苏州大学 离散数学 课程试卷 （ A ）卷 共 5 页

考试形式 开 卷 2023 年 01 月

院系 计算机科学与技术 年级 大二专业 软件工程

学号 2127406008 姓名 李继飞 成绩

一．名词解释：（10 分）

1．矛盾式：

2127406008 李继飞

一、

1. 矛盾式：给定一命题公式，若无论对分量作怎样的指派，其对应的真值永远为F，则称该命题公式为矛盾式

2．幺元：

2、幺元：$*$是定义在集合A上的一个二元运算，如果有一个$e_l \in A$对任意$x \in A$有$e_l * x = x$称e_l为A关于$*$的左幺元，如果有一个$e_r \in A$对任意$x \in A$有$x * e_r = x$称e_r为A关于$*$的右幺元，如果有一个e既是左幺元又是右幺元则称e为A关于$*$的幺元

3．循环群：

3、循环群：设$\langle G, * \rangle$为群，若G中存在一个元素a使得G中任意元素都由a的幂组成，则称该群为循环群

4．格：

4、格：设$\langle A, \leq \rangle$是一个偏序集，如果A中任意两个元素都有最小上界和最大下界，则称$\langle A, \leq \rangle$为格

5．汉密尔顿图：

5、汉密尔顿图：若存在一条回路，经过图中的每个结点都恰好一次，这条回路称作汉密尔顿回路

二．求(¬A∧C)∨(A∧B)的主析取范式和主合取范式。（10 分）

二、

A	B	C	¬A	¬A∧C	A∧B	(¬A∧C)∨(A∧B)
T	T	T	F	F	T	T
T	T	F	F	F	T	T
T	F	T	F	F	F	F
T	F	F	F	F	F	F
F	T	T	T	T	F	T
F	T	F	T	F	F	F
F	F	T	T	T	F	T
F	F	F	T	F	F	F

主析取范式为：(A∧B∧C)∨(A∧B∧¬C)∨(¬A∧B∧C)∨(¬A∧¬B∧C)

主合取范式：(¬A∨B∨¬C)∧(¬A∨B∨C)∧(A∨¬B∨C)∧(A∨B∨C)

三．符号化下述论断，并证明其有效性：任何人如果他喜欢步行，他就不喜欢乘汽车，每一个人或者喜欢乘汽车或者喜欢骑自行车。有的人不爱骑自行车，因而有的人不爱步行。（10 分）

三、设论域为人　2127406008 李继飞

$P(x)$：x喜欢步行 $Q(x)$：x喜欢乘汽车

$R(x)$：x喜欢骑自行车

H：$(\forall x)(P(x)\rightarrow\neg Q(x))$，$(\forall x)(Q(x)\vee R(x))$，$(\exists x)\neg R(x)$

C：$(\exists x)\neg P(x)$

(1) $(\exists x)\rightarrow\neg R(x)$　P

(2) $\neg R(c)$　ES(1)

(3) $(\forall x)(Q(x)\vee R(x))$　P

(4) $Q(c)\vee R(c)$　US(3)

(5) $Q(c)$　T(2)(4)I

(6) $(\forall x)(P(x)\rightarrow\neg Q(x))$　P

(7) $P(c)\rightarrow\neg Q(c)$　US(6)

(8) $\neg P(c)$　T(5)(7)I

(9) $(\exists x)\neg P(x)$　EG(8)

四．设 A 是一个正整数的序偶集合，在 A 上定义的二元关系 R 如下：<<x,y>,<u,v>>∈R，当且仅当 xv=yu (普通乘法), 证明 *R* 是等价关系。（10 分）

四、证明：

自反性：对任意$x,y\in A$

$x\cdot y=y\cdot x$

$\therefore \langle\langle x,y\rangle,\langle x,y\rangle\rangle\in A$

A在R上是自反的

对称性：对任意$\langle\langle x,y\rangle,\langle u,v\rangle\rangle\in R$

$xv=yu$ 则 $uy=vx$

即$\langle\langle u,v\rangle,\langle x,y\rangle\rangle\in R$

A在R上是对称的

传递性：对任意$\langle\langle a,b\rangle,\langle c,d\rangle\rangle$，$\langle\langle c,d\rangle,\langle e,f\rangle\rangle\in R$

则 $ac=bd$　$ce=df$　$c=\frac{df}{e}$

$a\cdot\frac{df}{e}=bd$ 即 $af=be$

$\therefore \langle\langle a,b\rangle,\langle e,f\rangle\rangle\in R$

R在A上是传递的

$\therefore$R是等价关系

五．求证：可数集的任何无限子集都是可数的。（10 分）

2127406008 李继飞

五：证明：设A为可数集合，$B\subseteq A$为一无限子集，将A的元素排成$a_1, a_2, \cdots, a_n, \cdots$从$a_1$开始，向后检查，不断删去不在B中的元素，则得到新的一列$a_{i_1}, a_{i_2}, \cdots, a_{i_n}$，它与自然数一一对应，所以B是可数的

六．证明：如果 f 是由<A,★>到<B,*>的同态映射，g 是由<B,*>到<C,△>的同态映射，那么 g。f 是由<A,★>到<C,△>的同态映射。（10 分）

六.证明：

对于任意 $a,b\in A$ 有 $f(a★b)=f(a)*f(b)$

对任意 $c,d\in B$ 有 $g(c*d)=g(c)\triangle g(d)$

则 $g\circ f(a★b)=g(f(a★b))=g(f(a)*f(b))$

$=g(f(a))\triangle g(f(b))=g\circ f(a)\triangle g\circ f(b)$

$\therefore$ $g\circ f$是$\langle A,★\rangle$到$\langle C,\triangle\rangle$的同态映射

七．设 P 是质数，证明：P^m阶群中一定包含着一个 P 阶子群。（10 分）

七.证明：设P^m阶群为$\langle A,*\rangle$

因为P是质数，所以对$\forall a\in A$且$a\neq e$

若a的阶为n，则$a^n=e$，$n\mid p^m$

所以$n=p^t$（$t\geq 1$且t为整数）

若$t=1$ a的阶为p，由a生成的循环群是A的p阶子群

若$t>1$则设$b=a^{p^{t-1}}$ 有$b^p=(a^{p^{t-1}})^p=a^{p^t}=a^n=e$

由b生成的循环群是G的一个p阶子群

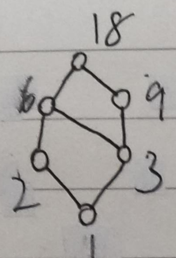
综上P^m阶群中一定包含一个p阶子群

八．设集合 A={1,2,3,6,9,18}, A 上的整除关系|构成一个偏序集<A, |>，记 A 的子集 B={3,6,9}。（10 分）

（1）画出偏序集<A, |>的哈斯图, 并判断<A, |>是否为格, 说明理由。（6 分）

八、

(1) <A, |>的哈斯图如下



由哈斯图可知，每任意两个元素间都有最小上界和最大下界 因此<A, |>是格

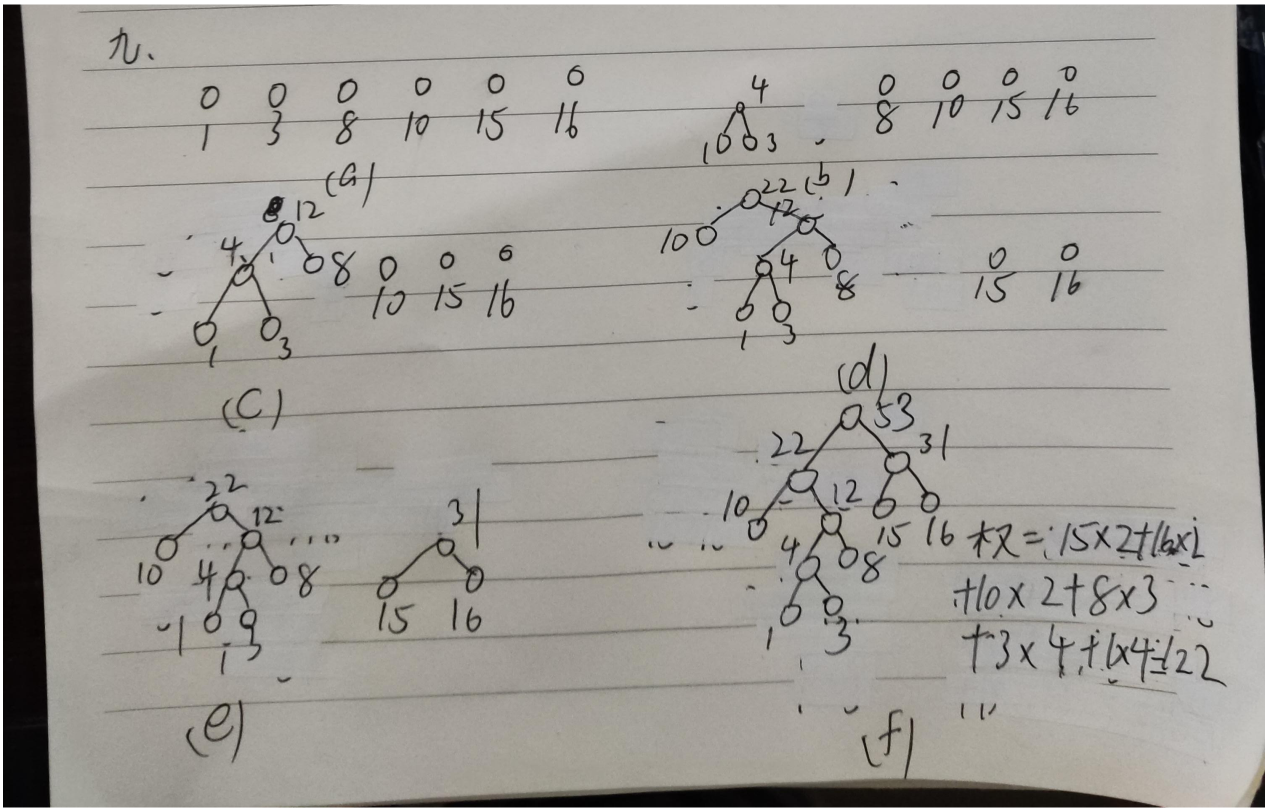
(2)

极大元	极小元	最大元	最小元	上界	下界	上确界	下确界
6,9	3	ϕ	3	18	1	18	1

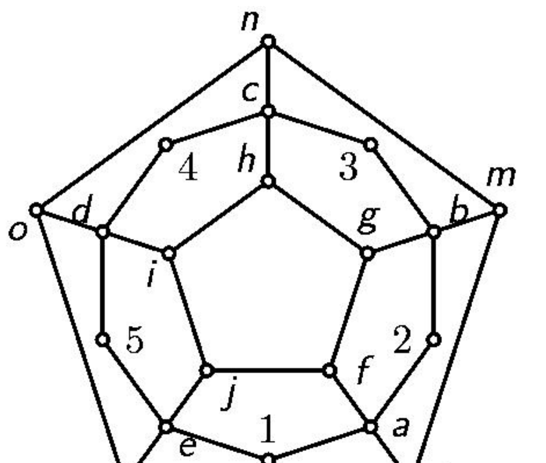
（2）写出集合 B 的极大元、极小元、最大元、最小元、上界、下界、上确界、下确界 (用一张表表示，不存在用空集∅表示)。（4 分）

极大元	极小元	最大元	最小元	上界	下界	上确界	下确界

九．构造一棵带权 1，3，8，10，15，16 的最优二叉树，并给出它的权。（10 分）



十. 判定下图是否存在汉密尔顿回路，给出所使用定理并给出具体理由。（10 分）



1）具体给出所使用定理（4 分）

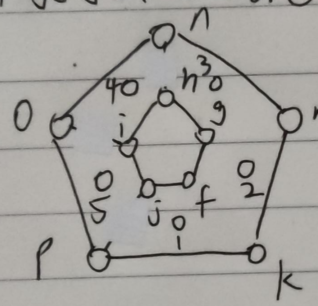
2）根据定理的具体依据（6 分）

2127406008 李维飞

十、 不存在汉密尔顿回路

1) 依据：若无向图 $G=\langle V,E\rangle$ 是汉密尔顿图，任意 $S\subseteq V$
则 $W(G-S)\leq|S|$ 其中 $W(G-S)$ 表示G中删除S后所得子图
G-S的连通分支数

2) 如果删去abcde 得到如下的图



$W(G-S)=7$ $|S|=5$ $W(G-S)>|S|$ 不满足必要条件
所以该图不是汉密尔顿图，即不存在汉密尔顿回路