

arima函数的bug

- ❖ 问题：上节课我们拟合中国纱产量序列，拟合模型是准确的，但预测结果不准确（同样的问题也出现在例5.9中国农业实际国民收入指数序列的预测中）
- ❖ 这是因为arima函数存在一个系统性bug。它在拟合模型的时候，会直接忽略漂移项。比如：

$$x_t = \phi_0 + x_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$\Rightarrow \nabla x_t = \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim WN(\phi_0, \sigma^2)$$

- ❖ 实际上，拟合模型还应该拟合漂移项 ϕ_0 的估计值
- ❖ 如果忽视漂移项的估计，会导致该拟合模型预测时出现系统性偏差（预测值呈现平稳状态）

A background map of East Asia, showing the Korean Peninsula, Japan, and parts of China and Russia. The map is in a light blue and white color scheme, with a darker blue overlay at the bottom.

纠正方法

❖ 方法一

- 调用forecast包中的auto.arima函数
- 语法: `auto.arima(x)`

❖ 方法二

- 调用forecast包中的Arima函数
- 语法: `Arima(x,order=c(1,1,0),include.drift = T)`

本章结构

1. 疏系数模型
2. 季节加法**ARIMA**模型
3. 季节乘法**ARIMA**模型

疏系数模型

- ❖ ARIMA(p,d,q)模型是指d阶差分后自相关最高阶数为p，移动平均最高阶数为q的模型，通常它包含p+q个独立的未知系数：

$$\phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q$$

- ❖ 如果该模型中有部分自相关系数 $\phi_j, 1 \leq j < p$ 或部分移动平滑系数 $\theta_k, 1 \leq k < q$ 为零，即原模型中有部分系数省缺了，那么该模型称为疏系数模型。

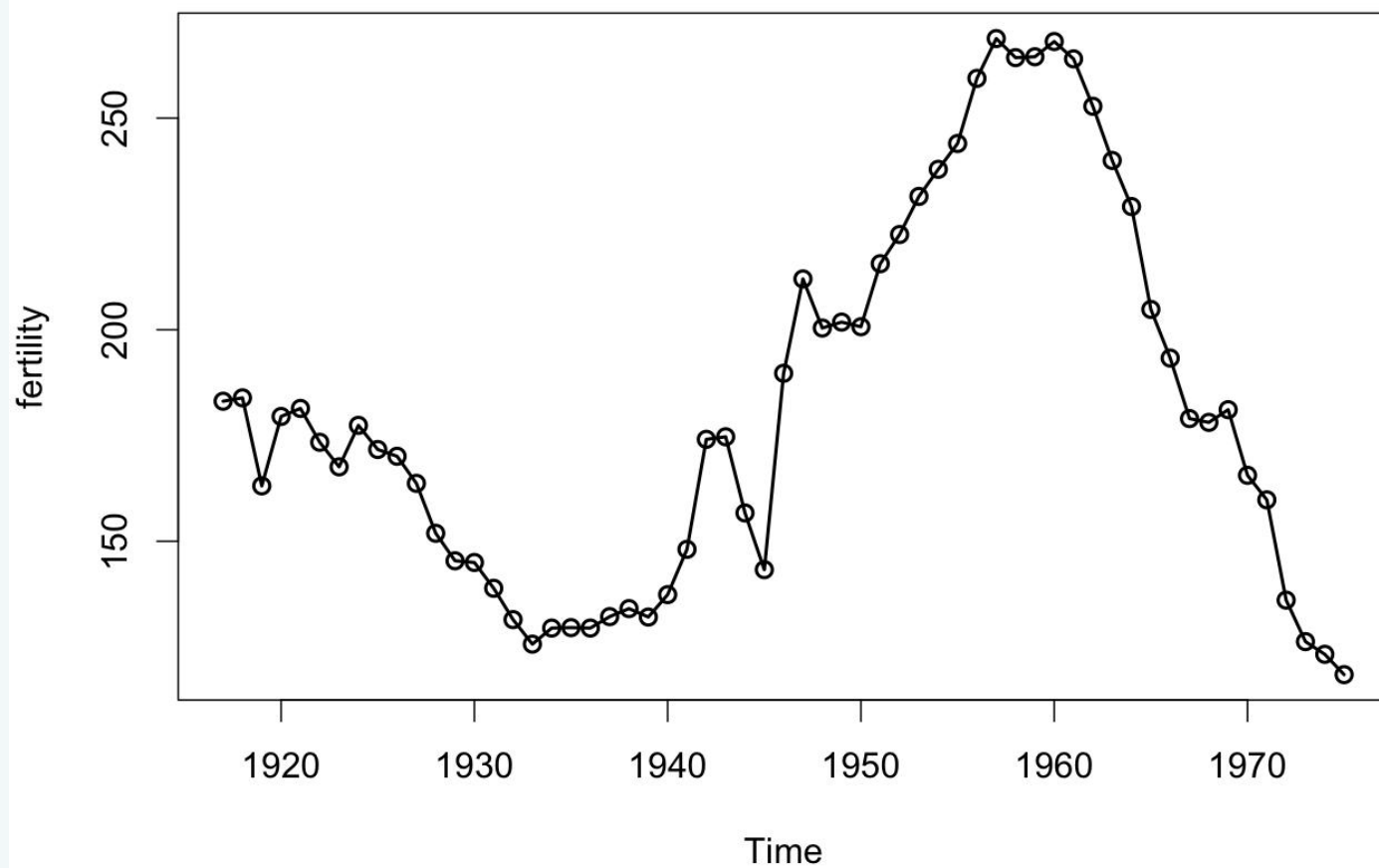
疏系数模型类型

- ❖ 如果只是自相关部分有省缺系数，那么该疏系数模型可以简记为 $ARIMA((p_1, \dots, p_m), d, q)$
 - p_1, \dots, p_m 为非零自相关系数的阶数
- ❖ 如果只是移动平滑部分有省缺系数，那么该疏系数模型可以简记为 $ARIMA(p, d, (q_1, \dots, q_n))$
 - q_1, \dots, q_n 为非零移动平均系数的阶数
- ❖ 如果自相关和移动平滑部分都有省缺，可以简记为

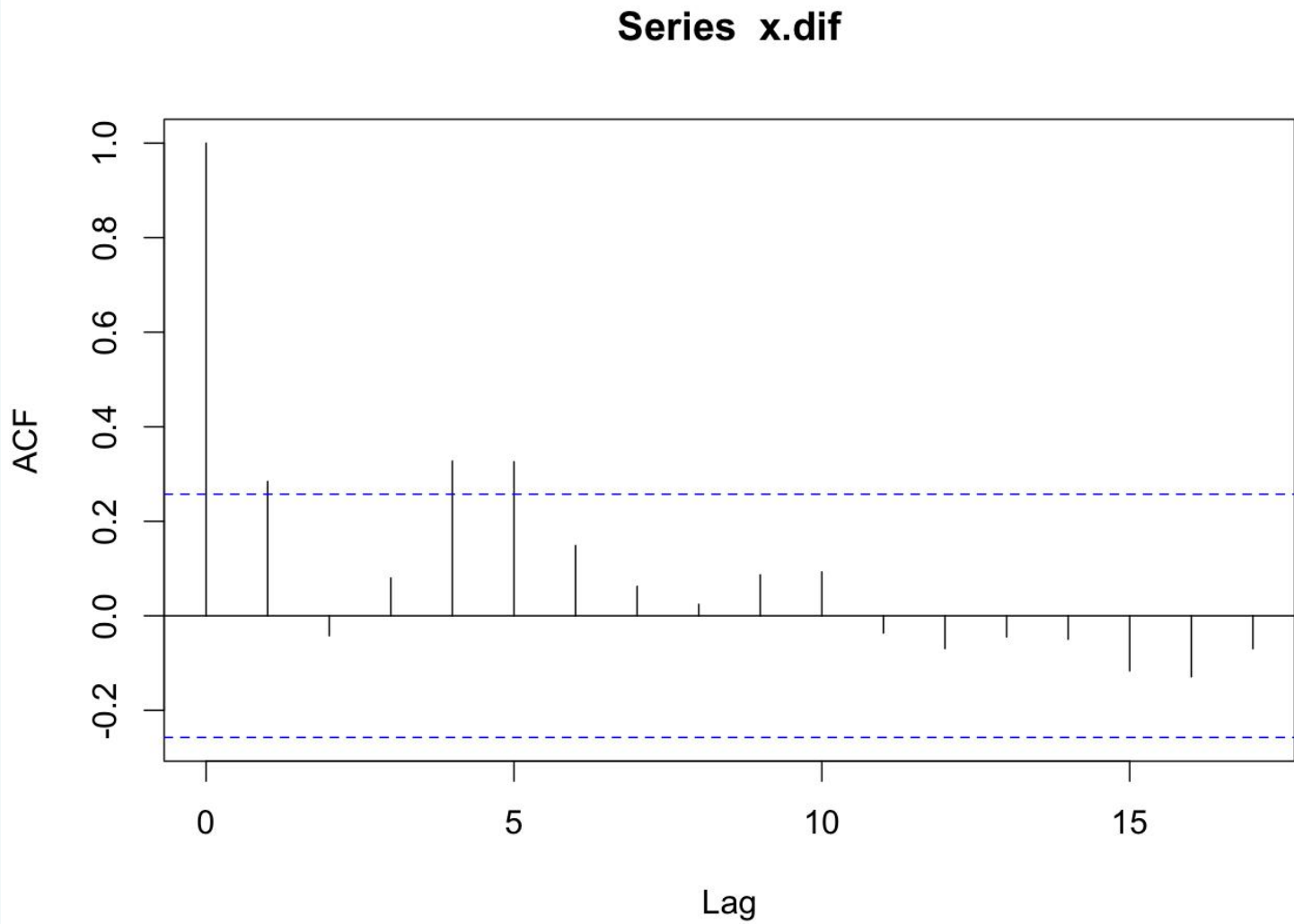
$$ARIMA((p_1, \dots, p_m), d, (q_1, \dots, q_n))$$

例5.10

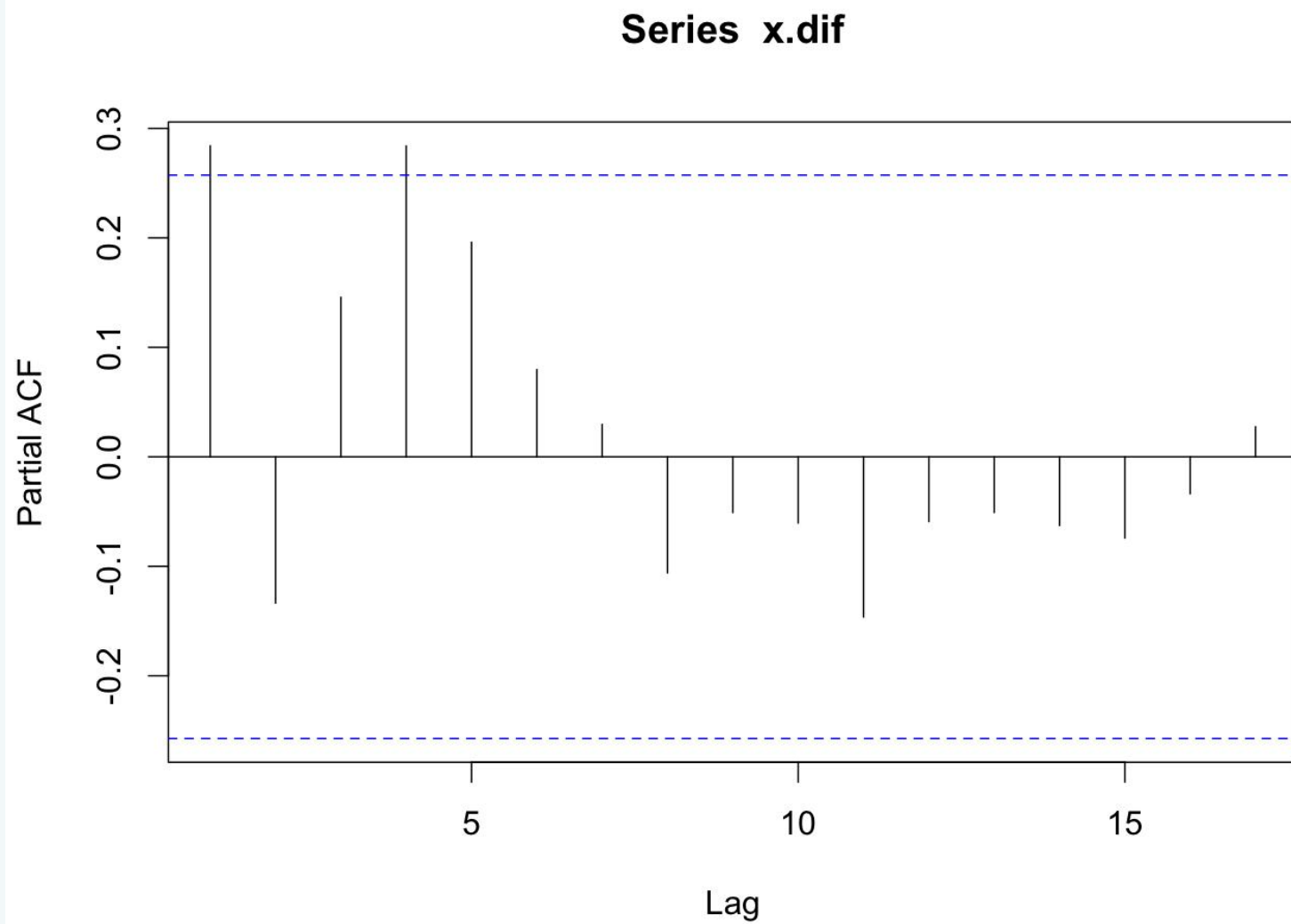
❖ 对1917年—1975年美国23岁妇女每万人生育率序列建模



自相关图



偏自相关图



建模

❖ 定阶

- ARIMA((1,4),1,0)

❖ 参数估计

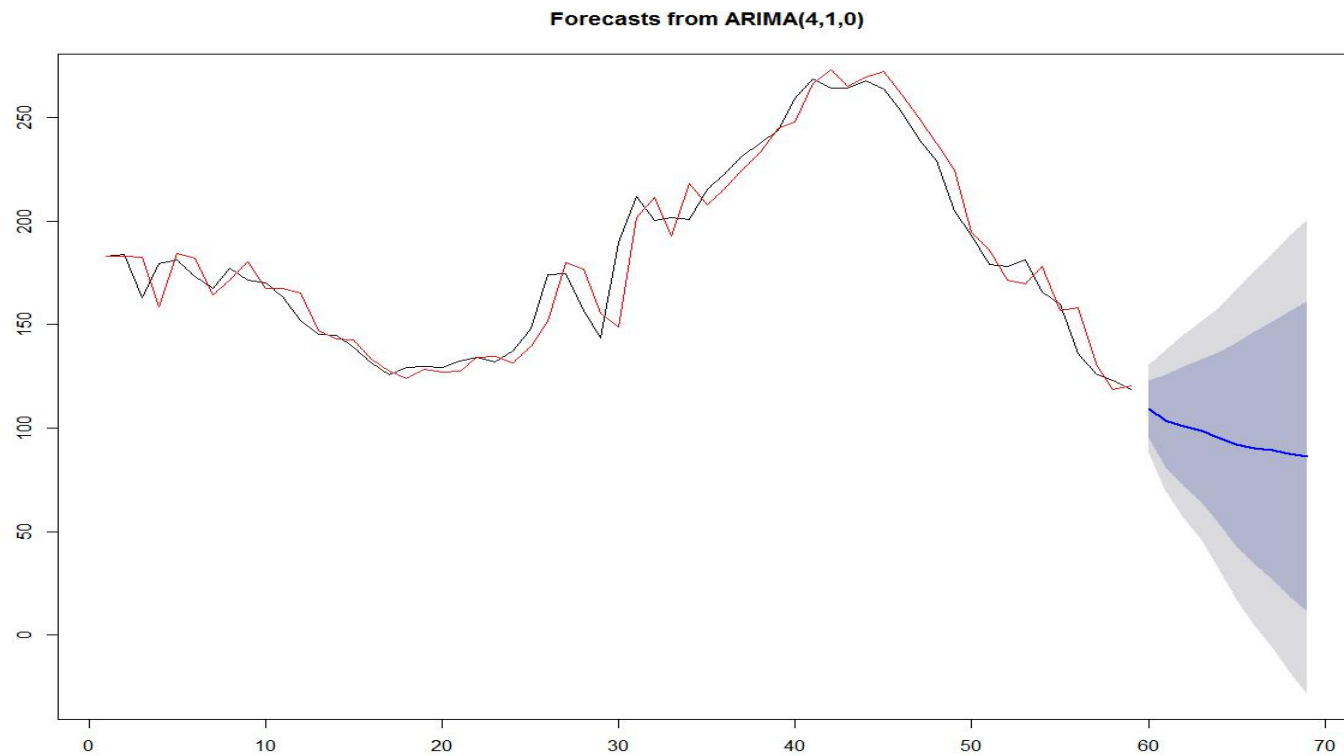
$$(1-B)x_t = \frac{1}{1-0.2583B-0.3408B^4} \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim N(0,118.2)$$

❖ 模型检验

- 模型显著
- 参数显著

模型预测



本章结构

1. 疏系数模型

2. 季节加法**ARIMA**模型

3. 季节乘法**ARIMA**模型

The background of the slide features a detailed map of East Asia, including parts of China, Korea, and Japan. The map is rendered in a blue-toned, slightly faded style, showing geographical features like coastlines, rivers, and major cities. It serves as a decorative backdrop for the text.

ARIMA季节模型

❖ 季节加法模型

- 季节步长差分之后，可以将季节性提取干净
- 这说明季节和趋势之间没有复杂的交互影响，类似于季节与趋势之间的加法关系

❖ 季节乘法模型

- 季节步长差分之后，不能将季节性提取干净
- 这说明季节和趋势之间有复杂的交互影响，类似于季节与趋势之间的乘法关系

季节加法模型

- ❖ 季节加法模型是指序列中的季节效应和其它效应之间是加法关系

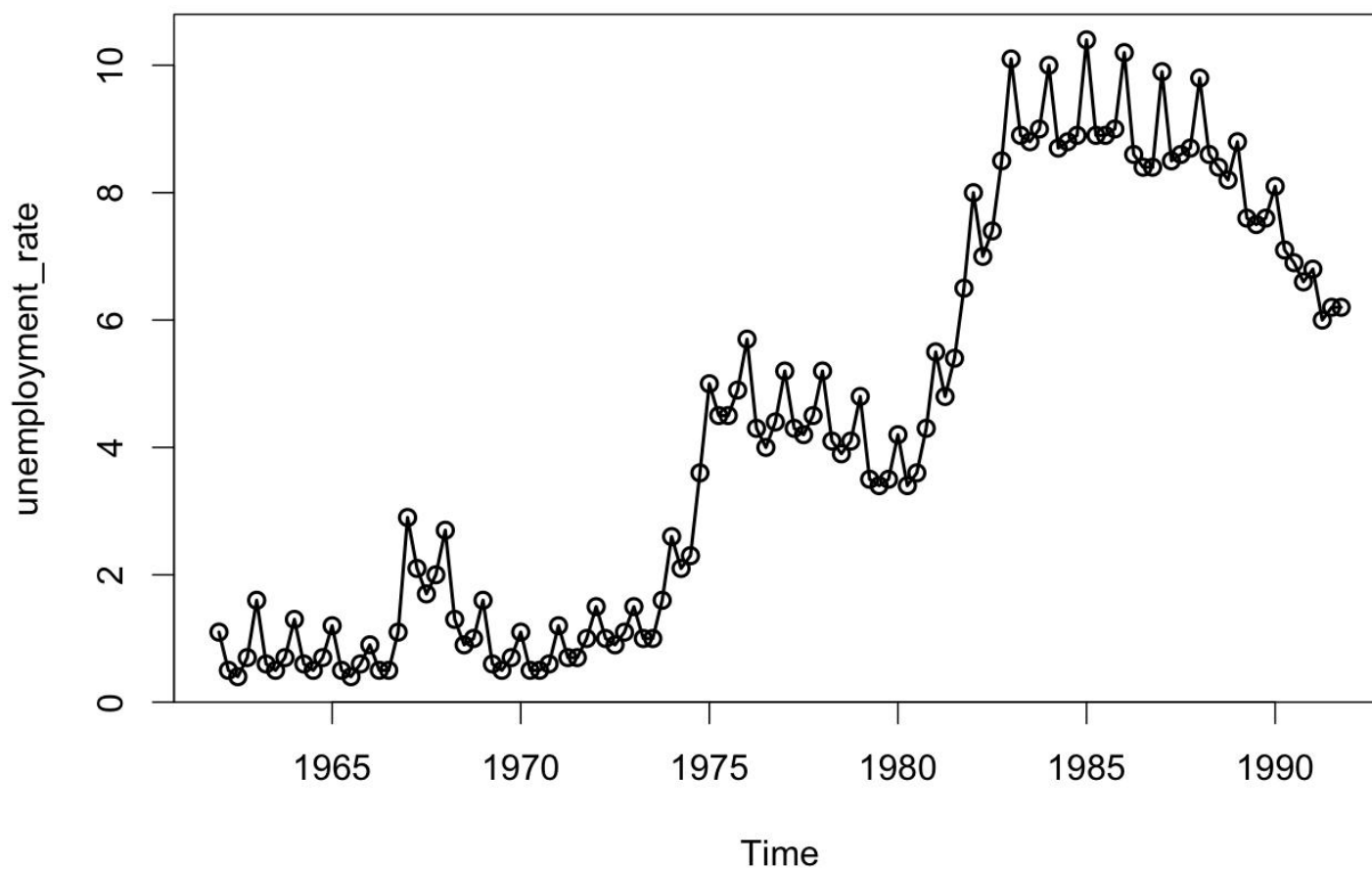
$$x_t = S_t + T_t + I_t$$

- ❖ 季节加法模型通过简单的趋势差分、季节差分之后序列即可转化为平稳，它的模型结构通常如下

$$\nabla_D \nabla^d x_t = \frac{\Theta(B)}{\Phi(B)} \varepsilon_t$$

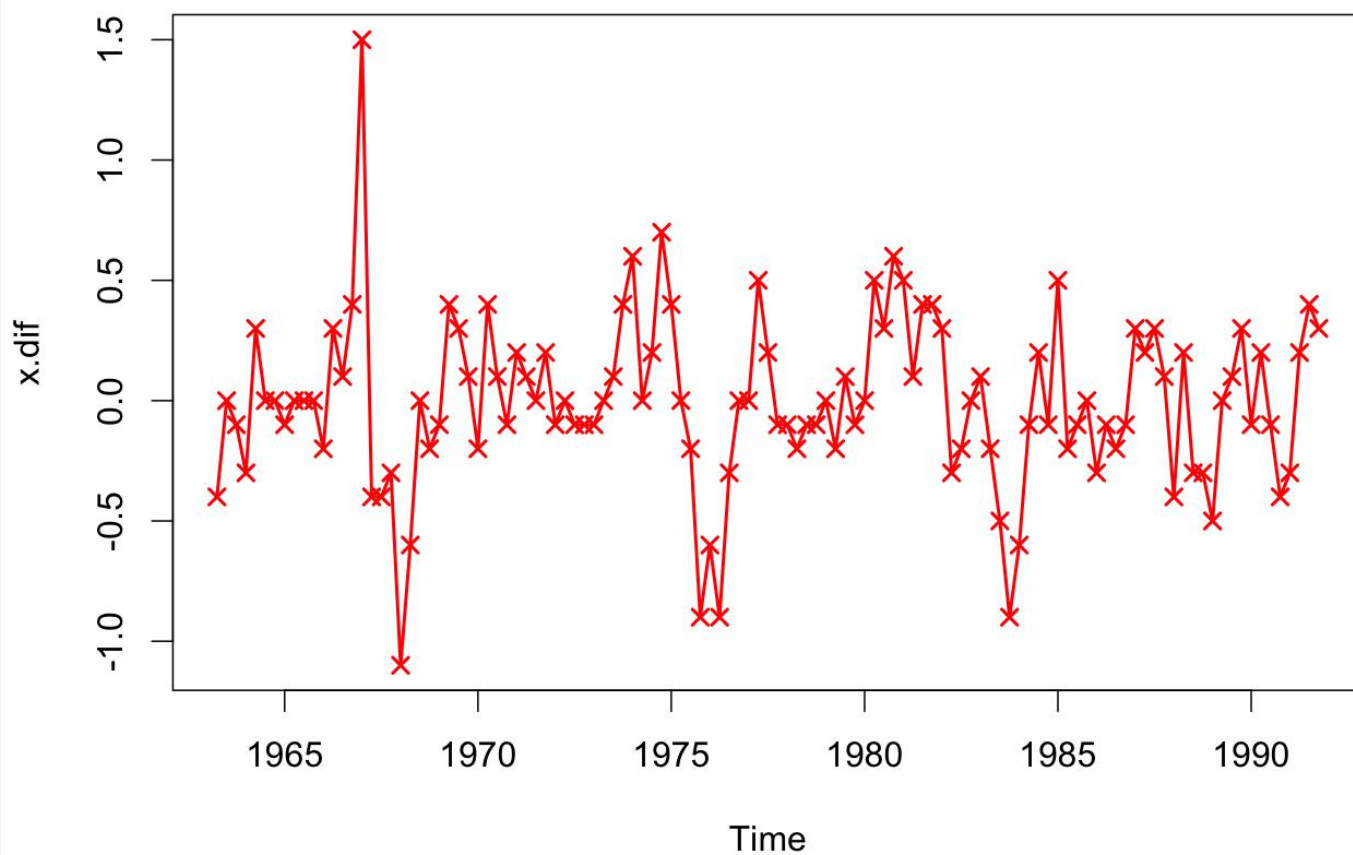
例5.11

❖ 拟合1962——1991年德国工人季度失业率序列



差分平稳

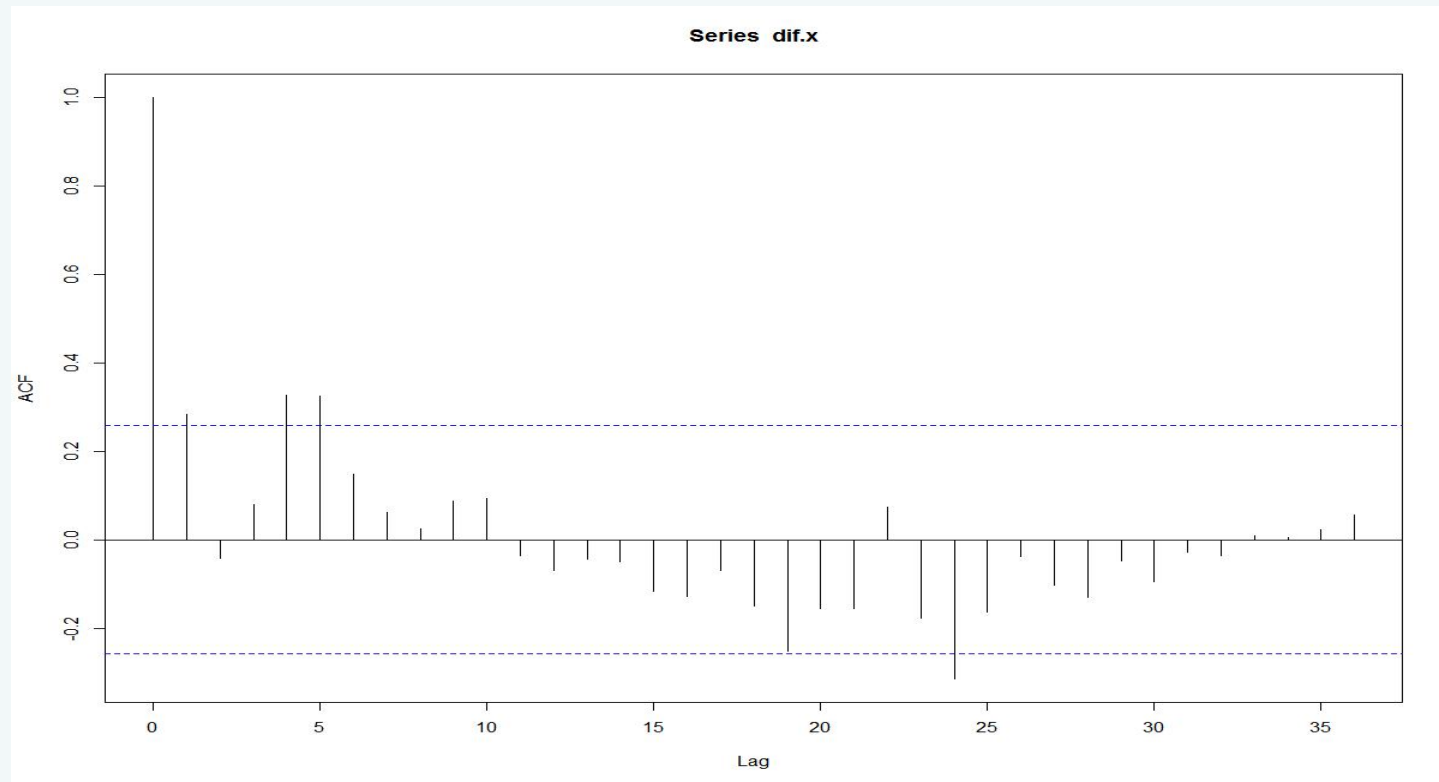
- ❖ 对原序列作一阶差分消除趋势，再作4步差分消除季节效应的影响，差分后序列的时序图如下



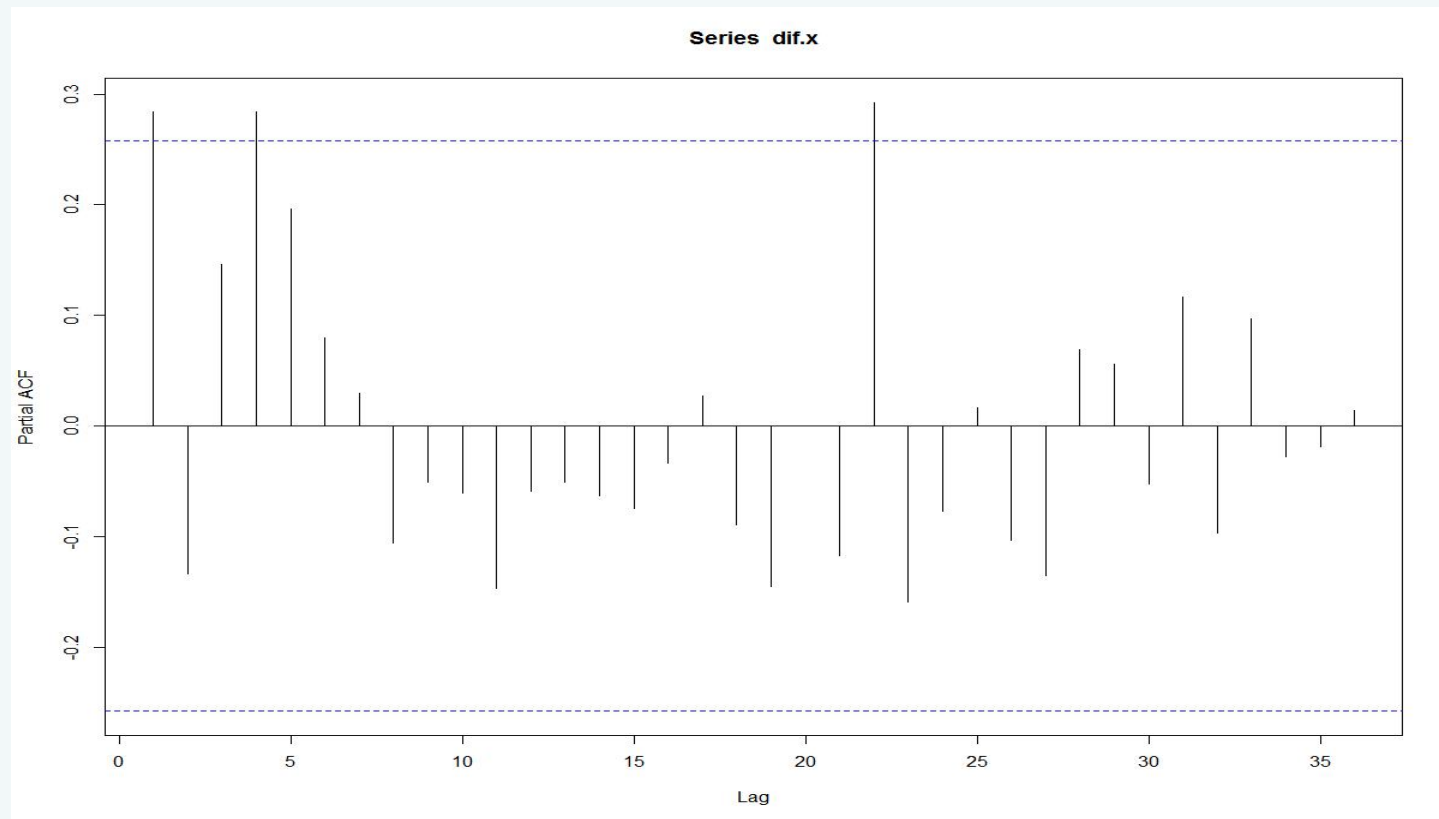
白噪声检验

延迟阶数	χ^2 统计量	P值
6	43.84	<0.0001
12	51.71	<0.0001
18	54.48	<0.0001

差分后序列自相关图



差分后序列偏自相关图



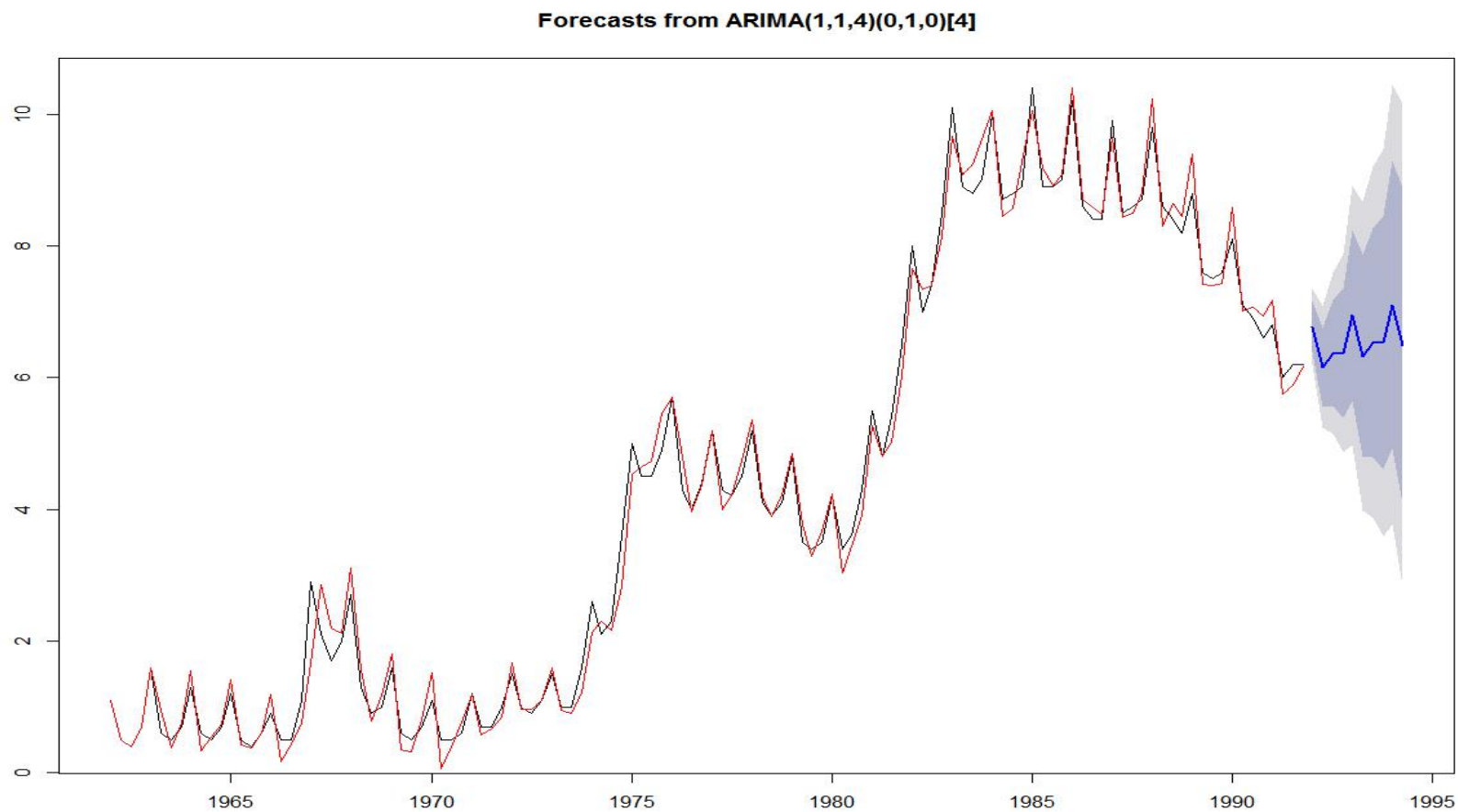
模型拟合

- ❖ 定阶：1阶4步差分后，拟合AR(1,4)疏系数模型
- ❖ 记作： $ARIMA((1,4),(1,4),0)$ 或 $ARIMA((1,4),1,0)(0,1,0)[4]$
- ❖ 参数估计

$$(1-B)(1-B^4)x_t = \frac{1}{1-0.4449B+0.272B^4} \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, 0.09266)$$

拟合效果图



本章结构

1. 疏系数模型

2. 季节加法**ARIMA**模型

3. 季节乘法**ARIMA**模型

季节乘积模型

❖ 使用场合

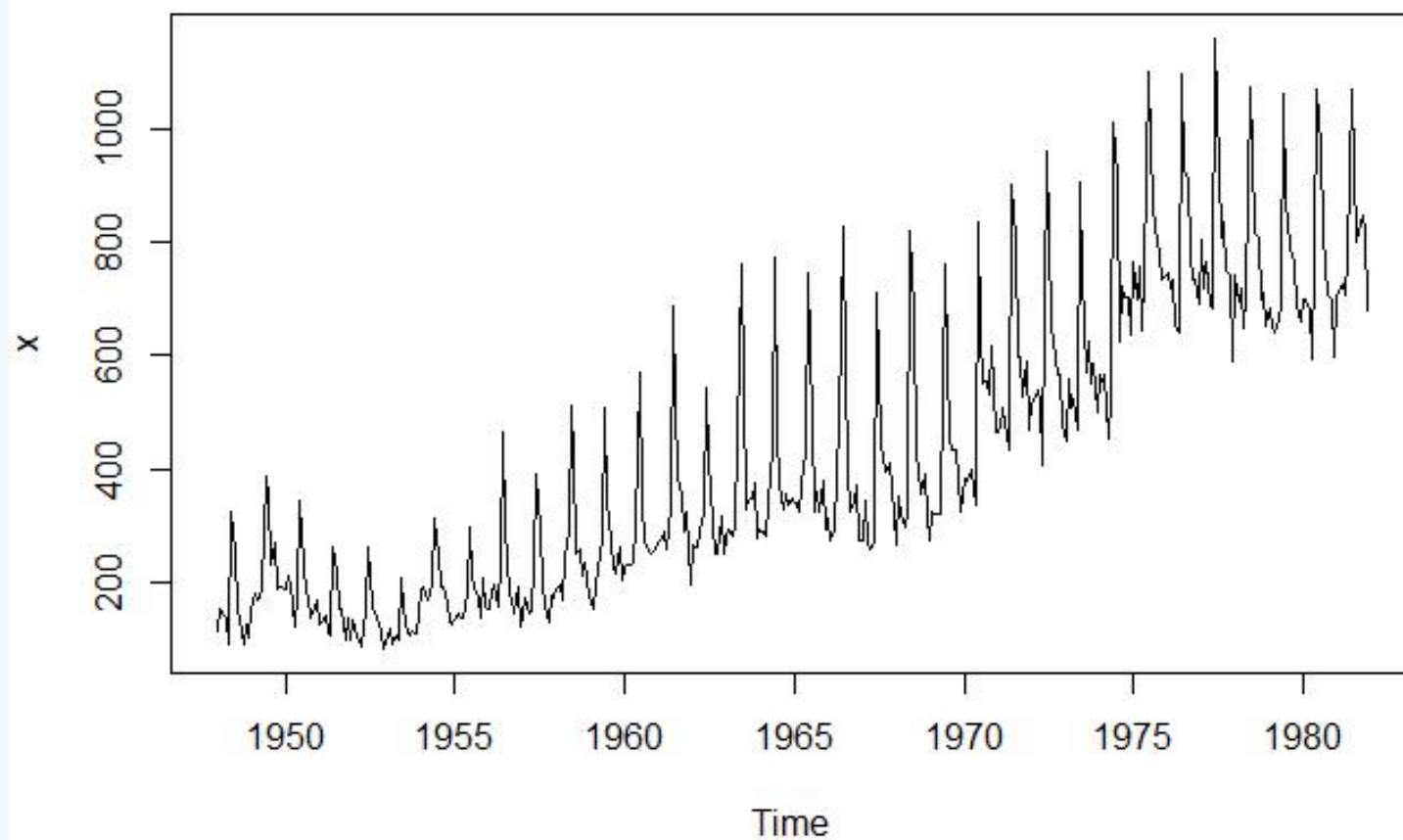
- 序列的季节效应、长期趋势效应和随机波动之间有着复杂地相互关联性，简单的季节加法模型不能充分地提取其中的相关关系

❖ 构造原理

- 短期相关性用低阶ARMA(p,q)模型提取
- 季节相关性用以周期步长S为单位的ARMA(P,Q)模型提取
- 假设短期相关和季节效应之间具有乘积关系，模型结构如下

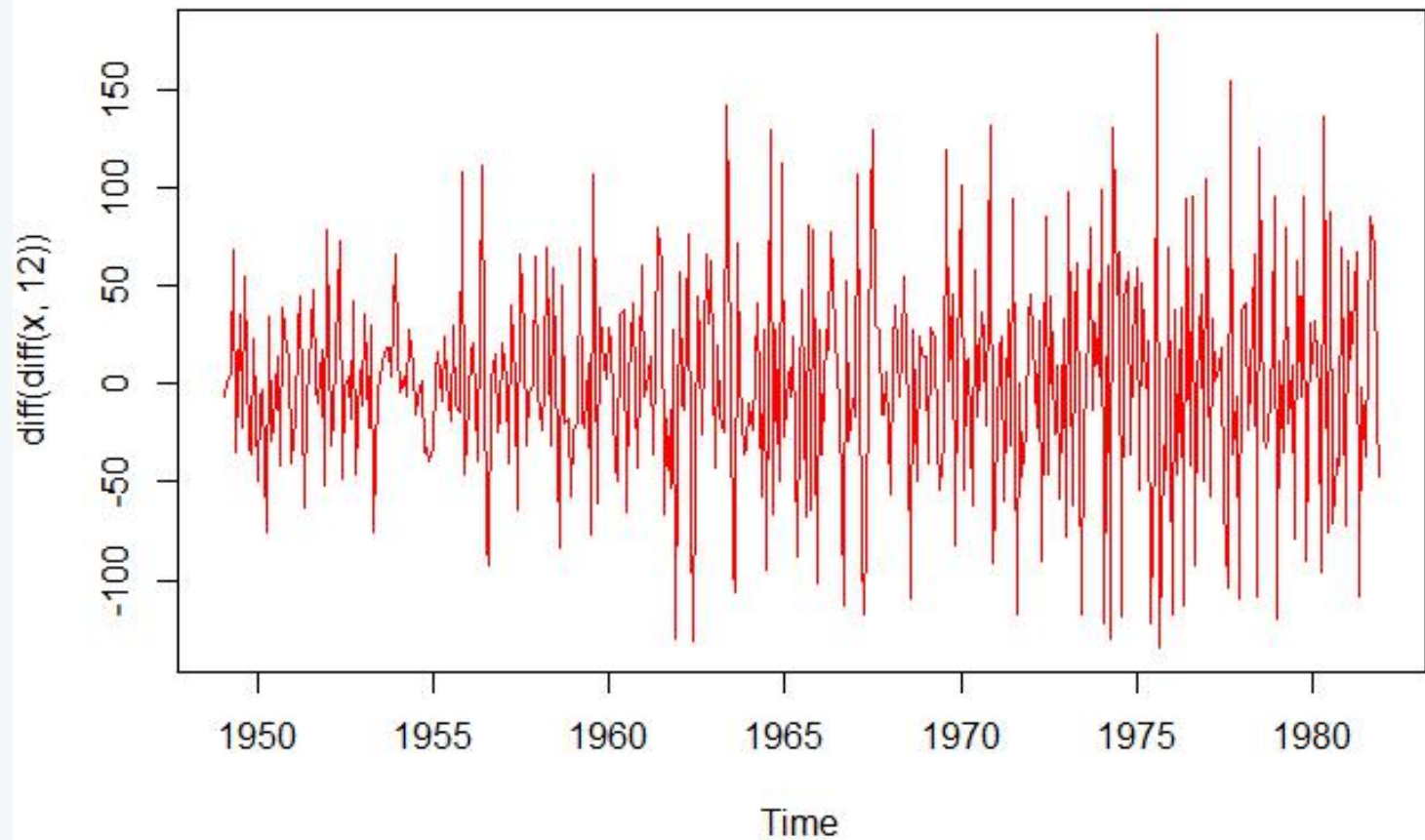
$$\nabla^d \nabla_S^D x_t = \frac{\Theta(B) \Theta_S(B)}{\Phi(B) \Phi_S(B)} \varepsilon_t$$

例5.12 :拟合1948——1981年美国女性月度失业率序列

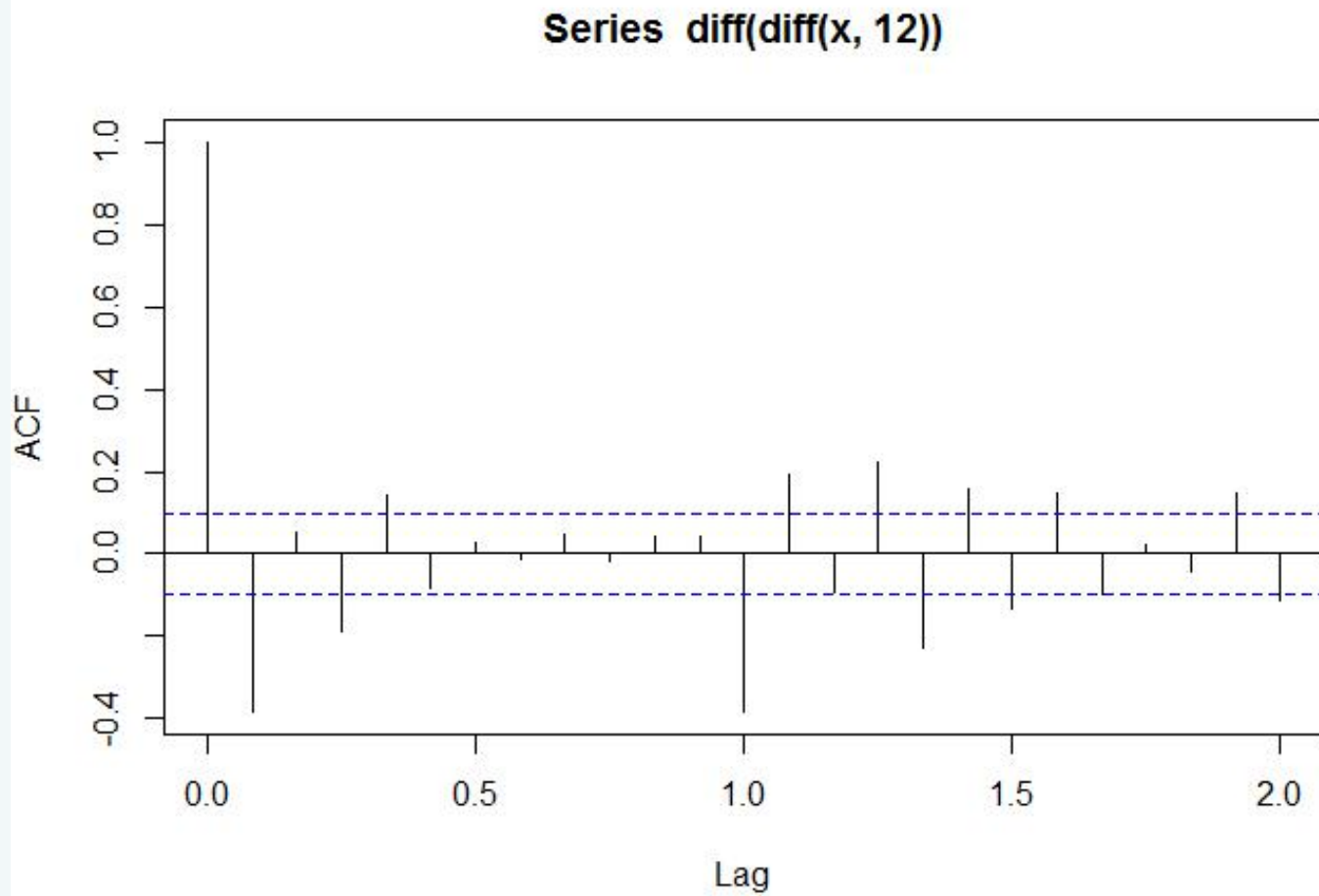


差分平稳

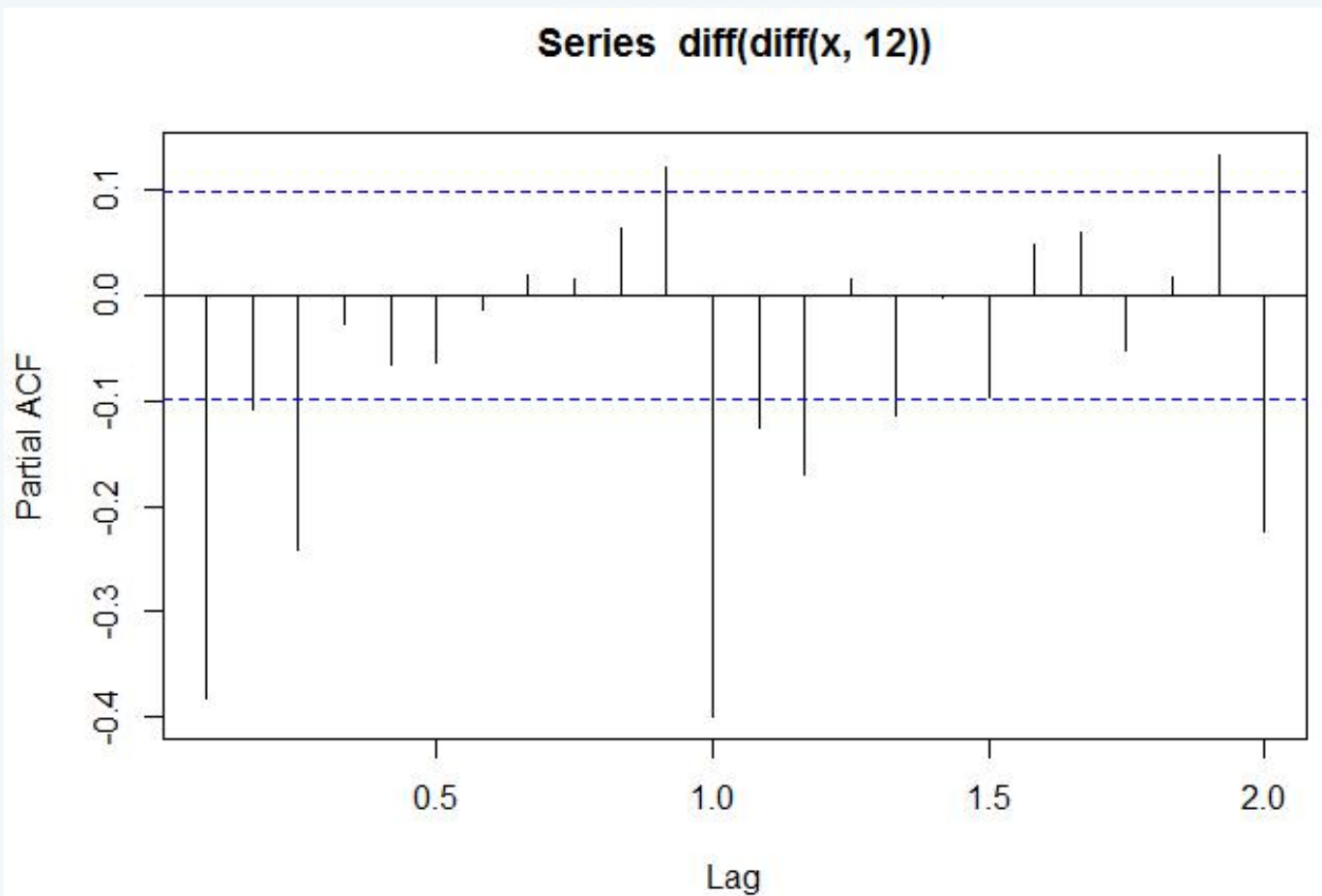
❖ 一阶、12步差分



差分后序列自相关图



差分后序列偏自相关图



简单季节模型拟合结果

延迟阶数	拟合模型残差白噪声检验					
	AR(1,12)		MA(1,2,12)		ARMA((1,12),(1,12))	
	χ^2 值	P值	χ^2 值	P值	χ^2 值	P值
6	14.58	0.0057	9.5	0.0233	15.77	0.0004
12	16.42	0.0883	14.19	0.1158	17.99	0.0213
结果	拟合模型均不显著					

季节乘积模型拟合

❖ 模型定阶

- $ARIMA(1,1,1) \times (0,1,1)_{12}$

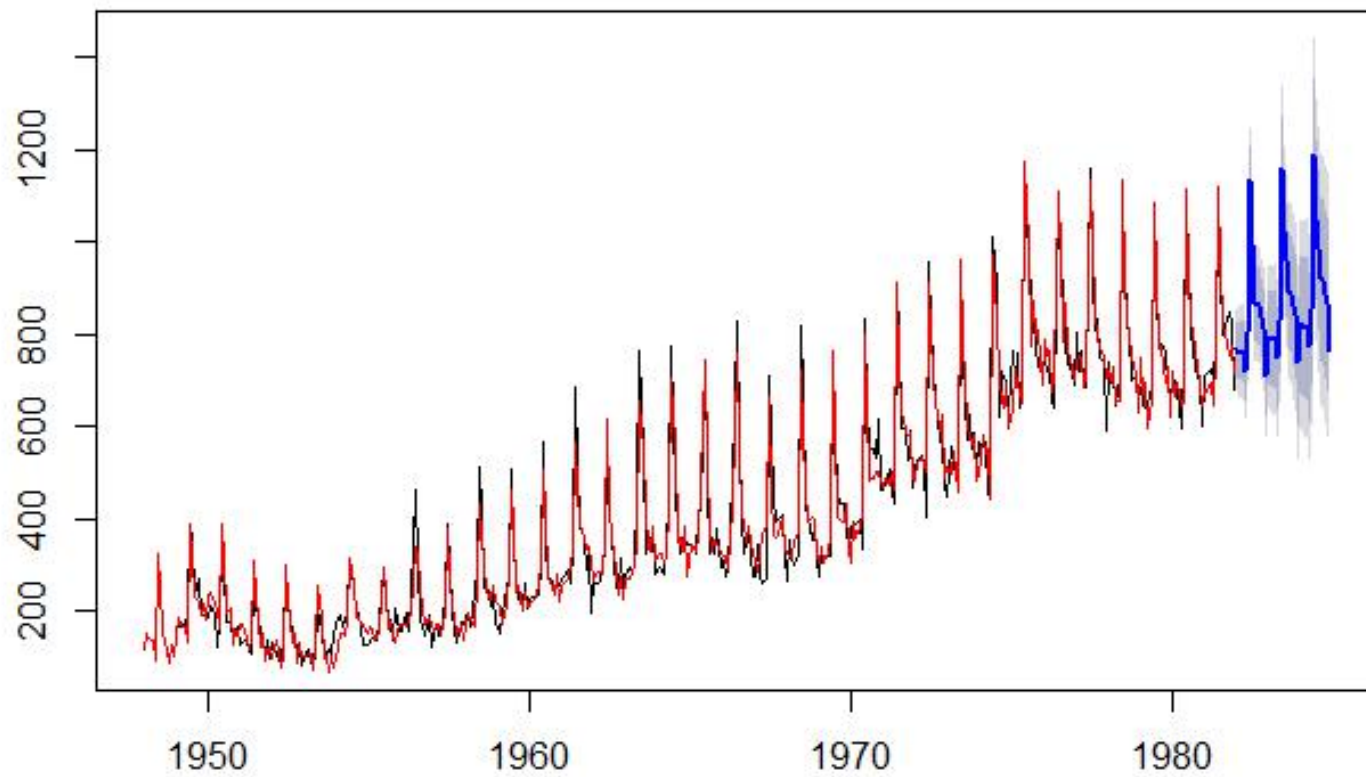
❖ 参数估计

$$\nabla \nabla_{12} x_t = \frac{1 + 0.6059B}{1 + 0.729B} (1 - 0.7918B^{12}) \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, 7444)$$

拟合与预测效果图

Forecasts from ARIMA(1,1,1)(0,1,1)[12]





谢谢！