

算法设计与分析作业 4

汪笑宇

2025.12.10

1 问题

1. (教材 p241 练习 16.1-3) 对于活动选择问题, 并不是所有贪心方法都能得到最大兼容活动子集。请举例说明, 在剩余兼容活动中选择持续时间最短者不能得到最大集。类似地, 说明在剩余兼容活动中选择与其他剩余活动重叠最少者, 以及选择最早开始者均不能得到最优解。
2. (近似算法: 装箱问题 Bin packing) 定义装箱问题为: 有 n 个物品, 编号为 $1, 2, \dots, n$, 其中第 $i (1 \leq i \leq n)$ 号物品的重量为 $w_i \in (0, 1]$ 。需寻找一个使得 n 个物品全部装箱的装箱方案, 且装入的箱子数量最少。注意, 这里每个箱子容量都是 1。
其中 FirstFit 算法是比较常用的在线装箱算法。在线算法指的是算法执行时不需要知道全局的输入信息。FirstFit 算法的基本思想是: 对于每个物品, 装入第一个可以装进去的箱子。若前面有物品的箱子都无法装入, 则新开一个箱子装入。
(1) 请写出 FirstFit 算法的伪代码; (2) 请证明该算法得到的解 $SOL \leq 2OPT$ 。(提示: 最多只有一个箱子是半满的, 因此可以找到所有物品重量之和与 $(SOL - 1)/2$ 的关系; 且 OPT 一定不小于所有物品重量之和)
3. (0-1 背包问题变种) 给定 n 个物品和一个容量为 W 的背包, 第 $i (1 \leq i \leq n)$ 个物品重量为 w_i , 应当如何选择装入背包的物品使得不超过背包容量时的总重量最大? 请给出求解该问题的贪心算法基本思想及伪代码, 并求解近似比 (SOL/OPT) 。

2 要求

- 提交纸质版作业, 最好使用不太厚的练习本, 请勿提交单张纸以防丢失;
- 提交前建议自行拍照存档以防出现意外情况;
- 请写好学号姓名, 务必独立完成;
- 请于2025年12月17日上课时提交。