复摆加一配重后周期的变化*

白泽生　刘竹琴

(延安大学物理系,陕西延安,716000)

摘　要　本文对复摆某一位置上加一配重后的周期变化规律进行了研究与分析。

关键词　复摆;配重;转动惯量;周期

我们知道,一个围绕固定轴摆动的物体就构成了复摆,当摆动的振幅甚小时,可把它看作是简谐振动,理论推导可得其简谐振动方程为

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\frac{m_0gh}{I_0}\theta$$

振动圆频率 ω的平方为

$$\omega^2=\frac{m_0gh}{I_0}$$

而振动周期 T_0 等于$\frac{2\pi}{\omega}$为

$$T_0^2=\frac{4\pi^2 I_0}{m_0gh} \tag{1}$$

式中 m_0 为复摆的质量,h 为摆的支点到质心的距离,g 为当地的重力加速度,I_0 为复摆对回转轴的转动惯量 。

当复摆某一位置上加一配重后,其振动周期 T_1 与未加配重时的振动周期 T_0 有何关系?其变化有何规律? 是增大、减小还是不变呢? 本文将作如下分析和讨论。

根据(1)式,当复摆某一位置上加一质量为 m_1 的物体(即配重)后,组成一个系统,其振动周期为

$$T_1^2=\frac{4\pi^2(I_0+I_1)}{(m_0+m_1)gh} \tag{2}$$

式中 I_1 为质量 m_1 的物体绕轴的转动惯量 。

用(1)式除以(2)式得

$$\frac{T_0^2}{T_1^2}=\frac{(m_0+m_1)I_0}{m_0(I_0+I_1)}=\frac{m_0+m_1}{m_0\left(1+\frac{I_1}{I_0}\right)} \tag{3}$$

I_0 和 I_1 还可写成 $I_0=m_0k_0^2$,$I_1=m_1k_1^2$,代入(3)式并整理得

* 收稿日期:1995-10-11

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www

$$\frac{T_0^2}{T_1^2}=\frac{m_0+m_1}{m_0+m_1\left(\frac{k_1}{k_0}\right)^2} \qquad (4)$$

式中 k_0 和 k_1 分别为质量 m_0 的物体和质量 m_1 的物体对轴的回转半经。

现根据(4)式对 T_0 和 T_1 的关系作如下讨论:

(1) 当 $k_1=k_0$ 时,由(4)式可得 $T_0^2=T_1^2$

即
$$T_0=T_1$$

所以当质量为 m_1 的配重对轴的回转半经与质量为 m_0 的复摆对轴的回转半径相等时,亦即将一配重(质量均匀分布且形状规则)放置在其质心距轴 k_0 位置时,复摆加上配重后与未加配重时周期相等。

(2) 当 $k_1>k_0$ 时,由(4)式可得 $T_1^2>T_0^2$

即
$$T_1>T_0$$

所以当质量 m_1 的配重对轴的回转半经大于质量为 m_0 的复摆对同轴的回转半径,亦即当配重放置在其质心距轴的距离大于 k_0 的位置时,复摆加配重后的周期大于未加配重时的周期。

(3) 当 $k_1<k_0$ 时,由(4)式可得 $T_1^2<T_0^2$

即
$$T_1<T_0$$

所以当质量为 m_1 的配重对轴的回转半径小于质量为 m_0 的复摆对同轴的回转半经,亦即当配重放置在其质心距轴的距离小于 k_0 的各个位置上时,复摆加配重后的周期小于未加配重时的周期。

由上面讨论可知,当复摆的支点固定不变时,加配重后其周期与未加配重时周期的关系只与二者对同一轴的回转半径之比值有关。

参 考 文 献

1 杨述武主编. 普通物理实验(一、力学、热学部分). 高等教育出版社, 1993, 181- 183.

2 周衍柏编. 理论力学教程. 高等教育出版社, 1986, 188.

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www