一、　名词解释

1. 命题: 能分辨真假的陈述句
2. 集合: 作为一次论述的事物的全体
3. 关系: 关系R是序偶的集合，可记为xRy或则<x,y>∈R
4. 前束范式: 一个公式，若量词均在全式开头，且作用域延伸到整个公式末尾，则该公式叫做前束范式
5. 谓词: 在命题中，用以刻划客体的性质和关系的“谓语”

二、利用真值表证明下列命题

1. 合取运算是否满足结合律?

P	Q	R	$Q \wedge R$	$P \wedge (Q \wedge R)$	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \wedge R$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F
T	F	T	F	F	F	F
T	F	F	F	F	F	F
F	T	T	T	F	F	F
F	T	F	F	F	F	F
F	F	T	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F

所以 $P \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R$。

二、利用真值表证明下列命题

2.合取对析取是否满足分配律?

P	Q	R	$Q \vee R$	$P \wedge (Q \vee R)$	$P \wedge Q$	$P \wedge R$	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	F	T
T	F	T	T	T	F	T	T
T	F	F	F	F	F	F	F
F	T	T	T	F	F	F	F
F	T	F	T	F	F	F	F
F	F	T	T	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

所以 $P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$。

三、证明下列公式为重言式: $(P \wedge (P \to Q)) \to Q$

证明:a) $(P \wedge (P \to Q)) \to Q$

$\Leftrightarrow (P \wedge (\neg P \vee Q)) \to Q$

$\Leftrightarrow (P \wedge \neg P) \vee (P \wedge Q) \to Q$

$\Leftrightarrow (P \wedge Q) \to Q$

$\Leftrightarrow \neg (P \wedge Q) \vee Q$

$\Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q \vee Q$

$\Leftrightarrow \neg P \vee T$

$\Leftrightarrow T$

四、求下列公式的范式的方法证明两个合式公式是等价的

公式1：$(A \to B) \wedge (A \to C)$　　公式2：$A \to (B \wedge C)$

证明:a) $(A \to B) \wedge (A \to C)$

$\Leftrightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee C)$

$A \to (B \wedge C)$

$\Leftrightarrow \neg A \vee (B \wedge C)$

$\Leftrightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee C)$

五、求证下列等价公式

$(\forall x)(\forall y)(P(x) \to Q(y)) \Leftrightarrow (\exists x)P(x) \to (\forall y)Q(y)$

证明:$(\forall x)(\forall y)(P(x) \to Q(y))$

$\Leftrightarrow (\forall x)(\forall y)(\neg P(x) \vee Q(y))$

$\Leftrightarrow (\forall x)\neg P(x) \vee (\forall y)Q(y)$

$\Leftrightarrow \neg(\exists x)P(x) \vee (\forall y)Q(y)$

$\Leftrightarrow (\exists x)P(x) \to (\forall y)Q(y)$

7

六、证明对任意集合A，B，C有

问题1：(A-B) -C=A-(B∪C)

定理(3–2.5)：$A-B=A\cap\sim B$

（演算过程中对减号的常用变化技巧）

证明：a) $(A-B)-C=(A\cap\sim B)\cap\sim C$
$=A\cap\sim B\cap\sim C$
$=A\cap(\sim B\cap\sim C)$
$=A\cap\sim(B\cup C)$
$=A-(B\cup C)$

8

六、证明对任意集合A，B，C有

问题2：(A-B) -C=(A-C)-(B-C)

反复使用问题1中结论

c) $\boxed{(A-B)-C=A-(B\cup C)}$
$=A-((C\cup B)\cap(C\cup\sim C))$
$=A-(C\cup(B\cap\sim C))$
$=A-(C\cup(B-C))$
$=(A-C)-(B-C)$

第二步开始，具有构造性，不太好考虑.
更容易的是从右往左推导，仅需用$A-B=A\cap\sim B$.
常见问题：补集符号写成了并非符号

9

七、符号化下列命题，并使用推理规则证明:

每个领导小组成员都是干部并且是专家，有些成员是老同志，所以有些成员是老干部

证明：设 $A(x)$：x 是领导小组成员，$B(x)$：x 是干部，$C(x)$：x 是专家，$O(x)$：x 是老年人。

前提：$(\forall x)(A(x)\boxed{\rightarrow}(B(x)\wedge C(x)))$，$(\exists x)(A(x)\boxed{\wedge}O(x))$

结论：$(\exists x)(A(x)\wedge B(x)\wedge O(x))$

证明过程如下：

(1)	$(\exists x)(A(x)\wedge O(x))$	P
(2)	$A(c)\wedge O(c)$	$ES(1)$
(3)	$(\forall x)(A(x)\rightarrow(B(x)\wedge C(x)))$	P
(4)	$A(c)\rightarrow(B(c)\wedge C(c))$	$US(3)$
(5)	$A(c)$	$T(2)I$
(6)	$B(c)\wedge C(c)$	$T(4),(5)I$
(7)	$B(c)$	$T(6)I$
(8)	$O(c)$	$T(2)I$
(9)	$A(c)\wedge B(c)\wedge O(c)$	$T(5),(7),(8)I$
(10)	$(\exists x)(A(x)\wedge B(x)\wedge O(x))$	$EG(9)$

X是领导小组成员没翻译，动作不够舒展，但也算对

问题1：X是老，没翻译
问题2：成员是专家，没译

10

八、设R1和R2是集合A上的任意关系，说明以下命题的真假，并予以证明:

1：若 R1和R2是自反的，则R1◦ R2是自反的.

a) 真。$\forall a\in A$，若 R_1 和 R_2 是自反的，则 $\langle a,a\rangle\in R_1\wedge\langle a,a\rangle\in R_2$，所以 $\langle a,a\rangle\in R_1\circ R_2$，即 $R_1\circ R_2$ 是自反的。

2：若 R1和R2是对称的，则R1◦ R2是对称的.

c) 假。例如：设 $A=\{a,b,c\}$，$R_1=\{\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle\}$，$R_2=\{\langle b,c\rangle,\langle c,b\rangle\}$。$R_1$ 和 R_2 都是对称的，但 $R_1\circ R_2=\{\langle a,c\rangle\}$，$R_1\circ R_2$ 不是对称的。

11

九、设集合X={1,2,3,4}，关系

R={<1,2>,<2,1>,<2,2>,<2,3>,<4,3>}

求关系R的自反闭包, 对称闭包,传递闭包.

【分析】 有定理 3-8.2—4 可得，$r(R)=R\cup I_X$，$s(R)=R\cup R^c$，$t(R)=\bigcup_{i=1}^{\infty}R^i$。

解：$r(R)=R\cup I_X=\{\langle 1,2\rangle,\langle 2,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 4,3\rangle,\langle 1,1\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 4,4\rangle\}$
$s(R)=R\cup R^c=\{\langle 1,2\rangle,\langle 2,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 4,3\rangle,\langle 3,2\rangle,\langle 3,4\rangle\}$
$t(R)=\bigcup_{i=1}^{\infty}=\{\langle 1,2\rangle,\langle 2,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 4,3\rangle,\langle 1,1\rangle,\langle 1,3\rangle\}$

传递闭包，没要求具体方法，看看就可以做出来了

12

十、证明下列命题:

集合A的任一划分S确定了A上的一个等价关系R.

证明： 设$S=\{s_1, s_2, \cdots, s_m\}$，定义关系R：aRb，当且仅当a, b在S的同一分块中，现证R是等价关系

1. ∀a∈A，a与a在同一块中，∴aRa ，自反性成立
2. ∀a, b∈A，a与b在同一块中，则b与a也在同一块
 即 aRb⇒bRa，∴对称性成立
3. ∀a, b, c∈A，若a与b在同一块，b与c在同一块，
 ∵$S_i\cap S_j=\varnothing(i\neq j)$，即b属于且仅属于一个分块
 ∴a与c在同一块，即aRb∧bRc⇒aRc
 ∴传递性满足
 ∴R是A的一个等价关系，且A/R=S

若没有定义关系R，属于重大错误. 可以拿点"等价"证明方法的分数