[2024-1 디지털제어] HW#3

(담당 교수 : 박경훈, 서울시립대학교 전자전기컴퓨터공학부,
e-mail: gyunghoon.park@uos.ac.kr)

- **출제 범위** : Ch. 8 – Ch. 9, Ch. 11 중 수업까지의 강의 내용
- **총점** : 20점
- **제출 마감** : 6/21(금) 18:00까지
  - 6/21(금) 18:01 – 6/25(화) 18:00 기간 내 제출 시 : 50% 감점
  - 6/25(화) 18:01 이후는 제출 불가
- **풀이 및 답안 제출 방법**
  - 양식은 자율입니다.
  - 답안은 PDF로 변환한 후 파일명을 "학번_이름_HW03.pdf"로 하여 LMS를 통해 제출해주세요.
  - HW#3의 모든 문제들은 MATLAB/Simulink를 활용합니다.

---

1. (6점) 연속 시간 제어 플랜트

$$G_p(s) = \frac{5s+20}{s^2+0.5s+4} \tag{1}$$

과 영차 홀드, 샘플러와 이산 시간 제어기 $C^{\mathsf{d}}(z)$로 구성된 다음의 폐루프 제어 시스템을 생각합니다. (여기서 샘플링 주기 $T = 0.2$ 초입니다.)

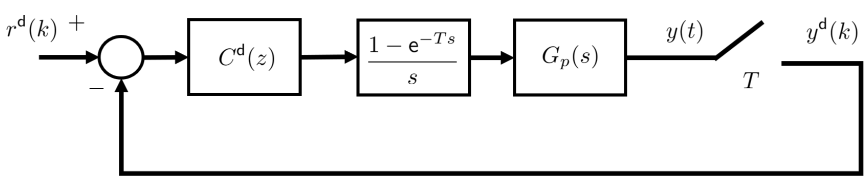

Figure 1: 페루프 제어 시스템

a. 위의 시스템에 대해 45° 이상의 위상 여유(phase margin)를 보장하는 위상 뒤짐 보상기(phase-lag compensator)

$$C^{\mathsf{d}}_{\mathrm{lag}}(z) = K_{\mathrm{C}}\frac{z-z_0}{z-z_p}$$

를 설계하세요.

b. MATLAB의 `step` 함수를 이용하여 $C^{\mathsf{d}}(z) = C^{\mathsf{d}}_{\text{lag}}(z)$일 때의 Figure 1의 폐루프 시스템의 단위 계단 응답을 그리세요.

c. 이제 제어 시스템에 다음의 불확실성

$$\Delta(s) = \frac{-0.05s + 1}{0.05s + 1} \tag{2}$$

이 아래 그림과 같이 존재한다고 가정합시다.

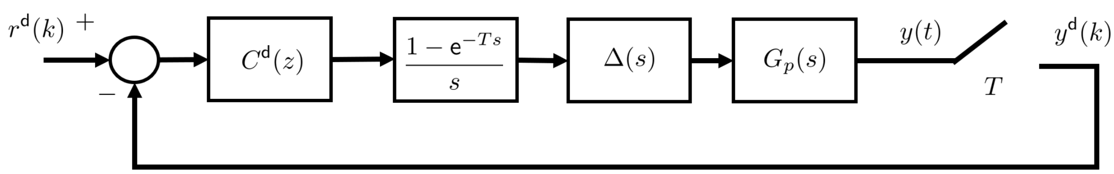

Figure 2: 불확실성 $\Delta(s)$가 존재하는 폐루프 제어 시스템

이제 MATLAB의 `step` 함수를 이용하여, $C^{\mathsf{d}}(z) = 1$일 때의 Figure 2의 폐루프 시스템의 단위 계단 응답을 그리세요.

d. MATLAB의 `step` 함수를 이용하여, $C^{\mathsf{d}}(z) = C^{\mathsf{d}}_{\text{lag}}(z)$일 때의 Figure 2의 폐루프 시스템의 단위 계단 응답을 그리세요.

e. **c**와 **d**의 결과를 이용하여, $C^{\mathsf{d}}_{\text{lag}}(z)$의 역할을 설명해보세요.

2. **(6점)** 이번 문제에서는 문제 1과 동일한 폐루프 시스템에 대하여, 이산 시간 비례-적분 (proportional-integral) 제어기

$$C^{\mathsf{d}}_{\text{PI}}(z) = K_p + K_i \frac{T}{z-1}$$

를 설계하려 합니다.

a. $C^{\mathsf{d}}(z) = K_p$라 하고, Figure 1의 폐루프 시스템을 안정하도록 하는 K_p의 최대값 $K_p^\star$를 찾으세요.

b. 제어기를

$$C^{\mathsf{d}}(z) = 0.6K_p^\star + K_i \frac{T}{z-1}$$

로 하고, Figure 1의 폐루프 시스템을 안정하도록 하는 K_i의 최대값 $K_i^\star$를 찾으세요.

c. 이제 제어기를

$$C^{\mathsf{d}}_{\text{PI}}(z) = 0.6K_p^\star + 0.1K_i^\star \frac{T}{z-1}$$

로 하고, `step` 함수를 이용하여 Figure 1의 폐루프 시스템의 단위계단 응답을 그리세요.

3. (8점) 이번 문제에서는 문제 1과 동일한 시스템에 대하여 상태 궤환 제어기와 상태 추정기 기반 출력 궤환 제어기를 설계합니다.

a. 식 (1)의 펄스 전달함수를 표현하는 상태 변수 모델(state-variable model)

$$\mathbf{x}^{\mathsf{d}}(k+1) = \mathbf{A}^{\mathsf{d}}\mathbf{x}^{\mathsf{d}}(k) + \mathbf{B}^{\mathsf{d}}u^{\mathsf{d}}(k), \quad y^{\mathsf{d}}(k) = \mathbf{C}^{\mathsf{d}}\mathbf{x}^{\mathsf{d}}(k) \tag{3}$$

을 구하세요.

b. MATLAB의 `place` 함수를 이용하여, $\mathbf{A}^{\mathsf{d}} - \mathbf{B}^{\mathsf{d}}\mathbf{K}^{\mathsf{d}}$의 고유값(eigenvalue)가 0.2와 0.5에 위치하도록 하는 $\mathbf{K}^{\mathsf{d}}$를 구하세요.

c. **a**에서 계산한 $\mathbf{K}^{\mathsf{d}}$를 이용하여 설계된 다음의 상태 궤환 제어기

$$u^{\mathsf{d}}(k) = -\mathbf{K}^{\mathsf{d}}\mathbf{x}^{\mathsf{d}}(k)$$

와 상태 변수 모델 (3)으로 구성된 폐루프 시스템을 Simulink에서 구현하고, $\mathbf{x}^{\mathsf{d}}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$로 초기값을 가질 때의 모의실험을 수행하세요.

d. 이제 식 (3)의 상태 변수 모델에서 시스템의 입력 $u^{\mathsf{d}}(k)$ 및 출력 $y^{\mathsf{d}}(k)$ 신호만 측정 가능하다고 합시다. 식 (3)의 상태 변수 $\mathbf{x}^{\mathsf{d}}(k)$를 추정할 수 있는 다음의 상태 추정기

$$\hat{\mathbf{x}}^{\mathsf{d}}(k+1) = \mathbf{A}^{\mathsf{d}}\hat{\mathbf{x}}^{\mathsf{d}}(k) + \mathbf{B}^{\mathsf{d}}u^{\mathsf{d}}(k) + \mathbf{L}^{\mathsf{d}}\big(y^{\mathsf{d}}(k) - \mathbf{C}^{\mathsf{d}}\hat{\mathbf{x}}^{\mathsf{d}}(k)\big) \tag{4}$$

를 설계하세요.

e. **c**과 동일한 문제에 대하여, **b**에서 계산한 $\mathbf{K}^{\mathsf{d}}$와 식 (4)의 상태 추정기를 이용하여 다음의 제어 입력

$$u^{\mathsf{d}}(k) = -\mathbf{K}^{\mathsf{d}}\hat{\mathbf{x}}^{\mathsf{d}}(k) \tag{5}$$

을 Simulink에서 구현하고 모의실험하세요. (초기값은 동일하게 $\mathbf{x}^{\mathsf{d}}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$로 설정하세요.)

f. 식 (4)와 (5)로 구현된 제어기의 전달함수에 해당하는

$$C^{\mathsf{d}}(z) = \frac{U^{\mathsf{d}}(z)}{-Y^{\mathsf{d}}(z)}$$

를 계산하세요.