

内容提要

刚体力学

1. 定轴转动的角量描述

$$\theta = \theta(t) \quad \omega = \frac{d\theta}{dt} \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

2. 转动定律

$$M = J \frac{d\omega}{dt} = J\alpha$$

(其中: 力矩 $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$; 转动惯量 $J = \sum \Delta m_i r_i^2$)

3. 定轴转动力(矩)作的功、动能定理、功能原理、机械能守恒

功 $W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta$

动能定理 $W = \frac{1}{2} J \omega_2^2 - \frac{1}{2} J \omega_1^2$ (其中 $E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$ 为转动动能)

功能原理: $W_{\text{非重力}} = E_2 - E_1 = \frac{1}{2} J \omega_2^2 + m h_{c2} - \frac{1}{2} J \omega_1^2 - m g h_{c1}$

机械能守恒定律: $E_k + E_p = \frac{1}{2} J \omega^2 + m g h_c = \text{常量}$ (条件: 只有重力做功)

4. 角动量定理、角动量守恒

角动量定理: $\int_{t_1}^{t_2} M dt = L_2 - L_1$

(其中角动量: $L = J\omega$; 冲量矩: $\int_{t_1}^{t_2} M dt$)

角动量守恒定律: $L = L_0 = \text{常量}$ (条件: 合外力矩, $M = 0$)

5. 质点运动规律和刚体定轴转动规律对照表

质点运动规律与刚体定轴转动的规律对照	
质点的平动	刚体的定轴转动
运动定律 $\vec{F} = m\vec{a}$	转动定律 $M = J\alpha$
动量定理 $\int_{t_0}^t \vec{F} dt = m\vec{v} - m\vec{v}_0$	角动量定理 $\int_{t_0}^t \vec{M} dt = \vec{L} - \vec{L}_0$
动量守恒定律 $\sum \vec{F}_i = 0, \sum m_i \vec{v}_i = \text{恒量}$	角动量守恒定律 $\vec{M} = 0, \sum J_i \vec{\omega}_i = \text{恒量}$
力的功 $W = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}$	力矩的功 $W = \int_{\theta_0}^{\theta} M d\theta$
动能 $E_k = mv^2 / 2$	转动动能 $E_k = J\omega^2 / 2$

质点运动规律与刚体定轴转动的规律对照	
质点的平动	刚体的定轴转动
动能定理 $W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$	动能定理 $W = \frac{1}{2}J\omega^2 - \frac{1}{2}J\omega_0^2$
重力势能 $E_p = mgh$	重力势能 $E_p = mgh_C$
机械能守恒 只有保守力作功时 $E_k + E_p = \text{恒量}$	机械能守恒 只有保守力作功时 $E_k + E_p = \text{恒量}$