

QCM : Décomposition matricielle : EVD et SVD

M1 MLSD FI-FA

Questions :

Décomposition en Valeurs Propres

1. Qu'est-ce qu'une valeur propre d'une matrice A ?
 - a) Un vecteur qui ne change pas après multiplication par A
 - b) Un scalaire qui satisfait $Av = \lambda v$
 - c) Une transformation linéaire
 - d) Une matrice orthogonale
2. Qu'est-ce qu'un vecteur propre d'une matrice A ?
 - a) Un vecteur nul
 - b) Un vecteur invariant par translation
 - c) Un vecteur qui satisfait $Av = \lambda v$
 - d) Un vecteur inversible
3. Si v est un vecteur propre de A avec valeur propre λ , alors pour tout scalaire k , v est également vecteur propre avec la valeur propre $k\lambda$.
 - a) Vrai
 - b) Faux
4. Quelles matrices ont des valeurs propres réelles ?
 - a) Les matrices diagonales
 - b) Les matrices symétriques
 - c) Les matrices orthogonales
 - d) Les matrices nulles
5. Si A est une matrice $n \times n$, combien de valeurs propres peut-elle avoir ?
 - a) n^2

b) n

c) $n - 1$

d) 1

6. La somme des valeurs propres d'une matrice est égale à :

a) Le déterminant de la matrice

b) La trace de la matrice

c) La norme de la matrice

d) La dimension de la matrice

7. La multiplication des valeurs propres d'une matrice est égale à :

a) Le déterminant de la matrice

b) La norme de la matrice

c) La trace de la matrice

d) Le rang de la matrice

8. Les valeurs propres d'une matrice diagonale sont :

a) Les entrées de la diagonale

b) Zéros

c) Le déterminant de la matrice

d) Les racines carrées des entrées

9. La somme des valeurs propres d'une matrice A est :

a) La somme des éléments de A

b) Égale à la somme des entrées de la diagonale principale

c) Égale à la norme de A

d) Égale à la transposée de A

10. Une matrice ayant une valeur propre égale à zéro est :

a) Inversible

b) Diagonalisable

c) Singulière

d) Symétrique

Décomposition en Valeurs Singulières (SVD)

11. Dans la décomposition en valeurs singulières $A = U\Sigma V^T$, que représente U ?

- a) Les valeurs propres
- b) Une matrice orthogonale représentant l'espace des colonnes
- c) Une matrice diagonale
- d) La transposée de A

12. Que représente la matrice Σ dans la décomposition SVD ?

- a) Une matrice diagonale contenant les valeurs singulières
- b) Une matrice de rotation
- c) Les valeurs propres de A
- d) Le produit scalaire

13. Dans la SVD, V représente :

- a) Les valeurs singulières
- b) Les vecteurs propres
- c) Les valeurs propres
- d) Une matrice orthogonale représentant l'espace des lignes

14. Les valeurs singulières sont les racines carrées des :

- a) Valeurs propres de AA^T ou A^TA
- b) Valeurs propres de A
- c) Vecteurs propres de A
- d) Normes des colonnes de A

15. Que peut-on dire des valeurs singulières d'une matrice carrée A par rapport à ses valeurs propres ?

- a) Elles sont toujours égales
- b) Les valeurs singulières sont toujours positives
- c) Elles sont égales si A est symétrique
- d) Elles ne sont jamais égales

16. Dans quel contexte utilise-t-on la décomposition SVD ?

- a) Pour diagonaliser une matrice non carrée
- b) Pour minimiser une fonction quadratique
- c) Pour calculer les dérivées partielles
- d) Pour résoudre des systèmes linéaires

17. Quelle est l'utilité principale de la SVD dans le traitement des images ?

- a) Compression d'image
- b) Détection des contours
- c) Filtrage des bruits
- d) Conversion en niveaux de gris

18. Combien de valeurs singulières non nulles une matrice $m \times n$ peut-elle avoir au maximum ?

- a) $\min(m, n)$
- b) $m + n$
- c) $m \times n$
- d) n

19. Dans la décomposition SVD, la matrice Σ est :

- a) Une matrice carrée diagonale
- b) Une matrice diagonale rectangulaire
- c) Une matrice identité
- d) Une matrice nulle

20. La SVD est utilisée dans les systèmes de recommandation pour :

- a) Créer des groupes de produits
- b) Réduire la dimensionnalité des matrices utilisateurs-produits
- c) Normaliser les données
- d) Maximiser la fonction de vraisemblance

21. Une des principales différences entre la SVD et la décomposition en valeurs propres est que :

- a) La SVD peut être appliquée aux matrices non carrées

- b) La décomposition en valeurs propres est toujours plus rapide
- c) La SVD ne peut être utilisée qu'avec des matrices symétriques
- d) Les valeurs singulières sont nécessairement nulles

22. La réduction par SVD permet :

- a) D'augmenter le nombre de colonnes d'une matrice
- b) De diminuer la taille d'une matrice tout en conservant son information principale
- c) De résoudre des équations différentielles
- d) D'augmenter la précision des valeurs propres

23. L'erreur de reconstruction en SVD est minimisée lorsque :

- a) On garde les valeurs singulières les plus grandes
- b) On garde toutes les valeurs singulières
- c) On élimine les valeurs singulières les plus petites
- d) On utilise une matrice identité

24. Quels types de matrices peut-on diagonaliser avec la SVD ?

- a) Seulement les matrices carrées
- b) Les matrices carrées et non carrées
- c) Seulement les matrices orthogonales
- d) Seulement les matrices inversibles

25. La SVD est particulièrement utile pour :

- a) Trouver les valeurs propres d'une matrice carrée
- b) Factoriser des matrices denses
- c) Réduire la dimensionnalité dans l'analyse de données
- d) Calculer les dérivées d'une fonction