

算法设计与分析作业 4

汪笑宇

2025.12.10

1 问题

1. (教材 p241 练习 16.1-3) 对于活动选择问题，并不是所有贪心方法都能得到最大兼容活动子集。请举例说明，在剩余兼容活动中选择持续时间最短者不能得到最大集。类似地，说明在剩余兼容活动中选择与其他剩余活动重叠最少者，以及选择最早开始者均不能得到最优解。
2. (近似算法：装箱问题 Bin packing) 定义装箱问题为：有 n 个物品，编号为 $1, 2, \dots, n$ ，其中第 i ($1 \leq i \leq n$) 号物品的重量为 $w_i \in (0, 1]$ 。需寻找一个使得 n 个物品全部装箱的装箱方案，且装入的箱子数量最少。注意，这里每个箱子容量都是 1。
其中 FirstFit 算法是比较常用的在线装箱算法。在线算法指的是算法执行时不需要知道全局的输入信息。FirstFit 算法的基本思想是：对于每个物品，装入第一个可以装进去的箱子。若前面有物品的箱子都无法装入，则新开一个箱子装入。
(1) 请写出 FirstFit 算法的伪代码；(2) 请证明该算法得到的解 $SOL \leq 2OPT$ 。(提示：最多只有一个箱子是半满的，因此可以找到所有物品重量之和与 $(SOL - 1)/2$ 的关系；且 OPT 一定不小于所有物品重量之和)
3. (0-1 背包问题变种) 给定 n 个物品和一个容量为 W 的背包，第 i ($1 \leq i \leq n$) 个物品重量为 w_i ，应当如何选择装入背包的物品使得不超过背包容量时的总重量最大？请给出求解该问题的贪心算法基本思想及伪代码，并求解近似比 (SOL/OPT) 。

2 要求

- 提交纸质版作业，最好使用不太厚的练习本，**请勿提交单张纸以防丢失**；
- 提交前建议自行拍照存档以防出现意外情况；
- 请写好学号姓名，务必独立完成；
- 请于**2025 年 12 月 17 日**上课时提交。