

QCM – Calculs vectoriels et matriciels

October 14, 2025

Géométrie Analytique

1. Quelle est la norme de Manhattan (norme ℓ_1) d'un vecteur $x \in R^n$?
 - a) $\sum_{i=1}^n |x_i|$
 - b) $\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$
 - c) $x^T x$
 - d) Aucune des réponses ci-dessus
2. Quelle propriété est respectée par toute norme dans un espace vectoriel ?
 - a) Définiteness négative
 - b) Positivité, homogénéité, inégalité triangulaire
 - c) Orthogonalité
 - d) Aucune des réponses ci-dessus
3. Quelle est la norme induite d'un vecteur x donnée par le produit scalaire $\langle x, x \rangle$?
 - a) $\|x\| = x \cdot x$
 - b) $\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$
 - c) $\|x\| = x^2$
 - d) $\|x\| = \sum_{i=1}^n |x_i|$
4. Laquelle des matrices suivantes est symétrique définie positive ?
 - a) $\begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

5. À quoi sert l'inégalité de Cauchy-Schwarz dans les espaces vectoriels ?

- a) Mesurer des distances
- b) Montrer que les normes sont positives
- c) Borne le produit scalaire $\langle x, y \rangle$
- d) Définir l'angle entre les vecteurs

6. Si le produit scalaire de deux vecteurs est nul, les vecteurs sont dits :

- a) Orthonormés
- b) Orthogonaux
- c) Parallèles
- d) Indépendants

7. Comment projeter un vecteur x sur un sous-espace 1D U engendré par b ?

- a) $\frac{b^T x}{\|b\|^2} b$
- b) $\frac{b \cdot x}{\|x\|^2} x$
- c) $\|x\| b$
- d) $\frac{x^2}{b^T b}$

8. Quelle est la matrice de projection orthogonale pour un sous-espace 1D engendré par b ?

- a) bb^T
- b) $\frac{bb^T}{b^T b}$
- c) $b^T b$
- d) $\|b\|^2 b$

9. Dans le cas de projection sur un sous-espace 2D engendré par B , la matrice de projection est donnée par :

- a) $B(B^T B)^{-1} B^T$
- b) $B^T B$
- c) B^2
- d) $(B^T B) B^{-1}$

10. Quel est l'angle ω entre deux vecteurs x et y lorsque $\langle x, y \rangle$ est connu ?

- a) $\cos \omega = \frac{\langle x, y \rangle}{\|x\| \|y\|}$
- b) $\sin \omega = \frac{\langle x, y \rangle}{\|x\| \|y\|}$
- c) $\omega = \frac{x \cdot y}{\|x\| \|y\|}$
- d) $\cos \omega = \langle x, y \rangle$

Opérations sur les Vecteurs et Matrices

11. Quand un système d'équations linéaires a-t-il une solution unique ?

- a) Lorsque le déterminant de la matrice est nul
- b) Lorsque le rang est égal au nombre d'inconnues
- c) Lorsque le système a une infinité de solutions
- d) Lorsque le système n'a pas de solution

12. L'équation matricielle $Ax = b$ est consistante si :

- a) A est singulière
- b) $\text{rank}(A) = \text{rank}(A|b)$
- c) b est un vecteur nul
- d) $A^T A$ est inversible

13. Quelle est la condition pour qu'une matrice soit inversible ?

- a) La matrice a des lignes et colonnes linéairement indépendantes
- b) La matrice est symétrique
- c) La matrice est singulière
- d) La matrice n'est pas carrée

14. Si une matrice est symétrique, laquelle des affirmations suivantes est vraie ?

- a) $A = -A^T$
- b) $A = A^T$
- c) $A^{-1} = A$
- d) $A = A^2$

15. L'inverse d'une matrice 2×2 , $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, est donné par :

- a) $\frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$
- b) $\frac{1}{ab-cd} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$
- c) $\begin{pmatrix} d & b \\ c & a \end{pmatrix}$
- d) Aucune des réponses ci-dessus

16. Si A et B sont des matrices inversibles, laquelle des propositions suivantes est vraie ?

- a) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$
- b) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
- c) $A^{-1} + B^{-1} = (A + B)^{-1}$
- d) $(AB)^T = A^T B^T$

17. Une matrice $A \in R^{n \times n}$ est dite orthogonale si :

- a) $A^T A = A$
- b) $A^T A = I$
- c) $AA^T = 0$
- d) $A^{-1} = A^T$

18. Le rang d'une matrice A est :

- a) Le nombre de lignes ou colonnes linéairement indépendantes
- b) Le déterminant de A
- c) La trace de A
- d) La somme de ses valeurs propres

19. Le déterminant d'une matrice identité I_n est :

- a) 0
- b) 1
- c) n
- d) Indéfini

20. Quelle propriété est vraie pour la transposition d'un produit de matrices ?

- a) $(AB)^T = A^T B^T$
- b) $(AB)^T = B^T A^T$
- c) $(AB)^T = BA$
- d) $(AB)^T = A^{-1} B^{-1}$