

## 练习二十五

1. 水平向左,  $|E|=mgtg\theta/q$

解析: 小球将受到绳的拉力, 重力以及电场力, 电场力的方向向右, 由于小球所带电荷为负电荷, 所以外电场的方向为水平向左。

由受力分析可得小球在 B 点的场强大小

2.  $2a$

解析: 场强大小为 0 的点在  $-q$  的右边, 通过场强公式即可解出  $x=2a$

2. [3]

解析:

(1) E 与试验电荷无关

(2) E 与 F 无关

(3) 两个试验电荷的电荷量可能不同,  $E_A$  于  $E_B$  大小无法确定

4. [2]

解析:

$$\because F = \frac{kq^2}{R^2} = \frac{mv^2}{R}$$

$$\therefore R = \frac{kq^2}{mv^2}$$

将电量、运动速率均增大一倍, 半径不变

5. 在 AB 上与 O 点相距为  $l$  处取  $dl$ , 其所带电量  $dq = \lambda dl$ 。  $dq$  在 p 点场强  $dE = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 l^2}$ ,

方向向右。由于 AB 上任意  $dq$  在 p 点产生的场强方向相同, 则

$$E_p = \int_{0.05}^{0.2} \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 l^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{0.05} - \frac{1}{0.2} \right) = 6.75 \times 10^2 V \cdot m^{-1}, \text{ 方向向右}$$

6. 在距长直导线为  $x$  处任取  $dx$ , 其所带电量  $dq = \lambda dx$ , 又长直导线在  $dx$  处的场强为

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}, \quad dq \text{ 受电场力 } df = dqE = \frac{\lambda^2}{2\pi\epsilon_0} \frac{dx}{x}, \text{ 方向向右。由于 } ab \text{ 上任意 } dq \text{ 受力方向}$$

相同, 则  $f = \int df = \int_R^{L+R} \frac{\lambda^2}{2\pi\epsilon_0} \frac{dx}{x} = \frac{\lambda^2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{L+R}{R}, \text{ 方向沿 } ab \text{ 相互排斥。}$

## 练习二十六

1.  $E\pi R^2$

解析:通过半球面的电场强度通量与通过底部圆面的电场强度通量相  $\Phi_e = ES = E\pi R^2$  等

2. 0,  $5L^2$ ,  $6L^2$

3. (a) 图中高斯面为一圆柱面, (b) 图中高斯面为一球面

4. [4]

解析

$$\Phi = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

由于闭合曲面内电荷量不变, 所以电场强度通量不变  
 $E_p$  由  $q$  与  $q'$  共同决定, 所以  $q'$  位置改变,  $E_p$  改变

5. 过场点作长为  $l$  的同轴圆柱面, 由高斯定理得:  $\oint_s \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0}$

(1) 当  $r < R_1$  时,  $\sum_i q_i = 0$ ,  $\therefore E = 0$ ;

(2) 当  $r > R_2$  时,  $\sum_i q_i = 0$ ,  $\therefore E = 0$ ;

(3) 当  $R_1 < r < R_2$  时,  $\sum_i q_i = \lambda l$ ,  $\therefore E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$

6. (1) 过场点作同心球面, 由高斯定理:  $\oint_s E \cdot dS = \int_v \rho dV / \epsilon_0$

即:  $4\pi r^2 E = \int_0^r \frac{\rho_0 e^{-kr}}{r^2} 4\pi r^2 dr / \epsilon_0$       解得:  $E = \frac{\rho_0}{\epsilon_0 k r^2} (1 - e^{-kr})$

(2) 同理可求得球外任一点  $E = \frac{\rho_0}{\epsilon_0 k r^2} (1 - e^{-kR})$

## 练习二十七

1.  $\frac{q_1 - q_2}{2\pi\epsilon_0 R}, -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R}$

解析:

$$U = U_1 + U_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R/2} + \frac{-q_2}{4\pi\epsilon_0 R/2} = \frac{q_1 - q_2}{4\pi\epsilon_0 R/2}$$

$$W = U_1(-q_2) = U_2 q_1 = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R/2}$$

2.  $\frac{R^3 \rho}{3\epsilon_0} \left( \frac{1}{d+r} - \frac{1}{r} \right)$

解析:

$$E_p = E_+ + E_- = \frac{R^3 \rho}{3\epsilon_0 (d+r)^2} - \frac{R^3 \rho}{3\epsilon_0 r^2}$$

$$U_p = \int_p^\infty E_p \cdot dr = \frac{R^3 \rho}{3\epsilon_0} \left( \frac{1}{d+r} - \frac{1}{r} \right)$$

3. [2]

解析:

$$\because A = eU_{AK} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore m_p v_p^2 = m_e v_e^2 \Rightarrow \frac{v_e}{v_p} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}}$$

4. [1]

解析:

$$E_x = -\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{2Ax}{x^2 + y^2};$$

$$E_y = -\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{2Ay}{x^2 + y^2}$$

$$E_z = -\frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

5 (1) 在棒上距  $p$  点为  $l$  处任取  $dl$ , 其所带电量  $dq = \frac{q}{L} dl$ ,  $dq$  在  $p$  点的电势为  $du = \frac{q dl}{4\pi\epsilon_0 L l}$ ,

$$\therefore u_p = \int_r^{r+L} \frac{q dl}{4\pi\epsilon_0 L l} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{r+L}{r}$$

(2) 同理  $u_Q = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 L} \ln \left( \frac{3r+L}{3r} \right)$ , 则  $q_0$  从  $P \rightarrow Q$ ,

$$\text{电场力的功 } A = q_0(u_p - u_Q) = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{3(r+L)}{3r+L}$$

$$\text{电势能变化为 } \Delta W = -\frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{3(r+L)}{3r+L}$$

6. (1) 任取半径  $r$ 、宽  $dr$  的圆环, 其所带电量  $dq = \sigma 2\pi r dr$ ,  $dq$  在  $x$  处的电势为

$$du = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + r^2)^{1/2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{r dr}{(x^2 + r^2)^{1/2}} \quad \therefore \text{距 盘 心 } x \text{ 处 的 电 势 为}$$

$$u = \int du = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{(x^2 + r^2)^{1/2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{x^2 + R^2} - x)$$

$$(2) E = -\frac{du}{dx} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right)$$

## 练习二十八

1.  $\frac{3F}{8}, \frac{4F}{9}$

解析:

小球 3 触碰前:  $F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

小球 3 第一次触碰后:  $q_1 = \frac{q}{2}; q_2 = \frac{3q}{4}$

$\therefore F_1 = \frac{3F}{8}$

小球 3 经过很多次接触, 相当于  $2q$  的电量平分到三个小球中

$\therefore q_1 = \frac{2q}{3}; q_2 = \frac{2q}{3}$

$\therefore F_n = \frac{4F}{9}$

2.  $\frac{\sigma_0}{2} - \epsilon_0 E_0, \frac{\sigma_0}{2\epsilon_0} - E_0$

解析:

带电板未置于电场时,  $\sigma_0 = \frac{Q}{2S}$

$\sigma_1 = \sigma_0 - \epsilon_0 E_0 = \frac{Q}{2S} - \epsilon_0 E_0$

带电板置于电场后,

$\therefore |E_1| = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0} = \frac{Q}{2\epsilon_0 S} - E_0$

3. [2]

解析:

$U = \int_{R_2}^{\infty} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \cdot dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$

4. [1]

5. (1) 静电平衡时, 电荷分布如图, 按电势迭加原理, 球和球壳的电势分别为

$$u_{\text{球}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{r} - \frac{q}{R_1} + \frac{Q+q}{R_2} \right) \quad u_{\text{球壳}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q+Q}{R_2} \right)$$

$$\text{电势差 } \Delta u = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{r} - \frac{q}{R_1} \right)$$

(2) 球壳接地, 球与球壳间的场分布不变, 所以电势差也不变, 仍与上同。

(3) 若用导线连接, 则为等势体, 所以电势差  $\Delta u = 0$ 。

6. (1) 金属球是个等势体

$$U_{\text{球}} = U_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \oint_S \frac{\sigma' ds}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + 0 = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R}$$

(2) 接地时, 金属球电势为零

$$U_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \oint_S \frac{\sigma' ds}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R} + \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R} = 0$$

$$q' = -\frac{q}{2}$$

## 练习二十九

1. 2, 1.6

解析:

$$C_0 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d_0};$$

当  $d = \frac{d_0}{2}$  时  $C = 2C_0$

当  $d = \frac{d_0}{2}, \epsilon_r = 4$  时,  $C' = 8C_0$

2. 600V

解析:

反接前:

$$q_1 = C_1 U = 8 \times 10^{-3} C;$$

$$q_2 = C_2 U = 2 \times 10^{-3} C;$$

反接后:

$$q_1 = 4.8 \times 10^{-3} C;$$

$$q_2 = 1.2 \times 10^{-3} C;$$

$$\therefore U_{MN} = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} = 600V$$

3. [2]

解析:

接前:  $U_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2};$

$$U_2 = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

接后:

$$U = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

4. [3]

解析:

因  $W = \int_V w dV$ , 静电能的能量与电场空间有关, 带电球面内无电场

而面外与球体外的电场相同所以  $W_1 < W_2$

5. (1)  $\because E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon r}$ ,  $w = \frac{1}{2}\epsilon E^2$   
 $\therefore$  圆柱薄壳中的电场能量  $dW = wdV = w2\pi r dr L = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon L} \ln \frac{dr}{r}$

(2) 介质中的总能量  $W = \int_a^b \frac{Q^2}{4\pi\epsilon L} \frac{dr}{r} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon L} \ln \frac{b}{a}$   
(3) 由  $W = \frac{Q^2}{2C}$ , 得圆柱电容器的电容  $C = \frac{2\pi\epsilon L}{\ln \frac{b}{a}}$

6. 由高斯定理:  $\oint_s \bar{D} \cdot d\bar{S} = \Sigma q_i$ ,  $E = \frac{D}{\epsilon}$ , 可知场分布为

$$E = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2} & R < r < R+d \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} & r > R+d \end{cases}$$

由  $u_p = \int_p^\infty Edr$ , 可得电势分布为

$$u = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R+d} \right) + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(R+d)}, \quad (r < R)$$

$$u = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R+d} \right) + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(R+d)}, \quad (R < r < R+d)$$

$$u = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (r > R+d)$$

## 练习三十

1.  $0.21\mu_0 I/R$ ; 垂直纸面向里

解析:

$$\begin{aligned}B_0 &= B_{ab} + B_{bcd} + B_{de} \\&= 2 \times \frac{\mu_0 I}{4\pi R \cos 60^\circ} [\cos 150^\circ - \cos 180^\circ] \\&= 0.21 \frac{\mu_0 I}{R};\end{aligned}$$

方向垂直纸面向里

2.  $2.2 \times 10^{-6} Wb$

解析:

$$\begin{aligned}\Phi_m &= 2 \int B \cdot dS = 2 \int_a^d \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr \\&= \frac{\mu_0 I l}{\pi} \int_{0.1}^{0.3} \frac{dr}{r} \\&= 2.2 \times 10^{-6} Wb\end{aligned}$$

3. [3]

解析:

两个圆环相互垂直, 故磁感应强度的方向相互垂直

$$B = \sqrt{2 \times \left(\frac{\mu_0 I}{2R}\right)^2} = \sqrt{2} \frac{\mu_0 I}{2R}$$

4. [4]

解析:

因磁感应线是闭合的, 所以穿过 S 的磁通量  $\Phi_m$  不变, 但 S 面上的一点 P 靠近直导线, 所以 B 增加

5. 在与  $p$  点相距为  $x$  处, 取一宽为  $dx$  的细长条, 其中电流  $dI = \frac{I}{a} dx$

它在  $p$  点产生的磁感应强度  $dB = \frac{\mu_0 dI}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I dx}{2\pi a x}$ , 方向垂直纸面向里

因各细长条在  $p$  点的  $dB$  方向相同, 所以  $B_p = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \ln \frac{d+a}{d}$

方向垂直纸面向里。

6.  $\bar{B}_0 = \bar{B}_{ab} + \bar{B}_{bc} + \bar{B}_{cd} + \bar{B}_{da}$

$$\bar{B}_{cd} = \frac{\mu_0 I}{8R} \bar{i}$$

$$\bar{B}_{bc} = \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{\sqrt{2}}{2} R} [\sin 45^\circ - \sin(-45^\circ)] \bar{k} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \bar{k}$$

$$\bar{B}_0 = \frac{\mu_0 I}{8R} \bar{i} + \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \bar{k}$$

## 练习三十一

1.  $\frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}, \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

解析:

导体内:

$$\because 2\pi r B_1 = \mu_0 I$$

$$I' = \frac{r^2 I}{R^2}$$

$$\therefore B_1 = \frac{\mu_0 r^2 I}{2\pi R^3}$$

导体外:

$$\because 2\pi r B_2 = \mu_0 I$$

$$\therefore B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

2.  $-3\mu_0 I_2, 2\mu_0 I_1$

3. [4]

解析:

$\oint_L B \cdot dL$  只与穿过以  $L$  为边界的曲面电流有关,

而  $L$  上的  $B$  与电流在空间的分布有关, 所以  $\oint_L B \cdot dL$  不变,  $B_p$  不变

4. [3]

解析:

圆电流产生的磁场在圆内和圆外的方向都垂直圆平面

所以可以知道,  $\vec{B}$  沿  $L$  上任一点的切向分量为零

5. 由安培环路定律,  $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$ , 过场点在电缆横截面内作半径为  $r$  的同心圆形回路

$$L, \text{ 则有 } 2\pi r B = \mu_0 \sum I_i, \text{ 即 } B = \frac{\mu_0 \sum I_i}{2\pi r},$$

$$由已知电流分布有 \mathbf{B} = \begin{cases} \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2} & r < a \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & a < r < b \\ \frac{\mu_0 I(c^2 - r^2)}{2\pi r(c^2 - b^2)} & b < r < c \\ 0 & r > c \end{cases}$$

6. 由电流分布的对称性，可断定与平板的对称面等距的点处， $\bar{B}$  的大小相等且方向与平板平行，作矩形回路  $abcd$ ，其中  $ab, cd$  与平板平行，且与平板的对称面等距 ( $ad, bc$  的中点  $oo'$  在平板的对称面上)，由  $\oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 \Sigma I_i$ ；

当  $ao > d$  时， $2\bar{ab}B = \mu_0(\bar{ab})2dj, B = \mu_0 dj$ ；

当  $ao < d$  时， $2\bar{ab}B = \mu_0(\bar{ab}) \cdot (2\bar{ao})j, B = \mu_0 \bar{ao}j$ ；即，某点距平板中心平面距离为  $x$  时，

$$\text{有 } B = \begin{cases} \mu_0 dj \rightarrow x > d & \text{在中心平面上部各点, } \bar{B} \text{ 方向水平向左;} \\ \mu_0 x j \rightarrow x < d & \text{在中心平面下部各点;} \end{cases}$$

$\bar{B}$  方向水平向右。

## 练习三十二

1.  $2.5\vec{i} - 1.5\vec{k}$

解析:

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \int I d\vec{l} \times \vec{B} \\ &= 5 \vec{j} \times (0.3 \vec{i} - 1.2 \vec{j} + 0.5 \vec{k}) \\ &= 2.5 \vec{i} - 1.5 \vec{k}\end{aligned}$$

2. 1:1

解析:

$$\begin{aligned}f &= qvB = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv^2}{qvB} \\ \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 &= \frac{1}{2} m_{\text{质子}} v_{\text{质子}}^2 \Rightarrow \frac{v_{\text{质子}}}{v_\alpha} = \sqrt{\frac{m_\alpha}{m_{\text{质子}}}} = 2 \\ \therefore \frac{r_{\text{质子}}}{r_\alpha} &= 1:1\end{aligned}$$

3. [4]

解析:

$$|M| = I \frac{\pi R^2}{2} B \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} \pi R^2 I B$$

方向竖直向上

4. [1]

解析:

半导体内载流子为负电荷，可判断出受力方向指向 b

所以  $U_{ab}$  大于 0

5. 在载流圆环上取一对对称电流元，它们所受的安培力为  $d\vec{f}$  及  $d\vec{f}'$ ，由于对称性，沿环径向的分力成对地相互抵消。

所以， $F = \oint df \cos 60^\circ = \oint \frac{1}{2} BI dl = BI\pi R = 0.2N$ ，方向垂直向下。

6. 在 $ab$ 上距长直导线 $x$ 处，取电流元 $I_2 dl$ ，该处磁感应强度 $B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$ ，方向垂直纸面向里，则电流元受力 $df = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x} \frac{2}{\sqrt{3}} dx$ ，由于 $ab$ 上各电流元受力 $df$ 方向相同。所以，

$$F = \int df = \int_d^{d+\frac{\sqrt{3}}{2}L} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x} \frac{2}{\sqrt{3}} dx = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{\sqrt{3}\pi} \ln \frac{d + \frac{\sqrt{3}}{2}L}{d}$$

## 练习三十三

1. 各向同性的非铁磁性均匀磁介质

2. 铁磁质，顺磁质，抗磁质

3. [2]

解析：

$$\because B = \mu_0 \mu_r H$$

抗磁质  $\mu_r < 1$

$$\therefore \mu_0 H > 1$$

4. [4]

解析：

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + x_m) \vec{H}$$

$$\mu_r = 1 + x_m$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

5.  $B = \mu_0 \mu_r \frac{N}{2\pi R} I$

$$\Phi = BS = \mu_0 \mu_r \frac{N}{2\pi R} I \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\mu_0 \mu_r N I d^2}{8R} = 2.5 \times 10^{-7} Wb$$

6.  $r < R_1$  (导线内), 由  $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{I}{\pi R_1^2} \pi r^2$ ,  $H = \frac{Ir}{2\pi R_1^2}$ ,  $B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 Ir}{2\pi R_1^2}$

$$R_1 < r < R_2 \text{ (磁介质内)}, \quad H = \frac{I}{2\pi r}, \quad B = \mu_0 \mu_r H = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r}$$

$$r > R_2 \text{ (磁介质外)}, \quad H = \frac{I}{2\pi r}, \quad B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

## 练习三十四

1.  $\frac{1}{18}B\omega L^2, \frac{2}{9}B\omega L^2, \frac{1}{6}B\omega L^2$

解析:

由  $B = \frac{1}{2}Bl^2\omega$ , 可知结果

2.  $\frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln 3, N$

解析:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_i &= \int_a^{3a} v \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx \\ &= \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln 3\end{aligned}$$

3. [2]

解析:

$E = Blv$

因为有恒定加速度,  $v$  随时间成正比变化

开始为线框右端的一边切割磁感线

当线框完全进入磁场时不产生感应电流

后来为线框左端的一边切割磁感线

图像应该为中心对称

所以图像如[2]所示

4. [2]

解析:

磁铁受到重力与磁场力

开始时, 重力大于磁场力, 运动速率逐渐增加

随着运动速率增大, 磁场力增大

当增大到某一时刻, 重力等于磁场力, 此时受力平衡, 磁铁继续做匀速直线运动

5. (1) 通过线圈  $A$  的磁通量  $\Phi$  等于通过环形螺线管截面的磁通量  $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = \mu_0 nIS$ ;

$$\text{在 } A \text{ 中产生的感应电动势为: } \varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\varepsilon_i = -\mu_0 nNS \frac{dI}{dt} = 1.26 \times 10^3 V$$

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R} = 6.3 \times 10^{-4} A$$

(2)

$$\because I = \frac{dq}{dt}$$

$$\therefore q = \int_0^2 Idt = 2I = 1.26 \times 10^{-3} C$$

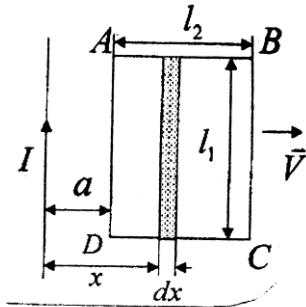
6. 如下图, 取面元  $dS = l_1 dx$ , 则通过矩形线圈的磁通量为:

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_a^{a+l_2} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l_1 dx = \frac{\mu_0 Il_1}{2\pi} \ln \frac{a+l_2}{a}$$

$\therefore$  线圈运动到图示位置时的感应电动势为:

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{da} \frac{da}{dt} = \frac{\mu_0 NIl_1 l_2 v}{2\pi a(a+l)} = 3 \times 10^{-3} V$$

方向为顺时针方向



## 练习三十五

1.  $100NA\pi$

解析:

$$\varepsilon = \frac{d\Psi}{dt} = N \frac{d(A \sin 100\pi t)}{dt} = 100NA\pi \cos 100\pi t$$

当  $t = 0.01$  时,  $\cos 100\pi t = 1$

$$\therefore \varepsilon = 100NA\pi$$

2.  $\frac{\mu_0 n \operatorname{Re} k}{4m}, 0$

解析:

$$B = \mu_0 n I$$

$$\frac{dB}{dt} = \mu_0 n \frac{dI}{dt} = \mu_0 n k$$

在  $r = \frac{R}{2}$  处的电场  $E = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt} = -\frac{\mu_0 n R k}{4}$

$$\therefore a_1 = \frac{F}{m} = \frac{-eE}{m} = \frac{\mu_0 n R k e}{4m}$$

在  $r = 0$  处电场  $E = 0$

$$\therefore a_2 = 0$$

3. [1]

解析:

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \oint_L \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}$$

$$2\pi r E = - \frac{dB}{dt} \pi R^2$$

$$\therefore |E| = \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}$$

4. [2]

解析：

$$\begin{aligned} U_M - U_N &= -\mathcal{E}_{MN} = -\mathcal{E}_{\Delta OMN} \\ &= -\frac{d\Phi}{dt} \\ &= -S_{\Delta OMN} \frac{dB}{dt} \\ &= -\frac{\sqrt{3}}{4} R^2 \frac{dB}{dt} \end{aligned}$$

5. 通过矩形线圈的磁通量  $\Phi = \frac{\mu_0 I l_1}{2\pi} \ln \frac{a+l_2}{a}$

$$\therefore \mathcal{E}_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{\mu_0 l_1}{2\pi} \ln \frac{a+l_2}{a} \cdot \frac{dI}{dt} = -N \frac{\mu_0 l_1}{2\pi} \ln \frac{a+l_2}{a} \times 10^3 \pi \cos(100\pi t)$$

代入  $t = 0.01$  秒，得：  $\mathcal{E}_i = 8.7 \times 10^{-2} V$

6.  $t$  时刻通过  $abcd$  回路的磁通量为：

$$\Phi = \bar{B} \cdot \bar{S} = K l v t \cos 60^\circ = \frac{1}{2} k l v t^2, \quad \therefore \mathcal{E}_i = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = k l v t;$$

顺时针方向。

## 练习三十六

1.  $\frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln 3, \quad \frac{\mu_0 a}{2\pi} I_0 \omega \ln 3 \cos \omega t$

解析:

$$\begin{aligned}\Phi_m &= \int_0^{3l} \vec{B} \cdot d\vec{S} - \int_0^l \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ &= \int_0^{3l} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} adr - \int_0^l \frac{\mu_0 I}{2\pi r} adr \\ &= \frac{\mu_0 I a}{2\pi r} \ln 3 \\ \therefore M &= \frac{\Phi_m}{I} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln 3 \\ \varepsilon_M &= M \frac{dI}{dt} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} I_0 \omega \ln 3 \cdot \cos \omega t\end{aligned}$$

2.  $1.5 \times 10^8$

解析:

$$\begin{aligned}w_e &= \frac{1}{2} \varepsilon E^2 = w_m = \frac{1}{2} \frac{B}{\mu} \\ E &= \frac{B}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = 1.5 \times 10^8\end{aligned}$$

3. [1]

解析:

$$\begin{aligned}L &= \frac{\Phi_m}{I} \\ &= \frac{\pi r^2 \mu_0 n I}{I} = \pi r^2 \mu_0 n\end{aligned}$$

4. [1]

解析:

$$W_1 = wV = \frac{V}{2} \frac{B}{\mu_0} = \frac{V}{2\mu_0} (\mu_0 n I_1) = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 I_1^2 V$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r n^2 I_2^2 V = 8 \mu_0 n^2 I_1^2 V$$

$$W_1 : W_2 = 1 : 16$$

5. 设在环形螺线管内通以电流  $I$ , 由安培环路定律, 可求得环内磁感应强度为:  $B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$ ,

在螺线管横截面上取面元  $dS = h dr$ ,

$$\text{则通过横截面的磁通量为: } \Phi = \int \bar{B} \cdot d\bar{S} = \int_a^b \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} h dr = \frac{\mu_0 N I h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$\therefore \text{螺线管的自感系数为: } L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}.$$

6, 设导线的半径为  $R$ , 则导线内离轴线为  $r$  的各点, 磁感应强度  $B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$ ,

$$\text{磁能密度为: } w_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{\mu_0 I^2 r^2}{8\pi^2 R^4},$$

$$\therefore \text{单位长度导线内储存的磁能为: } W_m = \int w_m dV = \int_0^R \frac{\mu_0 I^2 r^2}{8\pi^2 R^4} 2\pi r dr = \frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$$

## 练习三十七

1.  $43\text{pF}, 390\text{pF}$

解析：

$$\therefore f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$\therefore C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L} = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L}$$

$$\therefore C_1 = 43\text{pF}, C_2 = 390\text{pF}$$

2.  $0, 0, \varepsilon_0 c E_0 \cos \omega \left( t - \frac{x}{c} \right)$

解析：

$\because E$ 和 $H$ 同相位，且相垂直

$$\text{并 } \sqrt{\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu_0} H$$

$$\therefore H_x = 0, H_y = 0$$

$$H_z = H_0 \cos \omega \left( t - \frac{x}{c} \right)$$

$$\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = \frac{1}{c}$$

$$\therefore H_z = H_0 \varepsilon_0 c \cdot \cos \omega \left( t - \frac{x}{c} \right)$$

3. [2]

4. [3], [3]

解析：

在 $P$ 点的 $\vec{E}$ 水平向右，而 $\vec{H}$ 垂直纸面向里。

所以 $\vec{S}$ 的方向平行纸面向上

在 $Q$ 点的 $\vec{E}$ 水平向右，而 $\vec{H}$ 垂直纸面向里。

所以 $\vec{S}$ 的方向平行纸面向上

$$5. (1) I_d = \frac{dD}{dt} = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt};$$

$$(2) \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_0 + \frac{d\Phi}{dt} = \pi r^2 \frac{dD}{dt}, \quad 2\pi r H = \pi r^2 \frac{dD}{dt}, \quad H = \frac{r}{2} \frac{dD}{dt} \quad B = \mu_0 H = \frac{r}{2} \mu_0 \varepsilon_0 \frac{dE}{dt}$$

$$6. (1) \text{ 设 } \bar{P} = 10kW, \text{ 则 } \bar{S} = \frac{\bar{P}}{2\pi r^2} = 1.6 \times 10^{-5} W \cdot m^{-2}$$

$$(2) \because \bar{S} = \frac{1}{2} E_0 H_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2, \quad \therefore E_0 = \sqrt{\frac{2\bar{S}}{\varepsilon_0 c}} = 0.11 V \cdot m^{-1}$$

$$H_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0 = 2.9 \times 10^{-4} A \cdot m^{-1}$$

## 练习三十八

1. 相等, 不相等

解析:

当物体辐射的能量小于吸收的能量时, 温度升高

当物体辐射的能量大于吸收的能量时, 温度降低

2.  $3.18 \times 10^{-19} J$

解析:

$$A = h\nu_0 = h \frac{c}{\lambda_0} = 1.99 eV = 3.18 \times 10^{-19} J$$

3. [3]

4. [2]

5. 由维恩位移定律  $\lambda_m = \frac{b}{T}$  得:  $\frac{T_2}{T_1} = \frac{\lambda_{m_1}}{\lambda_{m_2}} = \frac{0.69}{0.5} = 1.38$

再由斯忒藩——玻耳兹曼定律:  $\frac{M_B(T_2)}{M_B(T_1)} = \frac{\sigma T_2^4}{\sigma T_1^4} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 = 1.38^4 = 3.36$

6. (1) 入射光的光子能量  $\varepsilon$  为:  $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{2.3 \times 10^{-7}} = 8.65 \times 10^{-19} J = 5.4 eV$

光电子的初动能为:  $\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W = 5.4 - 4.5 = 0.9 eV$

光电子到达阳极附近时的动能和速度分别为:  $E_k = \frac{1}{2}mv^2 + eU = 0.9 + 0.6 = 1.5 eV$

$$v' = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.5 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.1 \times 10^{-31}}} = 7.3 \times 10^5 m/s$$

(2) 设光电流恰好被抑制时的反向电势差为  $U_a$ , 则  $eU_a = E_k$

$$U_a = \frac{E_k}{e} = \frac{1.5 eV}{e} = 1.5 V$$

## 练习三十九

1.  $h\nu/c^2, h\nu/c$

解析:

$$E = mc^2 = h\nu$$

$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c}$$

2.  $13.6eV$

解析:

$$E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

当  $n \rightarrow \infty$  时为电子电离

所以电离能  $E = E_\infty - E_1 = 13.6eV$

3. [3]

碰前光子:  $p_g = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda_0}; \varepsilon_g = h\nu = \frac{hc}{\lambda_0}$

碰前电子:  $p_e = 0; \varepsilon_e = m_0 c^2$

碰后光子:  $p_g' = -\frac{h\nu}{c} = -\frac{h}{\lambda}; \varepsilon_g' = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

碰后电子:  $p_e' = mv; \varepsilon_e' = m c^2$

$\therefore$  动量守恒有:  $p_g + p_e = p_g' + p_e'$

即:  $\frac{h}{\lambda_0} = mv - \frac{h}{\lambda}$

能量守恒有:  $\varepsilon_g + \varepsilon_e = \varepsilon_g' + \varepsilon_e'$

即:  $\frac{hc}{\lambda_0} + m_0 c^2 = \frac{hc}{\lambda} + mc^2$

4. [3]

5. [3]

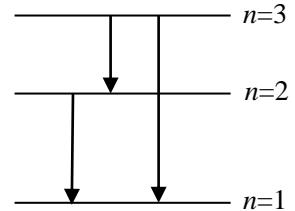
$$6. \quad E_k = h\nu_0 - hv = hc\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda}\right) = \frac{hc}{\lambda_0}\left(1 - \frac{1}{1.2}\right) = \frac{h\nu_0}{6} = 0.1 MeV$$

$$7. \quad \varepsilon = E_n - E_1 = E_1\left(\frac{1}{n^2} - 1\right) \quad n^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon/E_1} = \frac{1}{1 - \frac{12.6}{13.6}} = 13.6 \quad n = 3.6$$

$$\tilde{\nu}_1 = 1.097 \times 10^7 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \quad \lambda_1 = \frac{1}{\tilde{\nu}_1} = 6571 \text{ Å} \quad \text{巴尔末系}$$

$$\tilde{\nu}_2 = 1.097 \times 10^7 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \quad \lambda_2 = \frac{1}{\tilde{\nu}_2} = 1217 \text{ Å} \quad \text{赖曼系}$$

$$\tilde{\nu}_3 = 1.097 \times 10^7 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right) \quad \lambda_3 = \frac{1}{\tilde{\nu}_3} = 1027 \text{ Å} \quad \text{赖曼系}$$



## 练习四十

1.  $1.24 \times 10^8 m/s, 5.36 \times 10^{-2} \text{ \AA}$

解析：

$$eU = E_k = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} - 1 \right)$$

$$\therefore v = c \sqrt{1 - \left( \frac{1}{eU/m_0 c^2 + 1} \right)^2} = 1.24 \times 10^8 m/s$$

$$\therefore p = mv = \frac{h}{\lambda}$$

$$\therefore \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m_0 v} \sqrt{1 - \left( \frac{v}{c} \right)^2} = 5.36 \times 10^{-2} \text{ \AA}$$

2.  $1.67 \times 10^{-27} kg, 1.57 \times 10^4 m/s$

解析：

因加速电压不大，质子加速后的速度也不大  
所以不考虑它的相对论效应

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 eU}} \text{ 得:}$$

$$m_p = \frac{h^2}{2eU\lambda^2}$$

由不确定性关系

$$\Delta P_x \Delta x = m_p \Delta v_x \Delta x = m_p \Delta v_x \lambda \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta v_x \geq \frac{h}{4\pi m_p \lambda}$$

3. [3]

4.  $\Delta p \cdot \Delta x \approx \hbar, \Delta x \sim 10^{-15} m, p \sim \Delta p \sim \hbar / \Delta x \sim 10^{-19} \text{ eV} \approx p^2 / 2m \approx 10^{10} \text{ eV} \gg 0.51 MeV$

应该用  $E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} \approx pc \approx 10^8 \text{ eV} = 10^2 \text{ MeV}$

估算电子与质子的势能约  $U = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \sim 10^{10} \times (10^{-19})^2 / 10^{-15} = 10^{-13} J \sim 10^6 eV$ ， 则电子

动能  $E_k >> U$ ，不可能束缚于核中，因此电子不可能稳定地存在于核中。

$$5. \quad \Delta x \cdot \Delta p \approx \hbar \quad \Delta p = m\Delta v \quad \Delta x = \frac{\hbar}{m\Delta v}$$

(1) 电子  $\Delta x \approx 10^{-2} m$ ；

(2) 布朗粒子  $\Delta x \approx 10^{-19} m$

(3) 弹丸  $\Delta x \approx 10^{-28} m$

$$6. \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\varphi_1}{dx^2} + V_1 \varphi_1 = E \varphi_1 \quad (x < 0); \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\varphi_2}{dx^2} = E \varphi_2 \quad (0 \leq x \leq a)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\varphi_3}{dx^2} + V_2 \varphi_3 = E \varphi_3 \quad (a < x < b); \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\varphi_4}{dx^2} = E \varphi_4 \quad (b \leq x \leq c)$$

$$\begin{aligned} \varphi &= 0 \quad (x > c) & \varphi_1(0) &= \varphi_2(0) \\ & & \varphi_2(a) &= \varphi_3(a) \\ & & \varphi_3(b) &= \varphi_4(b) \\ & & \varphi_4(c) &= 0 \end{aligned}$$

## 练习四十一

1.  $\sqrt{6}\hbar, -2\hbar, \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar, -\frac{\hbar}{2}$

解析:

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{6}\hbar,$$

$$L_z = m_l\hbar = 2\hbar$$

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$$

$$S_z = m_s\hbar = -\frac{\hbar}{2}$$

2.  $\frac{a}{4}, \frac{3}{4}a; \frac{1}{4}$

解析:

$$|\Psi(x)|^2 = \frac{2}{a} \sin^2 \frac{n\pi x}{a}$$

$$n=2, \sin \frac{2\pi x}{a} = 1, |\Psi(x)| \text{最大}$$

$$\therefore \frac{2\pi x}{a} = \frac{\pi}{2} \text{ or } \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{a}{4} \text{ or } \frac{3}{4}a$$

$$W = \int_0^{a/4} |\Psi(x)|^2 dx = \frac{a}{2} \int_0^{a/4} \sin^2 \frac{n\pi x}{a} dx$$

$$= \frac{1}{a} \left( \frac{a}{4} - \frac{a}{2n\pi} \sin \pi \right)$$

$$= 1/4$$

3. [4]

解析:

(1)  $m_s$  有  $1/2$  与  $-1/2$  两种取值, 所以量子态数为 2

(2)  $2(2l+1) = 10$ , 量子态数为 10

(3)  $2n^2 = 32$ , 量子态数为 32

(4) 量子态数为 1

4. [1]

5. (1)  $\int_0^\infty A^2 x^2 e^{-2\lambda x} dx = 1 \Rightarrow A = 2\lambda^{-3/2}$

$$(2) \quad |\psi(x)|^2 = \frac{x^2}{4\lambda^3} e^{-2\lambda x}$$

$$(3) \quad \frac{d|\psi(x)|^2}{dx} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\lambda}$$

$$6. \quad (1) \quad n = 2 \quad E = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 n^2 h^2} = -\frac{13.6eV}{n^2} = -3.4eV$$

$$(2) \quad l = 1 \quad L^2 = l(l+1)\hbar^2 = 2\hbar^2$$

$$(3) \quad m_l = 1, -1 \quad \text{可能值 } L_z = \hbar, -\hbar$$

$$\text{平均值 } \bar{L}_z = |C_1|^2 L_{z_1} + |C_2|^2 L_{z_2} = \frac{1}{4}\hbar + \left[ \frac{3}{4}(-\hbar) \right] = -\frac{\hbar}{2}$$

## 练习四十二

1. 价带全部被电子所填满，在最上面满带之上的能带全部空着，且在满带和空带之间存在一很宽的禁带。

价带不满或由于价带与空带或导带发生交迭造成禁带消失，从而实际形成能带不满。

2.  $\psi(x) = e^{ikx}u(x)$ ，其中  $u(x)$  具有晶格周期性

3. [2]

4. [1]

5. 每个原子贡献一个电子

$$E_F = \frac{\hbar}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3} = \frac{\hbar}{2m} \left( 3\pi^2 \frac{\rho N_0}{\mu} \right)^{2/3} = 8.80 \times 10^{-19} = 5.50 eV$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_F}} = 5.24 \times 10^{-10} m = 0.524 nm$$

6. 在  $E_+ = E_F + 0.10 eV$  的量子态内， $n_+ = \frac{1}{e^{(E_+ - E_F)/kT} + 1} = 0.24$

$$\text{在 } E_- = E_F - 0.10 eV \text{ 的量子态内，} n_- = \frac{1}{e^{(E_- - E_F)/kT} + 1} = 0.76$$