

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

FAKULTÄT ELEKTROTECHNIK UND INFORMATIONSTECHNIK

**Elemente der Modellbildung und
Simulationstechnik**

PRAKTIKUMSAUFGABE I

Gruppe 11

Cao,Bozhi Gao,Yue Jia,Xuehua Zhu,Jinyao

Dresden, 28. Juni 2018

1. Aufgabe

1.1 Analytische Lösung($u_1 = 5, T_m = 10\text{s}, t_{step} = 1\text{s}$):

$$y(t) = u_1 \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m}(t-t_{step})} \right) = 5 \left(1 - e^{-\frac{1}{10}(t-1)} \right)$$

1.2 Simulationsergebnisse:

VPG ohne Schrittweitensteuerung($t_{step} = 1\text{s}, u_1 = 5, h = 0.1\text{s}$):

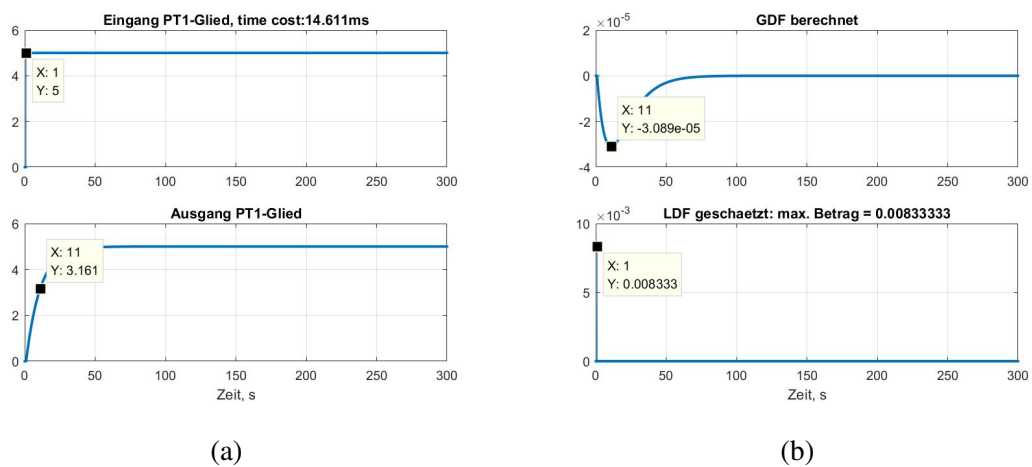


Abbildung 1: (a) Führungsverhalten; (b) Verhalten der Global-/Lokaldiskretisierungsfehler;

1.3 Verifizierung

Aus der Simulationsergebnisse kann die Zeitkonstante der PT_1 Glied ($11 - 1 = 10\text{s}$) abgelesen werden, welche der T_m entspricht.

Verhalten der G/LDF an der Sprungstelle($t = 1\text{s}$): die lokale Diskretisierungsfehler ändern sich sprunghaft. Der LDF an der Sprungstelle ist deutlich größer als an der Ruhelage des Systems. Die GDF erreichen ihre Maxima zum Zeitpunkt $t \approx 11\text{s}$.

2. Aufgabe

2.1 Bestimmung des Intervalls der Schrittweite:

Maximale Schrittweite h_{max} :

Charakteristische Gleichung von $G_1(s)$:

$$T_m \lambda + 1 = 0, \text{ mit } T_m = 10\text{s}$$

$$\lambda = -\frac{1}{T_m} = -0.1\text{s}^{-1}$$

Nach der Stabilitätsgebiete für Verbesserte Polygonzugmethode:

$$\mu = h \cdot \lambda, \text{ mit } |\mu|_{max} = 2.0$$

$$\Rightarrow h_{max} = \frac{|\mu|_{max}}{|\lambda|} = 20\text{s}$$

Minimale Schrittweite h_{min} :

geschätzte LDF \hat{d} an der Sprungstelle:

wenn $t_i + \frac{h}{2} < t_{step} < t_i + h$:

$$\left. \begin{array}{l} k_1 = 0 \\ k_2 = 0 \\ k_3 = \frac{u_1}{T_m} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{d}_1 = \frac{h}{6} \cdot k_3 = \frac{h}{6} \cdot \frac{u_1}{T_m}$$

wenn $t_i < t_{step} < t_i + \frac{h}{2}$:

$$\left. \begin{array}{l} k_1 = 0 \\ k_2 = \frac{u_1}{T_m} \\ k_3 = \frac{u_1}{T_m} \cdot \left(1 - \frac{2h}{T_m}\right) \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{d}_2 = \frac{h}{6} \cdot (-2k_2 + k_3) = -\frac{h}{6} \cdot \frac{u_1}{T_m} \cdot \left(1 + \frac{2h}{T_m}\right)$$

Anforderung ($\frac{2h}{T_m} \ll 1$):

$$|\hat{d}_1| = \left| \frac{h}{6} \cdot \frac{u_1}{T_m} \right| \approx |\hat{d}_2| \leq \varepsilon_{LDF}$$

mit $u_1 = 5, T_m = 10\text{s}, \varepsilon_{LDF} = 10^{-6}$

$$\Rightarrow h_{min} \leq \frac{6}{\left| \frac{u_1}{T_m} \right|} \cdot \varepsilon_{LDF} = 1.2 \times 10^{-5}\text{s}$$

2.2 Simulationsergebnisse:

VPG mit Schrittweitensteuerung ($t_{step} = 1s$, $u_2 = 5$, $h_{init} = 0.5s$, $\varepsilon_{LDF} = 10^{-6}$):

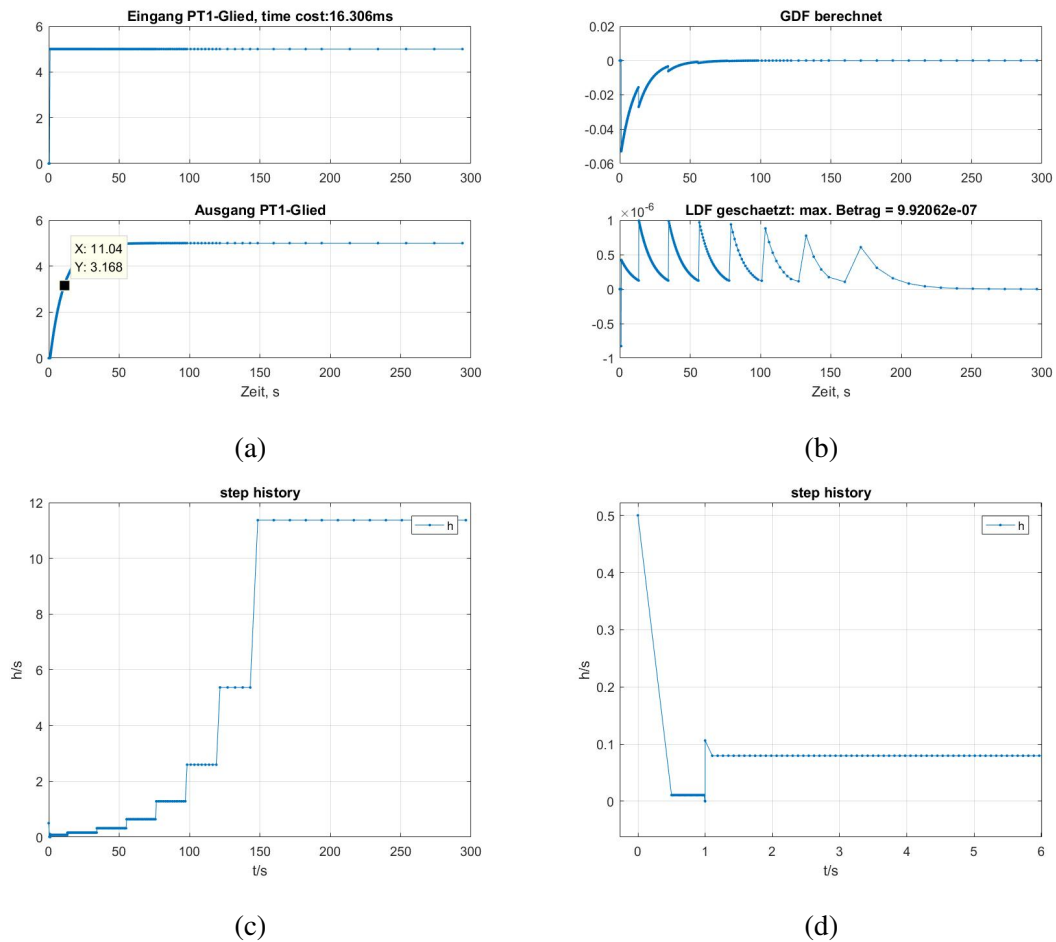


Abbildung 2: (a) Führungsverhalten; (b) Verhalten der Global-/Lokaldiskretisierungsfehler; (c) Verlauf der Schrittweite; (d) Verlauf der Schrittweite in der Nähe der Sprungstelle;

2.3 Verifizierung

Aus der Simulationsergebnisse kann die Zeitkonstante der PT_1 Glied ($\approx 10s$) abgelesen werden, welche der T_m entspricht.

Verhalten der Schrittweite in der Nähe der Sprungstelle ($t = 1s$): die Schrittweite ändert sich nahe vor der Sprungstelle sprunghaft und deutlich kleiner, nach der Sprungstelle vergrößert sie sich.

Verlauf der LDF: die LDF sind in der Simulation immer auf $\varepsilon_{LDF} = 10^{-6}$ begrenzt.

3. Aufgabe

3.1 Simulationsergebnisse:

VPG mit Schrittweitensteuerung ($t_{step} = 1s, u_2 = 0.17, h_{init} = 0.001s, \varepsilon_{LDF} = 10^{-10}$):

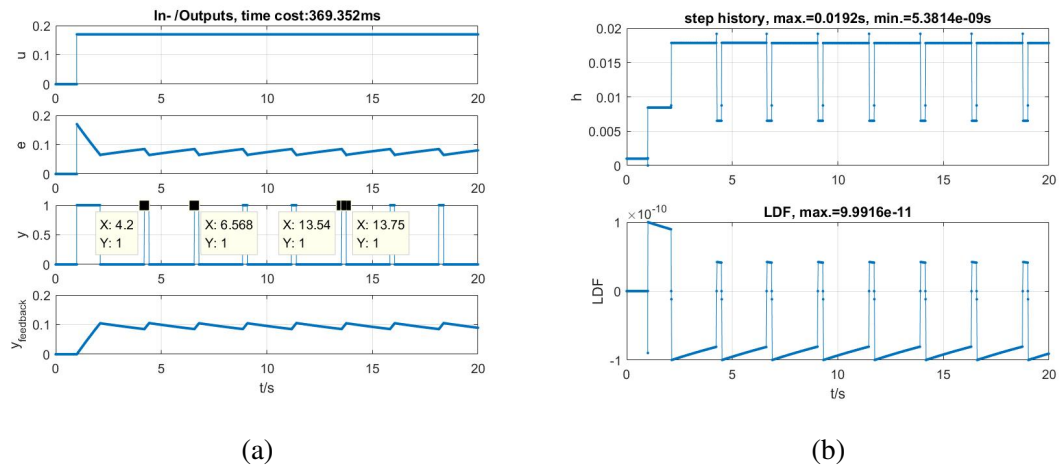


Abbildung 3: (a) Eingang und alle Blockausgänge; (b) Verlauf der Schrittweite und LDF;

VPG ohne Schrittweitensteuerung ($t_{step} = 1s, u_2 = 0.17, h = 0.001s$):

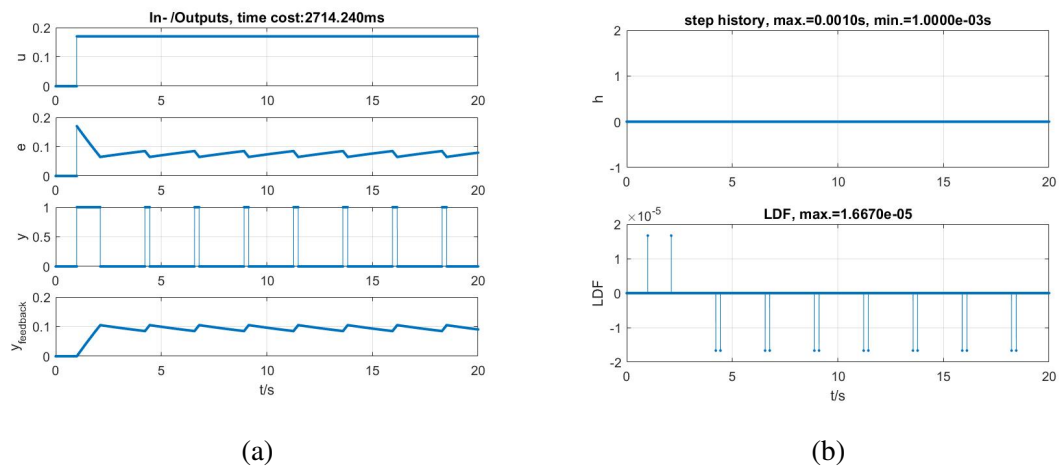


Abbildung 4: (a) Eingang und alle Blockausgänge; (b) Verlauf der Schrittweite und LDF;

3.2 Verifizierung

Aus der Gleichung:

$$\tau_e = -T_m \cdot \ln \left(1 - \frac{h_e - h_a}{1 + h_e - |u_2|} \right)$$

$$\tau_p = T_m \cdot \left[\ln \frac{1 - h_a/|u_2|}{1 - h_e/|u_2|} - \ln \left(1 - \frac{h_e - h_a}{1 + h_e - |u_2|} \right) \right]$$

mit

$$u_e = 0.17, h_a = 0.065, h_e = 0.085, T_m = 10s$$

erhält man:

$$\tau_e = 0.2210s, \quad \tau_p = 2.3341s$$

Aus Simulation(Abbildung 3):

$$\hat{\tau}_e = 0.21s, \quad \hat{\tau}_p = 2.368s$$

die Simulationsergebnisse den analytischen Werten entsprechen.

Vergleichen(mit/ohne Schrittweitensteuerung des VPG-Algorithmus):

um eine ähnliche Genauigkeit(LDF Toleranz) zu erreichen, braucht das VPG-Algorithmus ohne Schrittweitensteuerung deutlich mehr Rechenzeit als das mit Schrittweitensteuerung.

3.3 Weitere Experimente mit $u_{22} = -0.25, u_{23} = 0.49$:

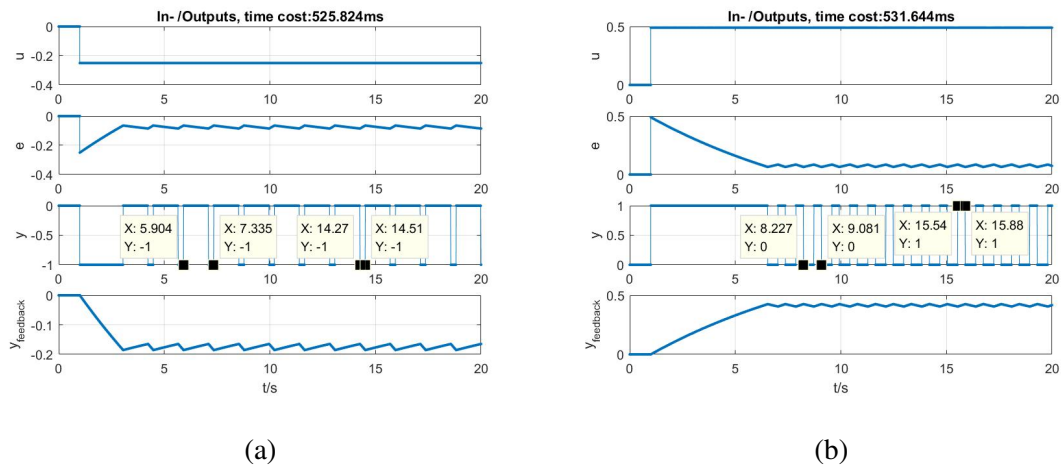


Abbildung 5: (a) $u_2 = u_{22} = -0.25$; (b) $u_2 = u_{23} = 0.49$;

	$\tau_e(s)$	$\hat{\tau}_e(s)$	$\tau_p(s)$	$\hat{\tau}_p(s)$
$u_2 = -0.25$	0.2424	0.24	1.3865	1.431
$u_2 = 0.49$	0.3419	0.34	0.8239	0.854