

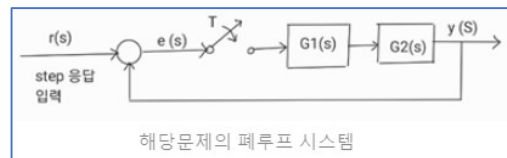
로봇센서응용 중간과제

기계금형공학과 20512036 정진교

[1] 이산 시간 시스템으로 변환

$$G(s) = \frac{5(s+1)}{s^4 + 17s^3 + 60s^2 + 5s + 5}$$

(1) ZOH, Tustin, Pole-zero match 각 방법을 적용하여 샘플 시간이 0.1, 1.0, 2.0 초 각각에 대하여 이산 시간 시스템을 구하는 경우에 대하여 단위 계단파(Step) 응답을 플롯하여 연속 시간 시스템과 비교하라. 단, 응답 시간을 50 초까지로 한다.



해당문제는 $r(s)$ 의 step함수가 입력으로 들어오고, 시간 T 에 대하여 연속시간(샘플시간=0s), 각 샘플시간 0.1s, 1.0s, 2.0s의 시간간격으로 샘플링되어, 전달함수 $G1(s)$ 를 통해 ZOH, Tustin, Pole-zero math 등의 방법이 적용되고, 전달함수 $G2(s)$ 를 통해 주어진 plant 함수인 $G(s) = 5(s+1)/(s^4+17s^3+60s^2+5s+5)$ 을 통과해 $y(s)$ 값이 출력된다. ($H(s)=1$ 인 루프)

이를 matlab으로 구현하면 그림1. 과같다.

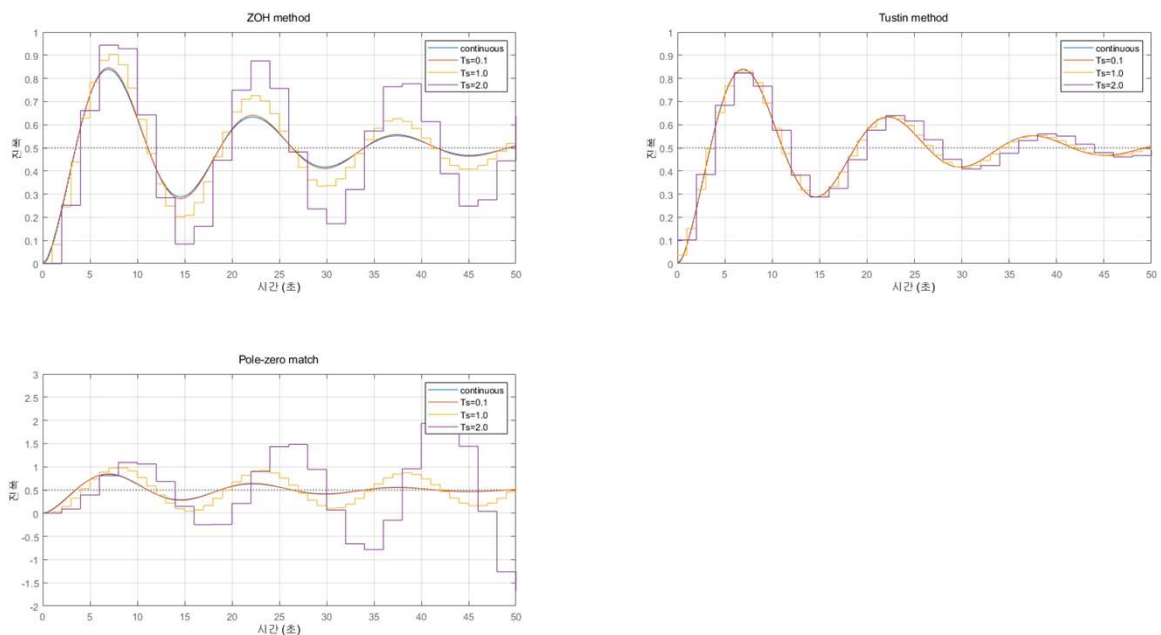


그림1. 각 방법을 Matlab으로 구현한 그래프

(2) 이 시뮬레이션을 통하여 느낀 점을 적어라.

Sine입력을 디지털로 어떻게 근사화 할것이나 사용하는 전달함수($G(s)$)의 종류에 따라 정해진다. 전체적으로 보면 T_s (샘플링주기)가 짧을 수록 continuous에 근사화 되는 것을 확인 할 수 있다.

Zero order holding 는 어떤 디지털 신호값이 주어진 뒤에 다음 신호가 들어올 때까지의 샘플링 주기 동안 그 값을 아날로그 신호값으로 전환하는 방법이다. 비교적 간단하지만 T_s 가 길어질 수록 continuous와 근사가 멀어지는 것을 확인할 수 있다.

Tustin은 사다리꼴 방법을 사용해 근사화를 하므로 최대한 sin파형에 가까운 값을 얻을 수 있는 것을 확인 할 수 있다. 다른 두방법과 비교해봤을 때 T_s 값이 커져도 cotinous의 파형을 잘 따라가는 것을 확인할 수있다.

Matched pole-zero 는 극점-영점 대응법으로 $s=1/T \ln Z$ 로 변환하여 $G(z)$ 와 $G(s)$ 의 극점,영점을 매칭 하는 방법이다. T_s 값이 클수록 발산하는 양상을 보이며, 확대한 그래프(그림2.) 를 비교해봤을 때는 다른 방법들에 비해 $T_s=0.1$ 일 때 continuous의 값과 거의 근사한 것을 확인할 수 있다.

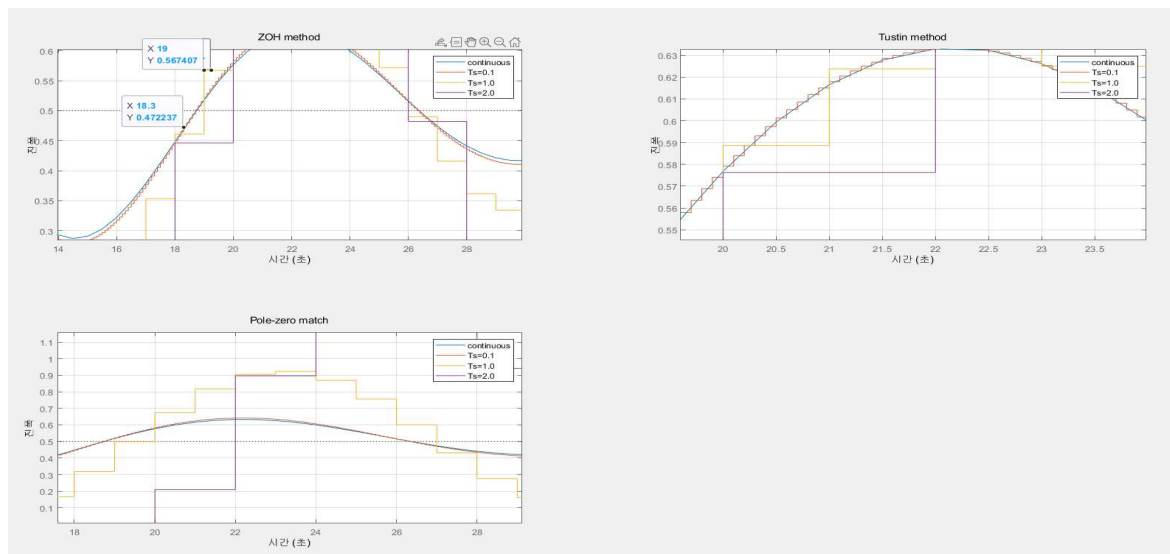


그림2. 각 방법plot를 확대한 그래프

[2] 디지털 저역 통과 필터

목표: 샘플링 주파수 $F_s = 1\text{kHz}$ 이고 cutoff 주파수 $F_c = 50\text{Hz}$ 인 저역 통과 디지털 필터를 만들고자 한다.

(1) 1차, 2차 3차 IIR Butterworth filter 를 각각 설계하고 Bode 선도를 각각 그리고 그 차이점을 설명하라.

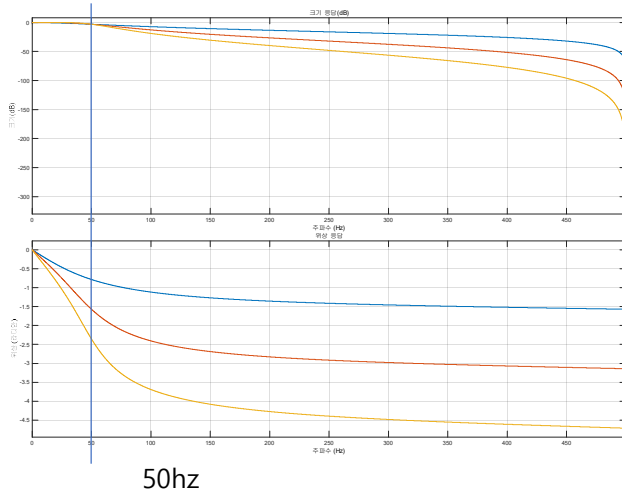


그림3. 1차,2차,3차 IIR Butterworth filter에 따른 bode선도-크기응답

$$T_c(s) = \frac{1}{s} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3} \text{ sec}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c = 2\pi \times 50 = 100\pi \text{ rad/sec}$$

$$\omega_s = 2\pi f_s = 2\pi \times 1000 = 2 \times 10^3 \pi \text{ rad/sec}$$

Apply pre-warping.

$$\Omega_c = \frac{2}{T} \tan \frac{\omega_c T}{2} = 2 \times 10^3 \tan \left(\frac{100\pi \times 10^{-3}}{2} \right) \text{ rad/sec} = 10,946.6 \text{ Hz}$$

$$\Omega_s = \frac{2}{T} \tan \frac{\omega_s T}{2} = 2 \times 10^3 \tan \left(\frac{2 \times 10^3 \pi \times 10^{-3}}{2} \right) \text{ rad/sec} = 10,999.2 \text{ Hz}$$

$$n \geq \frac{\log \left(\frac{10^{0.1(20-1)}}{21 \log \left(\frac{\Omega_s}{\Omega_c} \right)} \right)}{\log \left(\frac{\Omega_s}{\Omega_c} \right)} = 1$$

그림4. 1차,2차,3차 IIR Butterworth filter에 따른 bode선도-위상응답

그림5. f_c 에서 cutoff가능한 차수 구하는 식

그림3,4는 matlab의 fdatool를 사용하여 구했으며, 주파수가 증가함에 따라 크기가 큰폭으로 감소하는 것을 볼 수 있고, 1,2,3차 모두 50Hz이하에서는 cutoff되는 것을 확인 할 수 있다. 그림5의 풀이를 보면, 1차이상 차수의 기울기에서 목표하는 f_c 에서 주파수가 cutoff되는 것을 확인 할 수 있다. 차수가 증가함에 따라 그래프의 감소 기울기는 증가하며, 이는 low pass filter의 filter되는 대역폭으로 봤을 때 transition width가 줄어드므로 필터 성능이 향상되는 것을 확인할 수 있다.

(2) 3 개의 필터에 대하여 실제로 필터링 성능을 비교하기 위하여 10Hz 와 100Hz 사인파를 같이 입력하여 그 출력을 플롯하여 비교한다.

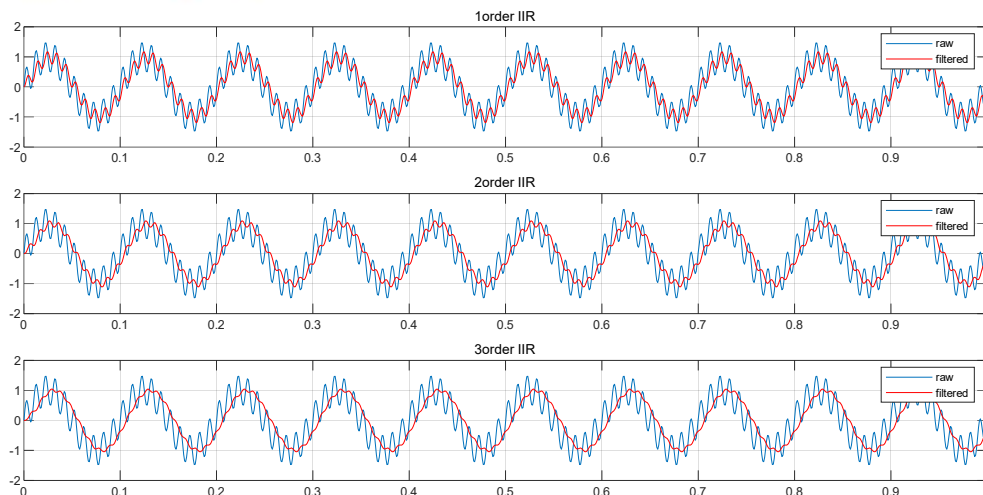


그림5. 10Hz와 100Hz의 sine파형을 IIR 1,2,3차 필터링한 그래프

Raw signal과 비교해 봤을 때 낮은 차수의 필터일 수록 노이즈가 있지만, phase delay는 적고, 높은 차수의 필터일 수록 노이즈는 줄어들며, phase delay가 비교적 있는 것을 알 수 있다.

[3] median filter

목표: 아두이노 보드에서 100 개의 샘플 주기로 0, 100, 0, -100 으로 무한히 변화하는 신호 s 를 만들고 여기에 3%의 확률로 ± 20 으로 바뀌는 잡음 n 을 섞는다.

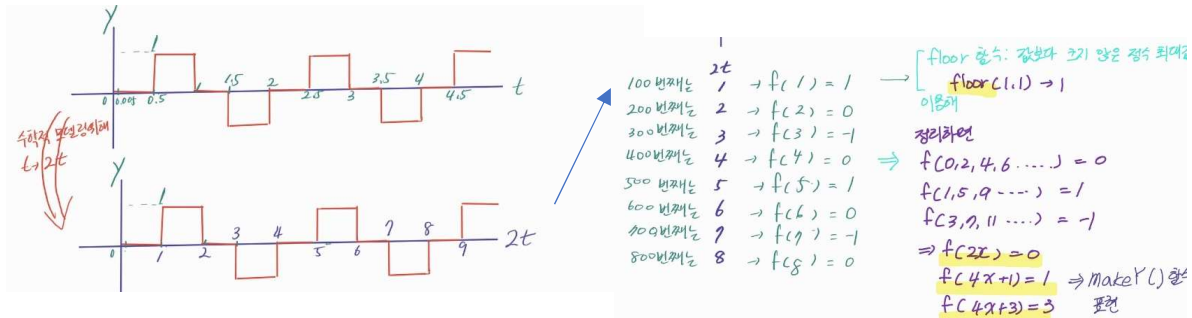
(1) median 과 저역통과 필터를 통과한 결과를 동시에 플롯하라.



그림6. 사각파형을 median과 저역통과 필터로 필터링한 그래프

Raw signal은 파란선, LPFsignal은 빨간선, medial signal은 초록선이다.

사각파형은 아래와 같은 수학모델링을 하여 사용자함수 makeY()로 표현하였고, 헤더파일로 import하여 적용하였다.



(2) 두 결과를 보고 느낀 점을 논하라.

LPF와 median 필터의 결과값을 비교해 볼때 median이 LPF보다 기존 raw의 사각파형을 잘 보존하면서 노이즈도 깔끔하게 필터링 시킨것을 확인 할 수 있다. 이는 median 필터가 LPF필터보다 더 좋은 성능을 보이는 것을 시사한다.