



Session 11

Black Box Testing (5)

Combinatorial Test

xfzhang@suda.edu.cn

Black Box Testing Techniques

- Boundary Value Analysis
- Equivalence Partitioning
- Decision Table
- Cause-Effect Graph
- Combinatorial Test

Motivation

- 因素间的复杂关系
 - 输入输出测试
 - 配置测试
 - 兼容性测试
 - ...
- 在实际的软件项目中，输入条件多，而每个条件又有多个取值。 ---组合爆炸

```
int Foo(int a, int b, int c, int d)
{
    int result = 0;

    //calculating with input a, b, c and d
    ...

    return result;
}
```

No.	a	b	c	d
1	-1	0	1	-1
2	0	1	-1	0
3	1	-1	0	1

No.	a	b	c	d
1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	0
3	-1	-1	-1	1
4	-1	-1	0	-1
5	-1	-1	0	0
6	-1	-1	0	1
7	-1	-1	1	-1
8	-1	-1	1	0
9	-1	-1	1	1
10	-1	0	-1	-1
11	-1	0	-1	0
12	-1	0	0	0
13	-1	0	0	0
14	-1	0	0	0
15	-1	0	0	1
16	-1	0	1	-1
17	-1	0	1	0
18	-1	0	1	1
19	-1	1	-1	-1
20	-1	1	-1	0
21	-1	1	-1	1
22	-1	1	0	-1
23	-1	1	0	0
24	-1	1	0	1
25	-1	1	1	-1
26	-1	1	1	0
27	-1	1	1	1

No.	a	b	c	d
28	0	-1	-1	-1
29	0	-1	-1	0
30	0	-1	-1	1
31	0	-1	0	-1
32	0	-1	0	0
33	0	-1	0	1
34	0	-1	1	-1
35	0	-1	1	0
36	0	-1	1	1
37	0	0	-1	-1
38	0	0	-1	0
39	0	0	0	0
40	0	0	0	0
41	0	0	0	0
42	0	0	0	0
43	0	0	1	-1
44	0	0	1	0
45	0	0	1	1
46	0	1	-1	-1
47	0	1	-1	0
48	0	1	-1	1
49	0	1	0	-1
50	0	1	0	0
51	0	1	0	1
52	0	1	1	-1
53	0	1	1	0
54	0	1	1	1

No.	a	b	c	d
55	1	-1	-1	-1
56	1	-1	-1	0
57	1	-1	-1	1
58	1	-1	0	-1
59	1	-1	0	0
60	1	-1	0	1
61	1	-1	1	-1
62	1	-1	1	0
63	1	-1	1	1
64	1	0	-1	-1
65	1	0	-1	0
66	1	0	0	1
67	1	0	0	-1
68	1	0	0	0
69	1	0	0	0
70	1	0	1	-1
71	1	0	1	0
72	1	0	1	1
73	1	1	-1	-1
74	1	1	-1	0
75	1	1	-1	1
76	1	1	0	-1
77	1	1	0	0
78	1	1	0	1
79	1	1	1	-1
80	1	1	1	0
81	1	1	1	1

测试用例数量： $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

安卓手机硬件“碎片化”问题

系统版本	CPU	GPU	屏幕模式
Android 1.x	Qualcomm	SGX	4:3
Android 2.x	TexasInstruments	Adreno	16:10
Android 4.x	Intel	GeForce	平板电脑

Web网站及应用的兼容性问题

操作系统	浏览器	网络接入	屏幕模式
Windows	IE	Wi-Fi	标清(4:3)
Mac OS	Chrome	4G	标清(16:9)
Linux	Safari	LAN	Retina

打印测试，也需要考虑4个因素，每个因素也有多个选项

- 打印范围分：全部、当前幻灯片、给定范围
- 打印内容分：幻灯片、讲义、备注页、大纲视图
- 打印颜色/灰度分：彩色、灰度、黑白
- 打印效果分：幻灯片加框和幻灯片不加框
- 弱一般？强一般？

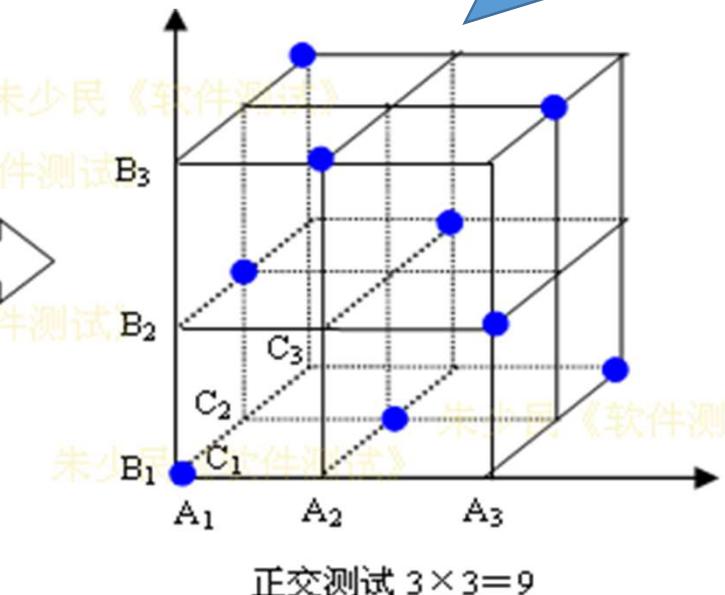
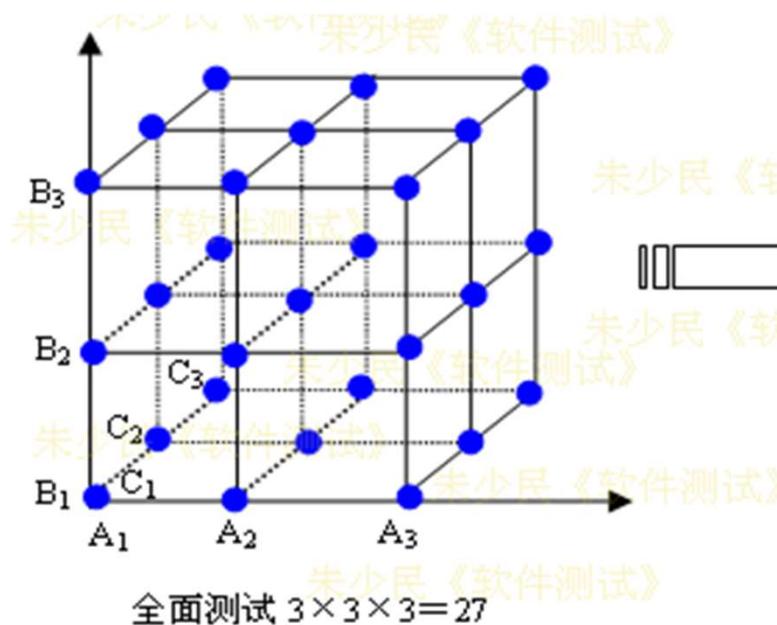
如何解决组合爆炸问题？

- 组合测试(Combinatorial Test): 抽样，优化组合
 - 将被测试应用抽象为一个受到多个因素影响的系统，其中每个因素的取值是离散且有限的
 - 正交实验设计
 - 多因素 (N -way, $N > 2$) 组合测试可以覆盖任意 N 个因素的所有取值组合，在理论上可以发现由 N 个因素共同作用引发的缺陷

正交实验设计

- 从大量的数据（测试例）中挑选适量的、有代表性的点（例），从而合理地安排实验（测试）的一种科学实验设计方法

空间分布均匀



正交实验设计

- 采用正交设计法设计测试用例主要包括以下步骤：
 - 确定影响因素
 - 确定每个因素的水平
 - 选择正交表
 - 根据确定的因素和水平，选择合适的正交表
 - 如果没有合适的正交表可用或需要的测试用例个数太多，则要对因素和水平进行调整
 - 设计测试用例

示例1

```
int Foo(int a, int b, int c, int d)
{
    int result = 0;

    //calculating with input a, b, c and d
    ...

    return result;
}
```

No.	a	b	c	d
1	-1	0	1	-1
2	0	1	-1	0
3	1	-1	0	1

正交表

t-way

出现次数

$t=2, \lambda=1$

No.	a	b	c	d
1	-1	-1	-1	-1
2	-1	0	0	0
3	-1	1	1	1
4	0	-1	0	1
5	0	0	1	-1
6	0	1	-1	0
7	1	-1	1	0
8	1	0	-1	1
9	1	1	0	-1

$L_9(3^4)$

用例数, 即行数

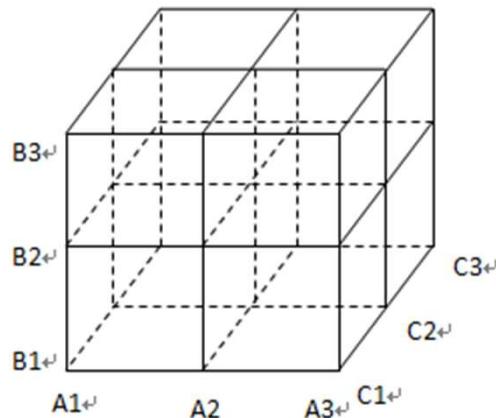
因子数, 即列数

因子的水平数

示例2

- 为提高某化工产品的转化率，选择了三个有效因素进行条件试验，A=反应温度，B=反应时间，C=用碱量，且
 - A: 80~90度
 - B: 90~150分钟
 - C: 5%~7%
- 目的：弄清因子A, B, C哪个对转化率是主要的，次要的，从而确定最适合的条件。
- 在试验范围内选取三个水平：
 - A: A₁=80度, A₂=85度, A₃=90度
 - B: B₁=90分钟, B₂=120分钟, B₃=150分钟
 - C: C₁=5%, C₂=6%, C₃=7%

全面试验法



优点：对各因子与指标间的关系剖析的比较清楚，但试验次数太多

简单对比法

首先固定B、C于B1、C1，使A变化：

B1C1——A1

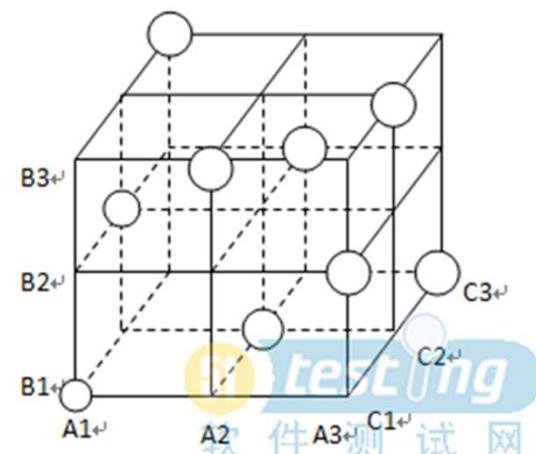
——A2

——A3（好结果）

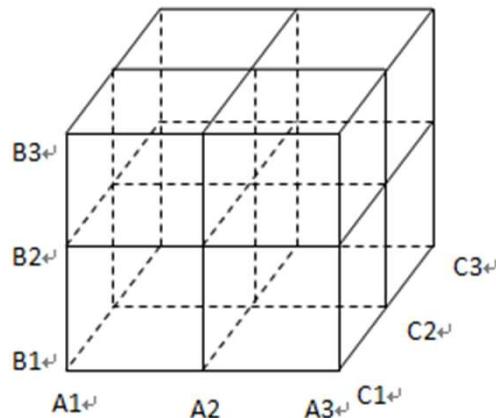
若结果A3最好，则固定A于A3，C还是C1，使B变化

依次下去对比

优点：试验次数少，但选择代表性差



全面试验法



优点：对各因子与指标间的关系剖析的比较清楚，但试验次数太多

简单对比法

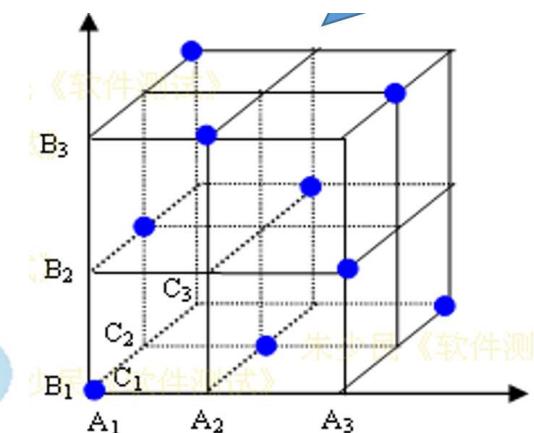
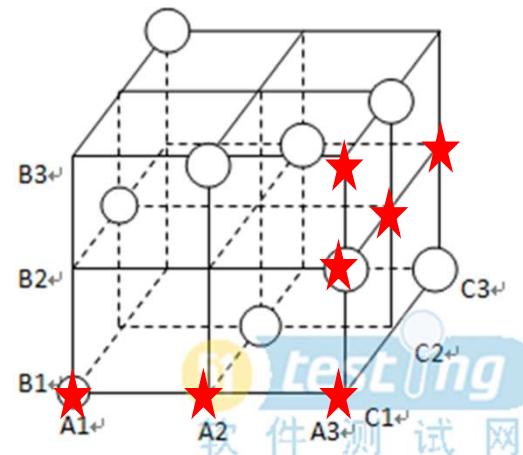
首先固定B、C于B1、C1，使A变化：

B1C1—A1/A2/A3 (假设A3最好) 3次

A3C1—B2/B3 (假设B2最好) 2次

A3B2—C2/C3 (假设C2最好) 2次

优点：试验次数7次，但选择代表性差



- 用正交试验设计法所需的行数是多少？
 - 最少试验次数（行数）= 求和【各个列数*（水平-1）】+1

• 示例1，示例2 -- 相同水平正交表 L_9

- 示例3：--混合正交表
- 五个3水平因子及一个2水平因子，则试验
 $5 * (3-1) + 1 * (2-1) + 1 = 12$
 - 可以选择 $L_{18} (2^2 \times 3^7)$ 的正交表

		L ₁₈ (2 \times 3 ⁷)							
		1	2	3	4	5	6	7	8
试验号	列号								
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	3	3	3	3	3	3	3
4	1	2	1	1	2	2	3	3	3
5	1	2	2	2	3	3	1	1	1
6	1	2	3	3	1	1	2	2	2
7	1	3	1	2	1	3	2	3	2
8	1	3	2	3	2	1	3	1	1
9	1	3	3	1	3	2	1	2	2
10	2	1	1	3	3	2	2	1	1
11	2	1	2	1	1	3	3	2	2
12	2	1	3	2	2	1	1	3	2
13	2	2	1	2	3	1	3	2	2
14	2	2	2	3	1	2	1	3	2
15	2	2	3	1	2	3	2	1	2
16	2	3	1	3	2	3	1	2	2
17	2	3	2	1	3	1	2	3	2
18	2	3	3	2	1	2	3	1	1

正交试验设计工具

- 常用正交表查询
 - http://support.sas.com/techlib/23_Designs.txt
- SPSS
- SAS
- 正交设计助手

2^3	n=4	2^{11}	n=12
000		00010010111	
011		00100101110	
101		00101110001	
110		01001011100	
		01011100010	
		01110001001	
		10001001011	
		10010111000	
		10111000100	
		11000100101	n
		11100010010	
		11111111111	
$2^4 \cdot 4^1$	n=8	$2^4 \cdot 3^1$	n=12
00000		00000	
00112		00111	
01011		00112	
01103		01002	
10013		01010	
10101		01101	
11002		10001	
11110		10012	
		10100	
		11011	
		11102	
		11110	
3^4	n=9		
0000			
0121			
0212			
1022			
1110			
1201			
2011			
2102			
2220			

正交表

- 何为正交表?
 - 任意t个输入变量间
 - 每个t元输入取值组合排列方式齐全而且均衡
 出现次数 λ 相等

优势:

- 对组合的覆盖
- 空间分布均匀

劣势:

- 正交表构造困难
- 难以判定存在性

正交表

$t=2, \lambda=1$

No.	a	b	c	d
1	-1	-1	-1	-1
2	-1	0	0	0
3	-1	1	1	1
4	0	-1	0	1
5	0	0	1	-1
6	0	1	-1	0
7	1	-1	1	0
8	1	0	-1	1
9	1	1	0	-1

用例数, 即行数

$L_9(3^4)$

因子数, 即列数

因子的水平数

正交表

任意t个输入变量间
每个t元输入取值组合排列方式齐全而且均衡
(出现次数 λ 相等)

$$t=2, \lambda=1, 2$$

列号	1	2	3	4	5
实验号					
1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2
3	2	1	1	2	2
4	2	2	2	1	1
5	3	1	2	1	2
6	3	2	1	2	1
7	4	1	2	2	1
8	4	2	1	1	2

等概率出现

$L_8 (4^1 \times 2^4)$

用例数, 即行数

因子数, 即列数

因子的水平数

组合覆盖表

- 何为组合覆盖表?
 - 任意t个输入变量间
 - 每个t元输入取值组合出现至少一次

优势:

- 对组合的覆盖
- 空间分布均匀

劣势:

- 正交覆盖表必然存在
- 难以覆盖表便于构造

组合覆盖表

<i>Input A</i>	<i>Input B</i>	<i>Input C</i>	<i>Input D</i>
A1	B1	C1	D1
A2	B2	C2	D2 D3

组合覆盖表

<i>InputA</i>	<i>InputB</i>	<i>InputC</i>	<i>InputD</i>
A1	B1	C1	D1
A1	B1	C2	D2
A1	B2	C1	D3
A2	B1	C2	D3
A2	B2	C1	D2
A2	B2	C2	D1

为何是6条?

强度t=2， 出现次数λ不相等

强度t=3? 需要多少条测试用例?

组合覆盖表

<i>Input A</i>	<i>Input B</i>	<i>Input C</i>	<i>Input D</i>
A1	B1	C1	D1
A1	B2	C2	
A2	B1	C2	
A2	B2	C1	
A1	B1	C2	
A1	B2	C1	
A2	B1	C1	
A2	B2	C2	
A1		C1	D3
A1		C2	D3
A2		C2	D3
A2		C1	D3

为何是12条?

强度t=3

对比t=1/2/3/4, 测试用例数量

组合测试

- 两因素组合测试（也称配对测试、全对偶测试）
 - 测试集可以覆盖任意两个变量的所有取值组合。在理论上，可以暴露所有由两个变量共同作用而引发的缺陷。
- 多因素 (t -way, $t > 2$)
 - 测试集可以覆盖任意 t 个变量的所有取值组合。在理论上，可以发现所有 t 个因素共同作用引发的缺陷。
- 基于选择的覆盖
 - 选出一个基础的组合，且基础组合中包含每个参数的基础值，建议选择**最常用的有效值作为基础值**。
 - 基于基础组合，**每次只改变一个参数值**，来生成新的组合用例。

Pair-wise

- 成对组合（Pair-Wise），又称两两组合、对对组合，它是将所有因素的水平按照两两组合的原则而产生的。
- Mandl于1985年在测试Ada编译程序时提出的。
- Pairwise基于如下2个假设：
 - 每一个维度都是正交的，即每一个维度互相都没有交集。
 - 根据数学统计分析，73%的缺陷（单因子是35%，双因子是38%）是由单因子或2个因子相互作用产生的。19%的缺陷是由3个因子相互作用产生的。

示例

- 假设有3个维度， 每个维度有几个因子。如下：
 - 浏览器： M, O, P
 - 操作平台： W(windows), L(linux), i(ios)
 - 语言： C(Chinese), E(English)
- 使用pairwise算法， 有多少个测试case？ 具体是什么case？

示例

- 全覆盖需要 $3 \times 3 \times 2 = 18$ 个测试case

M W C	M W E	M L C	M L E	M I C	M I E
O W C	O W E	O L C	O L E	O I C	O I E
P W C	P W E	P L C	P L E	P I C	P I E

P I E， 两两组合是 PI , PE , IE。 PI在17号， PE在16号， IE在12号出现过。以此类推，最终剩下的如下：

1, MWC	4, MLE	6, MIE
7, OWE	9, OLC	11, OIC
14, PWE	15, PLC	17, PIC

示例

M W C	M W E	M L C	M L E	M I C	M I E
O W C	O W E	O L C	O L E	O I C	O I E
P W C	P W E	P L C	P L E	P I C	P I E

从1号开始优化， 最终剩下？

2, MWE

4, MLE

5, MIC

8, OWE

10, OLE

11, OIC

13, PWC

15, PLC

18, PIE

组合测试中的一些问题

- 默认取值问题
- 约束问题

组合测试中的默认取值问题

案例1



案例2

The screenshot shows the Air China website's flight booking page. The top navigation bar includes the Air China logo and the text "中国国际航空公司". Below the logo, there are menu items: 首页 (Home), 国航假期 (Air China Holidays), and 优惠 (Promotions). A vertical sidebar on the left lists other services: 机票预订 (Flight Booking), 国航假期 (Air China Holidays), 办理乘机 (Check-in), 航班动态 (Flight Status), 服务预定 (Service Reservation), and 信息查询 (Information Inquiry). The main form area is titled "机票预订" (Flight Booking). It features three radio button options: 往返 (Round trip) (unchecked), 单程 (One-way) (checked), and 多段 (Multi-segment) (unchecked). There is also a "航线图" (Flight Route Map) link with a location pin icon. The "出发城市" (Departure City) field is empty, and the "出发日期" (Departure Date) field shows "2015-11-29" with a calendar icon. Below these fields is a section titled "请选择 (热点城市机场)" (Please select (hotspot city airport)) containing a grid of 15 city names. The grid is organized into five columns and three rows. The first row contains: 北京, 上海浦东, 上海虹桥, 广州, 深圳. The second row contains: 成都, 重庆, 西安, 大连, 杭州. The third row contains: 洛杉矶, 纽约肯尼迪, 纽约纽瓦克, 东京成田, 新加坡. The fourth row contains: 伦敦, 首尔仁川, 温哥华, 悉尼, 法兰克福. At the bottom of the form, there is a "优惠促销代码" (Promotion Code) input field and a large red "查询预订" (Query/Book) button.

AIR CHINA
中国国际航空公司

机票预订

往返 单程 多段 航线图

出发城市 出发日期
2015-11-29

请选择 (热点城市机场)

北京	上海浦东	上海虹桥	广州	深圳
成都	重庆	西安	大连	杭州
洛杉矶	纽约肯尼迪	纽约纽瓦克	东京成田	新加坡
伦敦	首尔仁川	温哥华	悉尼	法兰克福

优惠促销代码

查询预订

案例2

中国东方航空 CHINA EASTERN

搜索

首页 预订行程 自助服务 信息服务 积分商城 旅游度假 NEW

▲ 关于浦东-马累航线免费退改的紧急通知

预订行程 机票 酒店 NEW

单程 往返 国际缺口程 多目的地 >

出发城市 到达城市

热门城市 (可直接输入城市名称或城市拼音)

国内 国际/地区

热门城市 ABCD EFGHJ KLMNOP QRSTW XYZ

上海	北京	昆明	西安	广州	成都	南京	深圳
青岛	杭州	长沙	太原				

感恩 启航 即日起 - 201

移动端



Hi, X

案例2

首页 ▼ 预订管理 ▼ 服务大厅 ▼ 南航假期 ▼ 明珠会员 ▼ 个人中心 ▼

预订 机票 酒店 用车 签证

单程 往返 联程>>

出发城市 输入框

去往城市 输入框

国内 国际/地区

热门城市	ABCDE	FGHIJ	KLMNP	QRSTU	VWXYZ
广州	北京	上海虹桥	上海浦东	长沙	
成都	海口	重庆	深圳	杭州	
大连	乌鲁木齐	武汉	南京	三亚	
昆明	沈阳	西安	哈尔滨	厦门	

出发日期 成人(≥ 12岁) 1 ▼

历史记录查询 ▼

立即查询



Base Choice

基于选择的覆盖

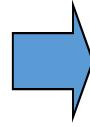
- 选出一个基础的组合，且基础组合中包含每个参数的基础值，建议选择最常用的有效值作为基础值。
- 基于基础组合，**每次只改变一个参数值**，来生成新的组合用例。

<i>Input A</i>	<i>Input B</i>	<i>Input C</i>	<i>Input D</i>
A1	B1	C1	D1
A2	B2	C2	D2



每个变量均有一个基本/默认选项

<i>Input A</i>	<i>Input B</i>	<i>Input C</i>	<i>Input D</i>
A1	B2	C2	D3



测试用例集

<i>Input A</i>	<i>Input B</i>	<i>Input C</i>	<i>Input D</i>
A1	B2	C2	D3
A2	B2	C2	D3
A1	B1	C2	D3
A1	B2	C1	D3
A1	B2	C2	D1
A1	B2	C2	D2

测试用例数量？

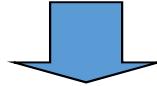
每个组合的出现概率不同，
重要程度不同

s1

suda, 2023/11/15

Multiple Base Choice

<i>Input A</i>	<i>Input B</i>	<i>Input C</i>	<i>Input D</i>
A1	B1	C1	D1
A2	B2	C2	D2 D3



某些变量有多个基本/默认选项

<i>Input A</i>	<i>Input B</i>	<i>Input C</i>	<i>Input D</i>
A1	B2	C2	D1 D3



<i>Input A</i>	<i>Input B</i>	<i>Input C</i>	<i>Input D</i>
A1	B2	C2	D1 D3

测试用例数量？

<i>Input A</i>	<i>Input B</i>	<i>Input C</i>	<i>Input D</i>
A1	B2	C2	D1
A2	B2	C2	D1
A1	B1	C2	D1
A1	B2	C1	D1
A1	B2	C2	D2
A1	B2	C2	D3

A1	B2	C2	D3
A2	B2	C2	D3
A1	B1	C2	D3
A1	B2	C1	D3
A1	B2	C2	D1
A1	B2	C2	D2

组合测试中的约束问题

组合测试中的两种约束问题

强制约束：取值组合为非法

非强制约束：取值组合无需覆盖

```
Bool Fun(bool a ,bool b, bool c, bool d,  
        bool e, bool f, bool g, bool h)  
{  
    if (a && !b)  
        return false;  
    return (a&&c||b&&d) &&e&&(f&&g||!f&&h);  
}
```

强制约束a=true b=false

```
Bool Fun(bool a ,bool b, bool c, bool d,  
        bool e, bool f, bool g, bool h)  
{  
    a = true;  
    b = false;  
    return (a&&c || b&&d) &&e&& (f&&g || !f&&h);  
}
```

非强制约束 $a=true \ b=false$

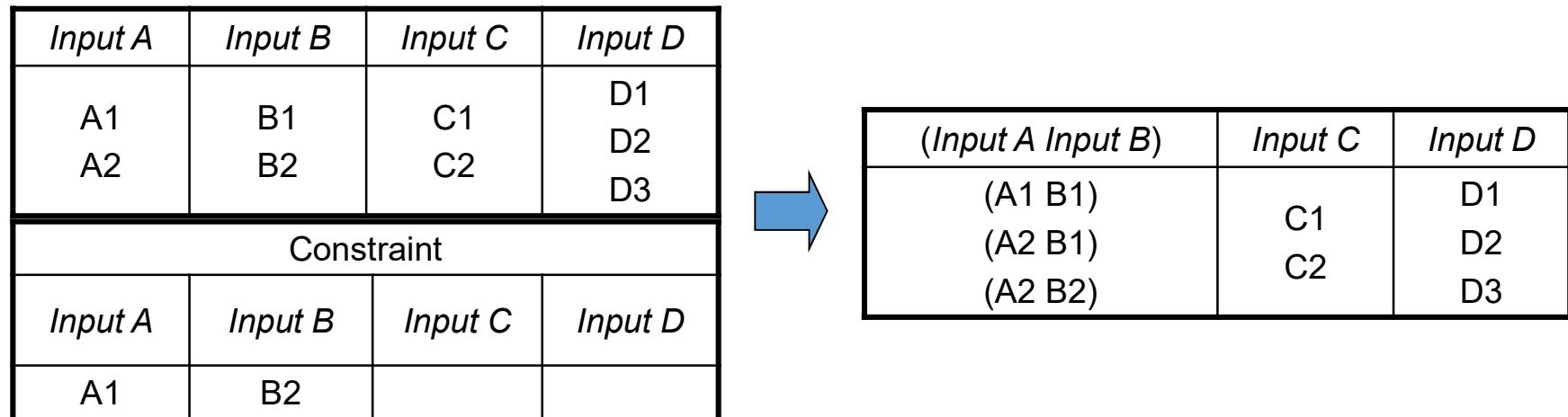
如何处理非强制约束问题？

1 直接忽略

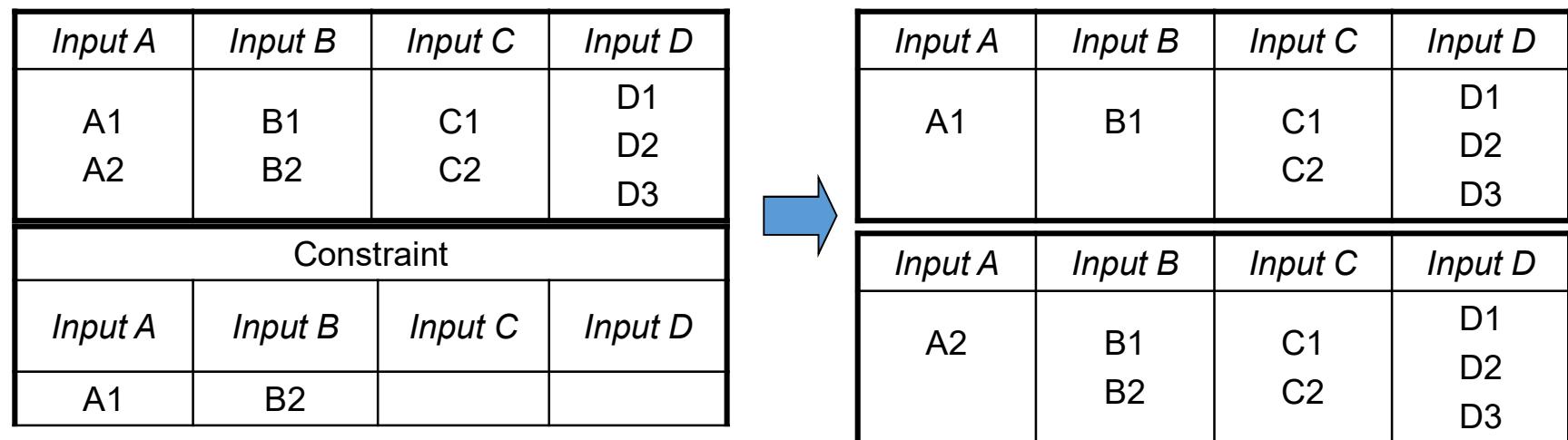
2 算法预处理

如何处理强制约束问题？

合并输入变量



重构输入区域



修改测试用例

<i>Input A</i>	<i>Input B</i>	<i>Input C</i>	<i>Input D</i>
A1	B1	C1	D1
A2	B2	C2	D2
Constraint			
<i>Input A</i>	<i>Input B</i>	<i>Input C</i>	<i>Input D</i>
A1	B2		



(A1, B2, C1, D1)



(-, B2, C1, D1)

(A1, -, C1, D1)



(A2, B2, C1, D1) (A1, B1, C1, D1)

练习

<i>Input A</i>	<i>Input B</i>	<i>Input C</i>	<i>Input D</i>
A1	B1	C1	D1
A2	B2	C2	D2
Constraint			
<i>Input A</i>	<i>Input B</i>	<i>Input C</i>	<i>Input D</i>
		C2	D2



合并输入变量

重构输入区域

修改测试用例

Pairwise小结

- Pairwise VS. 单因素
 - Pairwise能够覆盖到两个维度的组合，能适当减少遗漏的测试。
- Pairwise VS. 全覆盖设计法 VS. 正交表法
 - 全覆盖设计法测试case太多，投入的成本太大。
 - 正交表法是对组合的等概率覆盖，构造困难。
 - Pairwise较之全覆盖设计法，减少了测试用例。较之正交表法，构造相对简单，提高了测试效率。

Pairwise程序

- 微软的PICT
- ReduceArray
- SmartDesgin
- <http://www.pairwise.org./tools.asp>

Black Box Testing Techniques

- Boundary Value Analysis
- Equivalence Partitioning
- Decision Table
- Cause-Effect Graph
- Combinatorial Test

基于输入/输出域的方法

基于组合及其优化的方法