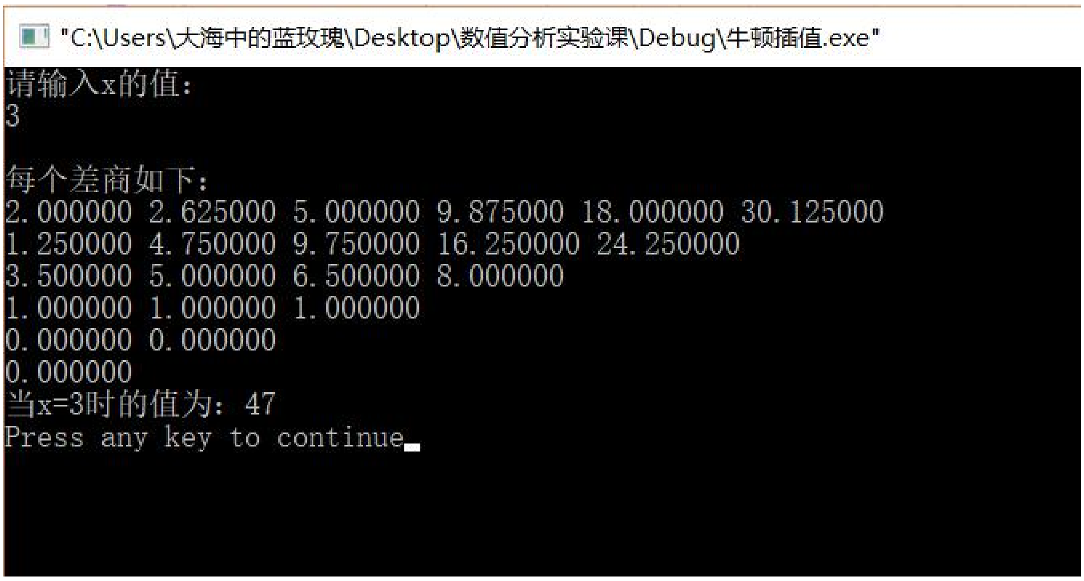
我们先用了一组较为简单的数据 y=x，求 x=5 时 y 的值来计算它的准确性。



此时我们计算出 x=5 时 y=5，答案正确，且每个商差的值也正确。我们继续改变，让 y=x*x。求 x=4 时 y 的值来检验：



最后我们用 y=x*x*x+2*x*x+2，来计算当 x=3 的值。



通过多次验证发现，我们的结果都是正确的，说明程序的正确性通过了考验，也同时验证了牛顿插值公式的正确性。

五． 心得体会：

本次实验让我们有着很深的体会。首先便是程序的编写与算法，我们都知道要用书上的公式来编写算法，由于书上给出了两个公式，所以我们两个人分别写了一个公式的算法，并用相同的数据进行检验，得到了同样的结果，说明结果相同算法可能不同，并且，通过这次实验我们变更的数来分析，发现牛顿插值方法比拉格朗日插值更加的精确，所差距的值不会很大。同时，这节课上我们也遇到了很多的困难，比如金字塔形的数据难以计算，计算需要思考很多地方，有的时候稍微疏忽就会导致错误等，但在两个人的通力配合下还是完美的完成了本次实验。