

# 计算机辅助复摆实验

王其华<sup>1</sup>, 衡耀富<sup>2</sup>

(1. 华中科技大学, 湖北 武汉 430074; 2. 黄淮学院, 河南 驻马店 463000)

**摘要:** 通过对复摆在非简谐振动情况下运动学方程的讨论, 得到了复摆角速度同摆动次数的关系, 并介绍了利用计算机进行辅助数据采集和处理的方法.

**关键词:** 复摆; 光电探测器; 角度仪

**中图分类号:** O4-33

**文献标识码:** B

**文章编号:** 1006-5261(2006)05-0098-02

复摆实验是大学物理实验中基本的力学实验之一, 从表面看复摆实验似乎十分简单, 但实际上复摆的非简谐振动情况下的运动规律较为复杂. 目前各高校开设的复摆实验大多是研究复摆的简谐振动, 对于非简谐振动情况的研究较少, 主要原因是非简谐振动情况下数据处理的难度很大. 在复摆实验中利用计算机进行辅助数据采集和处理, 可以很方便地解决这些问题, 这样还可以加深学生对复摆运动规律的认识.

## 1 复摆实验讨论

实验中取 1 m 长的钢制直杆, 直杆上每隔 2 cm 钻一个孔用以悬挂复摆. 复摆的运动微分方程为

$$\ddot{\theta} = -\omega_0^2 \sin \theta - M |\dot{\theta}| \dot{\theta} - k |\dot{\theta}| |\dot{\theta}|, \quad (1)$$

式中, 系数  $k$  为支点处的阻尼常数, 系数  $M$  为阻尼项中速度的二次项. 当阻尼较小且摆角很小时, 近似取  $\sin \theta \approx \theta$ , 可求出方程(1)的近似解为

$$\theta = \omega_0^{-1} \sqrt{3k/(2M)} \cdot \cos(\omega_0 t).$$

$$\tan \{ \arctan [A_0 \omega_0 \sqrt{2M/(3k)}] - 2t\pi^{-1} \sqrt{2kM/3} \}, \quad (2)$$

式中  $A_0$  是  $t=0$  时的角位移. 实验时分别记录摆球第 1 次和第  $n$  次通过光电探测器的角速度  $\dot{\theta}_1$  和  $\dot{\theta}_n$ , 测出比值  $|\dot{\theta}_n/\dot{\theta}_1|$ , 作出  $|\dot{\theta}_1/\dot{\theta}_n|$  与摆动次数  $n$  的关系曲线, 便可很方便地研究复摆的运动规律.

考虑到当  $t = (2n+1)\pi/(2\omega_0)$  时 ( $n$  为正整数), 摆角  $\theta = 0$ , 则根据(2)式可得

$$\begin{aligned} \theta_n &= \omega_0^{-1} \sqrt{3k/(2M)} \cdot \cos(\omega_0 t) \cdot \\ &\tan \{ \arctan [A_0 \omega_0 \sqrt{2M/(3k)}] - \\ &(2n+1)\omega_0^{-1} \sqrt{2kM/3} \}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\theta_1 = \omega_0^{-1} \sqrt{3k/(2M)} \cdot \cos(\omega_0 t).$$

$$\tan \{ \arctan [A_0 \omega_0 \sqrt{2M/(3k)}] - 3\omega_0^{-1} \sqrt{2kM/3} \}, \quad (4)$$

联立(3), (4)式得

$$\begin{aligned} |\dot{\theta}_n/\dot{\theta}_1| &= \tan \{ \arctan [A_0 \omega_0 \sqrt{2M/(3k)}] - \\ &(2n+1)\omega_0^{-1} \sqrt{2kM/3} \} \cdot \{ \tan \{ \arctan [A_0 \omega_0 \cdot \\ &\sqrt{2M/(3k)}] - 3\omega_0^{-1} \sqrt{2kM/3} \} \}^{-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

当  $n=1$  时, 令

$$\psi = \arctan [A_0 \omega_0 \sqrt{2M/(3k)}],$$

$$\delta = \sqrt{2kM/3} \omega_0^{-1},$$

则当  $\delta$  很小, 即  $\delta \ll \psi$  时, 有

$$\begin{aligned} \tan(\psi + 3\delta)/\tan(\psi + \delta) &\approx 1 + \\ 2\delta(1 + \tan^2 \psi)/\tan \psi. \end{aligned} \quad (6)$$

在阻尼系数  $k$ ,  $M$  均小于 1, 且  $k$  大于  $M$  的情况下, 由式(5)有

$$|\dot{\theta}_n/\dot{\theta}_1| \approx 1 - 2k/(A_0 \omega_0^2) - 4MA_0/3. \quad (7)$$

在实验中, 根据不同情况下的初始角位移, 测出  $|\dot{\theta}_n/\dot{\theta}_1|$  相对应的结果, 再根据最小二乘法可求出  $k$ ,  $M$ , 将  $k$ ,  $M$  代入(1)式即可求出数值解. 实验结果表明, 在实验误差范围内, 用计算机计算出的数据与实验数据基本符合, 即使由小摆角外推到大摆角, 近似解(2)式仍然成立. 实验测得的  $|\dot{\theta}_n/\dot{\theta}_1|$  与摆动次数  $n$  的关系曲线如图 1 所示.

## 2 实验装置

计算机辅助复摆实验装置原理如图 2 所示, 它主要由复摆实验装置、红外光电探测器 A 和 A'、计时控制器、接口电路、角度仪和计算机组成.

收稿日期: 2006-03-15

作者简介: 王其华 (1975~), 男, 河南汝南人, 黄淮学院电子科学与工程系讲师, 华中科技大学硕士研究生.

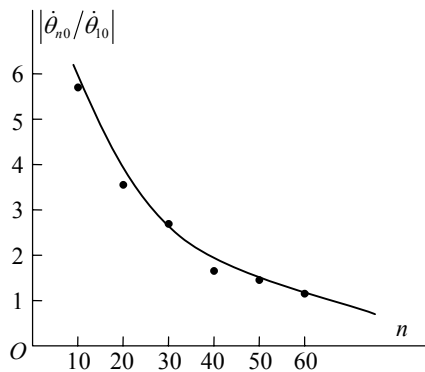
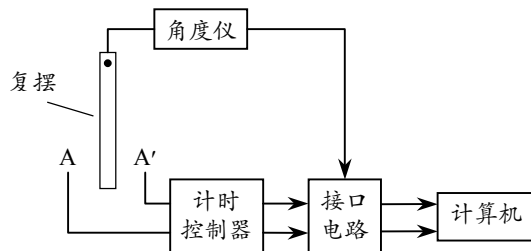
图1  $|\dot{\theta}_{n0}/\dot{\theta}_1|$  与摆动次数  $n$  的关系曲线

图2 计算机辅助复摆实验装置的构成

实验时将红外光电探测器与计时控制器相连, 当摆通过探测器时光路被遮挡, 输出一个 TTL 高电平, 计时控制器将采集到的周期信号通过接口电路送入计算机; 角度仪用于测量摆针的摆动角度, 通过 A/D 转换, 将信号送入计算机处理. 实验时应在摆动趋于稳定后再进行挡光计时.

实验所用的软件可采用 C 语言和 VB 编写, 其中包括数据采集和处理程序.

## 参考文献:

- [1] 杨述武. 力学实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998. 67~89.
- [2] 赵凯华. 力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1995. 114~156.
- [3] 鞠衍清. 单摆运动中的几个极值问题[J]. 大学物理实验, 2005, (4): 45~48.

〔责任编辑 张继金〕

(上接第 22 页)

## 参考文献:

- [1] Morris D. Draft Recommendation for Block Cipher Modes of Operation: The RMAC Authentication Mode[R]. America: NIST, 2002. 1~33.
- [2] Bellare M, Kilian J, Rogaway P. The Security of the Cipher Block Chaining Message Authentication Code[J]. Journal

of Computer and System Science, 2000, 61(3): 362~399.

- [3] Pertank E, Rackoff C. CBC MAC for real-time data source[J]. Journal of Cryptology, 2000, 13(3): 315~338.
- [4] Stinson D R. Cryptography Theory and Practice (second edition)[M]. London: CRC Press Company, 2002. 123.

〔责任编辑 张继金〕

## Research and Improvement of RMAC MAC

HAN Song<sup>1</sup>, WANG Tian-qin<sup>1</sup>, LI Zi-gang<sup>2</sup>

(1.Henan University, Kaifeng Henan 475001, China; 2.Radio &amp; TV Bureau Biyang, Biyang Henan 463700, China)

**Abstract:** The mode of RMAC referred in the relative literature extends the message space to  $\Sigma^*$ , providing a theoretic base to the real-time data using of MAC. But the message in the formatting of the RMAC mode does not distinguish the lengths of the messages and append a PAD to them. This makes that if the length of one message is just positive intgral time of the input block length of the block cipher, then it'll be added to an entire extra block, which uses a block cipher call once more, accordingly the efficiency of RMAC mode will be reduced. This paper puts forward an improvement of the problem.

**Key words:** CBC MAC; EMAC; RMAC; real-time data