

复摆实验装置研究

代 伟

(西华师范大学 物理与电子信息学院, 四川 南充 637002)

**摘 要:** 复摆是一刚体绕固定的水平轴, 在重力的作用下作微小摆动的动力运动体系, 只要满足这一要求便是复摆。该文提出了 2 种复摆模型, 并通过测重力加速度的对比实验, 对复摆的原理加以研究, 得出复摆模型不同, 但实验结果会相同这一结论, 从而使大家对复摆模型及实验原理的理解更加透彻。

**关键词:** 复摆; 回转半径; 等值摆长

**中图分类号:** G642.423; O313.3      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1002-4956(2007)06-0055-04

Duplicate pendulum test installation research

DAI Wei

(College of Physical and Electronic Information, China West Normal University, Nanchong 637002, China)

**Abstract:** The duplicate pendulum is a rigid body circles the fixed horizontal axis in the gravity function mean small swinging dynamic motion system. So long as satisfies this request then is the duplicate pendulum. This article proposes two kind of duplicate pendulum models, And through measuring the gravity acceleration the contrast tests studies to the duplicate pendulum principle, Obtaining the duplicate pendulum model to be different, but the experimental result can be the same conclusion. This makes every body well understand the duplicate pendulum model and the experimental principle.

**Key words:** duplicate pendulum; radius of gyration; the equivalent suspends long

1 2 种结构形式不同的复摆实验装置

复摆是一刚体绕固定的水平轴、在重力的作用下作微小摆动的动力运动体系, 只要能满足这一要求就可以构成一个复摆。图 1 表示一个形状不规则的刚体, 挂于过  $O$  点的水平轴 (回转轴) 上, 若刚体离开竖直方向转过  $\theta$  角度后释放, 它在重力力矩的作用下将绕回转轴自由摆动, 这就是一个复摆。

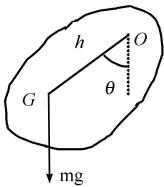


图 1

在满足复摆动力运动体系要求的前提下, 复摆的结构形式可以不同。本文提出了图 2 和图 3 所示的 2 种结构形式不同的复摆。在图 2 所示的实验装置中, 刚体是通过水平固定轴连接, 让刚体在重力的作用下作微小摆动。在图 3 所示的实验装置中, 在刚体上对称地钻一些均匀的圆孔, 刚体通过水平刀刃与支架连接, 刚体在重力的作用下作微小摆动。这种结构上的差异会不会对实验的结果产生影响呢? 为了弄清这一问题, 下面我们分别用这 2 种实验装置来测量重力加速度, 通过对比实验进行研究。复摆实验的最终目的在于测量周期, 并利用周期与加速度的关系式计算重力加速度  $g$  的值。

2 利用复摆 1 测重力加速度

在图 2 所示的复摆实验装置中, 复摆的杆长为  $L$ , 复摆质量记为  $m$ , 杆上有一孔, 处于离杆下端的  $L_1$  处。装置中有 2 个质量为  $m_1$  的砝码块, 根据实验需要可固定在杆上不同位置。刚体绕固定轴  $O$  在竖直平面内作左右摆动。 $C$  是该物体的质心, 与轴  $O$  的距离为  $h$ ,  $\theta$  为其摆动角度。刚体所受力矩

收稿日期: 2006-07-10

作者简介: 代伟 (1964—), 男, 四川省遂宁市人, 副教授, 主要从事大学物理实验仪器与实验教学的研究。

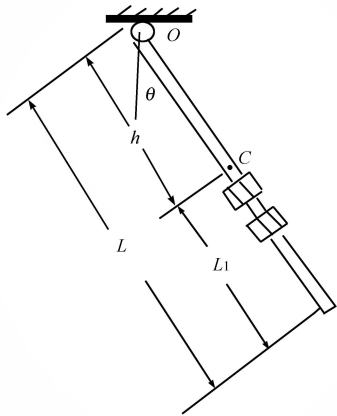


图 2 复摆 1



图 3 复摆 2

对于固定的刚体而言， $I_c$  是固定的，因而用该复摆装置测量重力加速度时，只需改变质心到转轴的距离。设质心离  $O$  轴的距离分别为  $h_1$  和  $h_2$ ，对应周期分别为  $T_1$  和  $T_2$ ，为使计算简化，取  $h_2 = 2h_1$ ，则可得

$$g = \frac{12\pi^2 h_1}{(2T_2^2 - T_1^2)} \tag{7}$$

为了测量重力加速度，将 2 砝码块置于孔 (C) 的上下对称处。孔至上转轴的距离为  $h_1 = 30\text{ cm}$ ，微微摆动复摆杆，用周期测量仪测出周期，测量 3 次，求出平均值。测量所得数值如表 1。变动砝码位置如图 4，使质心距离为  $2h_1 = 60\text{ cm}$ ，重复上述步骤测出  $T_2$ ，实验测量数据如表 1。由实验数据计算得到由该复摆测出的重力加速度  $g$  为  $9.782\text{ m/s}^2$ ，南充地区重力加速度的准确值为  $9.795\text{ m/s}^2$ ，相对误差为  $0.133\%$ 。

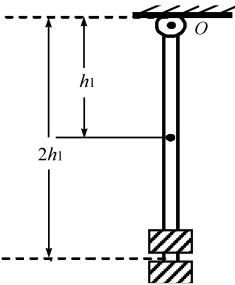


图 4 杆上砝码变换位置示意

$M$  与角位移方向相反，因此有

$$M = -mgh\sin\theta, \tag{1}$$

若  $\theta$  很小时 ( $\theta$  在  $5^\circ$  以内) 近似有

$$M = -mgh\theta. \tag{2}$$

根据转动定律，该复摆有

$$M = I\ddot{\theta}; \tag{3}$$

(2) 式中  $I$  为该物体转动惯量。由式 (1) 和 (2) 可得

$$\ddot{\theta} = -\omega^2 \theta, \tag{4}$$

(3) 式中  $\omega^2 = mgh/I$ 。(3) 式表明该复摆在小角度下作简谐振动，该复摆周期为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}} \tag{5}$$

设  $I_c$  为转轴过质心且与  $O$  轴平行时的转动惯量，那么根据平行轴定律可知

$$I = I_c + mh^2, \tag{6}$$

因此，有

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_c + mh^2}{mgh}} \tag{7}$$

表 1 复摆的摆动周期

次数	$T_1/\text{s}$	$T_2/\text{s}$
1	1.502	1.713
2	1.501	1.713
3	1.501	1.712
平均	1.5013	1.7126

3 利用复摆 2 测重力加速度

对图 3 所示的复摆实验装置，当摆动角度  $\theta$  较小时，摆动也近似为谐振动。振动周期为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_c + mh^2}{mgh}}, \tag{8}$$

(8) 式中  $h$  为回转轴到重心  $C$  的距离， $I$  为对回转轴  $O$  的转动惯量， $m$  为此复摆的质量。 $I_c$  为该复摆对过重心  $C$ 、并且平行于水平的回转轴  $O$  的转轴的转动惯量。

由此可见，周期  $T$  是重心到回转轴距离  $h$  的函

数，且当  $h \rightarrow 0$  或  $h \rightarrow \infty$  时， $T \rightarrow \infty$ 。

(1)  $h$  在零和无穷大之间必然存在一个使复摆对该轴周期为最小的值，我们将此值叫做复摆的回转半径，用  $a$  表示。由 (10) 式和极小值条件  $\frac{dT}{dh} = 0$ ，得  $a = \sqrt{I_C/m}$ 。因此，最小周期为

$$T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{2a}{g}} \tag{9}$$

(2) 在  $h = a$  两边必存在无限对回转轴，使得复摆绕每对回转轴的摆动周期相等。我们把这样的一对回转轴称为共轭轴。假设某一对共轭轴分别到重心的距离为  $h_1$ 、 $h_2$  ( $h_1 \neq h_2$ )，测其对应的摆动周期分别为  $T_1$ 、 $T_2$ ，由 (8) 式，并利用  $T_1 = T_2$  得， $I_C = mh_1h_2$ ，于是有

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{h_1 + h_2}{g}} \tag{10}$$

式 (10) 与单摆的周期公式  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  比较可知，复摆绕距重心为  $h_1$  (或其共轭轴  $h_2$ ) 的回转轴的摆动周期与所有质量集中于离该轴为  $h_1 + h_2$  点的单摆周期相等，称  $h_1 + h_2$  为该轴的等值摆长。可见，在图 3 所示的复摆实验装置中只要测出复摆的摆动周期  $T$  及该轴的等值摆长  $h_1 + h_2$ ，由式 (10) 就可求出当地的重力加速度  $g$  的值。

如图 3 所示，本实验装置中的复摆为一均匀钢板，在它上面从中心向两端对称地开一些小孔。测量时分别将复摆通过小圆孔悬挂在固定刀刃上，便可测出复摆绕不同回转轴摆动的周期  $T$  以及回转轴到重心的距离  $h$ ，得到一组  $T_1$ 、 $h_1$  数据，再通过实验数据作  $T-h$  图，如图 5 所示，从而直观地反映出复摆摆动周期与回转轴到重心距离的关系。

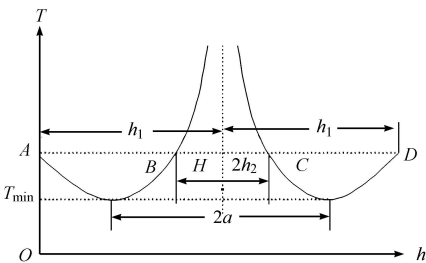


图 5 复摆  $T-h$  图

由于钢板是均匀的，复摆上的小圆孔也是对称的，所以在复摆的重心两侧测量  $T$  随  $h$  的变化时，也该是相同的，因此实验曲线必为 2 条，且与垂直重心的直线交于  $H$  点。不难看出： $AH = HD = h_1$ ，

$BH = HC = h_2$ ， $AC = BD = h_1 + h_2$ ， $AC$  为等值摆长。所以，通过  $T-h$  图便可找出某一周期  $T$  所对应的  $h_1$  和  $h_2$  的数值，就可求出当地的重力加速度  $g$ 。

测出的从复摆的重心到各个悬挂点的距离  $h_1$ ， $h_2$ ， $\cdots h_n$  (要从重心往上测)，和每个悬挂点对应的周期见表 2。

表 2 各悬挂点下测得的摆动周期值

h/cm	13.5	14.5	15.5	16.5	17.5
T/s	1.233	1.223	1.218	1.208	1.207
h/cm	18.5	19.5	20.5	21.5	22.5
T/s	1.206	1.208	1.211	1.218	1.223

由于实验时是从重心往上测，所以按表 2 测得的数据作  $h-T$  曲线图时只能得到图 5 的右半部分曲线，如图 6 所示。

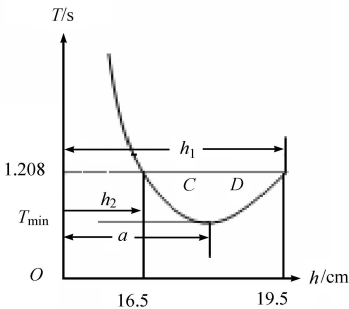


图 6 实验测得的复摆  $T-h$  图

由  $T-h$  图可知： $T = 1.208$  s 时， $h_1 = 16.5$  cm， $h_2 = 19.5$  cm，计算得  $T = 1.208$  s， $g = 7.730$  m/s<sup>2</sup>，与南充地区的  $g$  值 (9.795 m/s<sup>2</sup>) 的相对误差为 0.664%。

4 结论

从以上用 2 个不同复摆装置测量重力加速度的实验数据可以看出，虽然 2 个复摆的实验装置的结构有所不同，依据的原理也有所差异，但是利用它们来测量重力加速度时误差是很小，结果基本相同。所以，可以得出这样一个结论：复摆模型可以不同，只要能满足刚体绕固定的水平轴在重力的作用下，作微小摆动这一复摆动力运动体系的基本要求，都是复摆。在利用它们来测量重力加速度时，实验结果相同。不过，在对上面 2 个实验装置进行研究发现，用图 2 所示的实验装置测量  $g$  时，只需将实验装置调平衡即可，测量方便、快捷；用图 3 所示的实验装置时，首先得将实验装置调平衡，再一个点一个点地测量对应的周期，得出一组对应的

数据，然后根据数据作曲线，在从图中找出某一  $T$  对应的  $h_1$  和  $h_2$  后，才能算出重力加速度，如果曲线拟和得不好，误差会比较大。

参考文献（References）：

[1] 葛松华, 唐亚明. 大学物理实验教程 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2003.

[2] 张进治. 大学物理实验 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2003.

[3] 肖苏, 任红. 实验物理教程 [M]. 合肥: 中国科技大学出版

社, 1998.

[4] 周殿清. 物理实验 [M]. 上海: 华东理工大学出版社, 2003.

[5] 安爱芳, 王玉清, 任新成, 等. 加配重复摆振动周期的实验研究 [J]. 大学物理, 2003, 22 (10): 28-31.

[6] 徐军华, 徐兰珍, 王树林. 刚体转动惯量的一种新型测量法——复摆法 [J]. 西安邮电学院学报, 2004, 9 (3): 92-94.

[7] 龚善初. 复摆的振动分析 [J]. 物理与工程, 2004, 14 (6): 20-22.

（上接第 51 页）

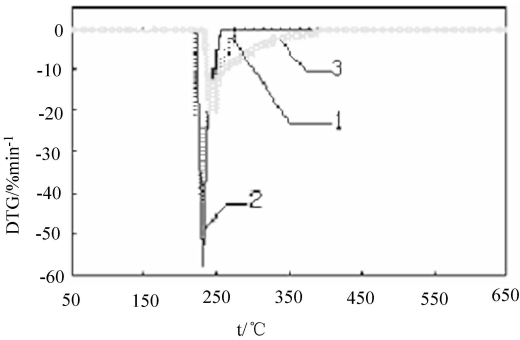


图 5 DTG 曲线

表 3 燃烧特性参数

试样	$t_s/^{\circ}\text{C}$	$t_{\max}/^{\circ}\text{C}$	$t_f/^{\circ}\text{C}$	$\Delta t/^{\circ}\text{C}$	$\frac{dw}{dt}/^{\circ}\text{C}^{-1}$	$D/\text{J}$
1	219.4	227.5	278.6	59.2	-42.1	3840.854
2	221.5	230.7	256.5	35	-57.2	1631.522
3	234.0	244.1	396.0	162	-20.7	9974.566

表 3 中， $t_s$  为挥发分初始析出（点火）温度； $t_{\max}$  为最大失重率对应的温度； $t_f$  为燃烧基本结束的温度； $\Delta t$  为试样燃烧的温度区间（DTG 峰值宽度）； $dw/dt$  为最大失重率，表示试样在受热时燃烧反应的强烈程度， $dw/dt$  的绝对值越大燃烧反应越强烈； $D$  是试样在燃烧反应过程中放出的热量，用 DTG 峰值面积积分值表征其特性指数。

2.2.2 实验结果分析

试样大致从 220℃ 附近开始热解，挥发分析出燃烧的。试样 1 和试样 3 的 TG 曲线形状相似，是速率单调递减。试样 2 的 TG 曲线形状与试样 1 和试样 3 的 TG 曲线形状有区别，试样 2 的 TG 曲线出现 2 次失重，第 1 次失重出现在 221.5℃~256.5℃，且最大失重率  $dw/dt$  为 -57.2，峰值宽度最小， $\Delta t$  为 35；第 2 次失重出现在 393.2℃~525.8℃，失重变

化很小。比较试样 1、试样 2、试样 3 的 TG 曲线和 DTG 曲线，可以看出：试样 2（散料）挥发分析出集中，燃烧强烈，但时间短，部分固定碳没有及时点燃，形成 2 次燃烧，放出的热量少。试样 1 和试样 3 是靠压力成型的，体积密度大，挥发分析出相对缓慢，燃烧时间较长，挥发分燃烧过程中点燃固定碳，燃烧放热集中，放热量较大。试样 1 的质量少，成型后体积小，比表面积相对较大，与试样 3 比较，挥发分释放的温度较低，且较集中。从这 3 个试样的热重实验看出，型煤压力成型后可以改善其燃烧过程，型煤质量大些，着火燃烧、释放的热量，使型煤进一步快速加热，使其着火和燃烧较快、较稳定。

3 结论

通过在本实验台进行的生物质型煤热重试验结果，验证了本实验台完全符合燃料燃烧的热重实验要求，试验结果正确，数据可靠。该实验台的重要特点是适合做质量大的型煤热重实验。实验台基于 labVIEW 虚拟仪器平台，投资少，功能齐全，自动化程度高。

参考文献（References）：

[1] 陈镜泓, 李传儒. 热分析及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 1985.

[2] 韩晓强, 陈晓平, 崔亚兵. 锅炉飞灰含量偏高的热重研究 [J]. 洁净煤技术, 2005 (3): 62-65.

[3] 张佳丽, 张如意, 谌伦建. 用热重法研究型煤燃烧特性 [J]. 洁净煤技术, 2005 (3): 65-68.

[4] 王双群, 熊源泉, 孙晨亮. 加压热重分析仪 [J]. 仪器仪表及分析监测, 1998 (2): 23-25.

[5] 矫振伟, 苏俊比, 岂兴明. 基于虚拟仪器的电子器件热特性实验台的研制 [J]. 实验技术与管理, 2006, 23 (2): 48-50.