Netzwerke und Schaltungen II

D-ITET

HS2025

Übung 1

21.2.2025

Rares Sahleanu

1 Organisatorisches

Kurz zu mir: Ich heiße Rares[1], bin 19 Jahre alt und sitze mein 4. Semester am ITET ab. Zu meinen größten Errungenschaften gehören der Rank *Distinguished Master Guardian* in CS:GO, eine aufstrebende Hobby-Rapper[2] *Karriere und +6.00 CHF* Endbilanz bei swisslos.ch[3].

1.1 FAQ

Hier ist eine Liste der Fragen, die oft gestellt werden:

1.1.1 "Wie ist das Fach XY?"

Im zweiten Semester liegt die Schwierigkeit weniger in der *Komplexität* des Stoffes, sondern mehr in der Menge. Es ist VIEL STOFF, aber dafür ist er nicht allzu "schwer" zu verstehen. Ach und: Wenn man nicht programmieren kann bzw. keine Vorerfahrungen in Informatik hat, dann sollte man Informatik sehr, sehr, sehr ernst nehmen. Hier eine kleine Übersicht:

- **Analysis 1/2**: Am Ball bleiben und Serien lösen! Besonders Ziltener hält sich sehr nahe an den Serien, und seine Klausuren sind fair. Die Prüfung geht "nur" 4 Stunden, und da kann er nicht alles abfragen. Es kommen nur Key-Concepts dran, welche man gut üben kann.
- **Komplexe Analysis**: Ein "normaler" Kurs. Es lässt sich alles gut grafisch vorstellen, und die Aufgaben in der Klausur sind sehr "absehbar". Unterschätzen sollte man es nicht, aber zu viel Zeit investieren auch nicht.
- **Physik**: Inhaltlich hält es sich sehr nah an den anderen Fächern. Schwingungen sind basically eine Carbon-Copy von den anderen Fächern. Gut "übbar" und mit Notenbonus ist die Klausur machbar.
- **Informatik**: Squid-Game in Reallife. Wenn man programmieren kann, dann easy. Wenn nicht, dann ist es ein ernstzunehmendes Fach, sonst wirklich Krise. Hier gilt: Üben, üben, üben.
- **Netzwerke und Schaltungen**: Neben Analysis das wichtigste Fach. Der Stoff hält sich in Grenzen[4], aber in der Klausur wird hauptsächlich Schnelligkeit und Routine abgefragt. Wer viel übt, holt in der Regel gute Noten.

1.1.2 "Was kannst du zum Üben empfehlen?"

Für Informatik empfehle ich ganz klar die C++-Bibel[5] von Thorsten Will in Kombination mit LeetCode. Für Analysis ist es zu 100% der TA Angelo Nujic[6] und die Übung. Für NuS lege ich euch die Probeprüfungen ans Herz. Die Prüfung ist immer dieselbe, weshalb sich Üben mit den Probeprüfungen lohnt!

1.1.3 "Ich habe in Analysis 1 nicht ganz aufgepasst – ist das schlimm?"

Nein. Ich war selbst nur in den ersten beiden Vorlesungen von Analysis 1 und habe mir vereinzelt Aufzeichnungen angeschaut und ca. 30% der Serien gemacht. In Analysis 2 wird eh alles neu aufgerollt.

[1] ausgesprochen *Raresch* ['raːr]
[2] Man kennt mich unter einer Vielzahl von Künstlernamen: LilReez, LilReezy, RaresDerAgrarmensch, Reez
[3] Sportwetten sind nicht meins. Meistens wettet der "Zug-Typ" Eddy, und ich nehme die Rolle der Opposition ein, indem ich seine Entscheidung runterrede
[4] Wie Geburtstagstortenkerzen – fragt, falls ihr das nicht verstanden habt
[5] 978-3836298537
[6] https://polybox.ethz.ch/index.php/s/UxNajbQ3tLOh4pH

1.1.4 “Ich bin in BP A gerade so durchgekommen. Ist das ein Problem¿‘

Entgegen aller Gerüchte ist das 2. Semester nicht komplizierter, sondern nur schwer. Was zuerst paradox wirkt, bedeutet, dass man nur viel zu tun hat, aber es gibt keinen Stoff mehr, den man etwas nicht mehr versteht, weil es keinen Sinn macht.

1.2 Overview Übungsstunde

Website der Übungsgruppe

Whatsapp-Gruppe

Umfrage zum Format

1.3 Zusätzliches

Die Übungsstunde wird, soweit möglich, aufgezeichnet. Fragen beantworte ich gerne über Whatsapp, Discord, Email. Wenn jemand etwas an dem TeX-Template ändern möchte soll er einfach eine Merge-Request machen. Ideen zur Website gerne mir schicken :))

2 Effektiv- und Scheitelwert

Soooo, fangen wir erstmal mit den Basics an :) Bevor es so richtig losgeht, müssen wir aber erstmal ein paar Definitionen machen.

2.1 Scheitelwert/Spitzenwert

Der Scheitelwert ist einfach der maximale Wert, den eine Schwingung erreicht.

2.2 Periodendauer/Frequenz/Winkelfrequenz

Die Periodendauer einer Frequenz gibt an, "wie lange" es dauert, bis sich die Schwingung wiederholt. Die Frequenz ist dementsprechend

$$\frac{1}{T}$$

und gibt an, wie oft pro Sekunde sich eine Schwingung "wiederholt".
$\rightarrow$ Die *Winkelgeschwindigkeit* $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ "mappt" das Signal zuerst auf einen Kreis und gibt an, "wie schnell" man sich drehen muss, um das Signal korrekt zu lesen.

2.3 Mittelwert/Gleichrichtwert/Effektivwert

Um Wechselspannung zu beschreiben, benötigen wir einige *repräsentative* Werte, die aber – Gott sei Dank – alle intuitiv sind :)

- **Mittelwert**[7] $\bar{u} = \frac{1}{T}\int_{t=t_0}^{t=t_0+T} u(t)\,dt \rightarrow$ Fläche unter dem Graphen über eine Schwingung.
- **Gleichrichtwert** $|\bar{u}| = \frac{1}{T}\int_{t=t_0}^{t=t_0+T} |u(t)|\,dt \rightarrow$ Die Fläche unter dem Graphen, wenn man die negativen Anteile nach "oben klappt".
- **Effektivwert**[8] $U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t=t_0}^{t=t_0+T} u(t)^2\,dt} \rightarrow$ Gibt an, welche Gleichspannung dieselbe Leistung liefern würde.

3 Zeigerdarstellung

Wir werden in NuS II hauptsächlich mit Zeigern arbeiten. Diese dienen als Brücke zwischen unserer echten Welt mit realen Zahlen und den komplexen Zahlen. Obwohl es ggf. zu Beginn nicht so scheint, erleichtern uns letztere das Leben :)

3.1 Unser tägliches Brot

Jede mathematische Entdeckung wird immer nach dem zweiten Entdecker benannt. Wieso? Weil der erste immer Leonhard Euler[9] war. Danach ist unter anderem folgende Formel benannt.

Satz. Sei φ ein Winkel, so gilt:

$$\cos(\varphi) + j\sin(\varphi) = e^{j\varphi}$$

wobei j die "imaginäre Einheit" ist. Sie ergibt sich aus $j = \sqrt{-1}$.

Das können wir nun mithilfe von ein paar Konventionen für unsere schwingenden Signale nutzen.

[7] In der Klausur ist so etwas i.d.R. immer gleich 0. Man kann hier oft Symmetrien ausnutzen
[8] Bei sin oder cos kann man Symmetrien ausnutzen
[9] Neben einem funktionierenden Bahnsystem und "El Tony"-Mate wahrscheinlich das Beste, was die Schweiz jemals hervorgebracht hat, war.

3.2 Von der Schwingung zum Zeiger

Nehmen wir nun an, dass eine Schwingung sinusförmig ist. So lässt sie sich schreiben als:

$$u(t) = \hat{u}\cos(\omega t + \varphi) = Re\{\hat{u}e^{j\omega t + j\varphi}\} = Re\{\underline{\hat{u}}e^{j\omega t}\}$$

mit $\underline{\hat{u}} = \hat{u}e^{j\varphi}$, welcher der sog. "Zeiger"[10] ist.

Das kann am Anfang etwas verwirrend sein. Versucht es euch vorzustellen wie einen rotierenden Pfeil, der von oben mit Licht bescheint wird. Um die Schwingung zu erfassen, müssen wir nur den Schatten ablesen.

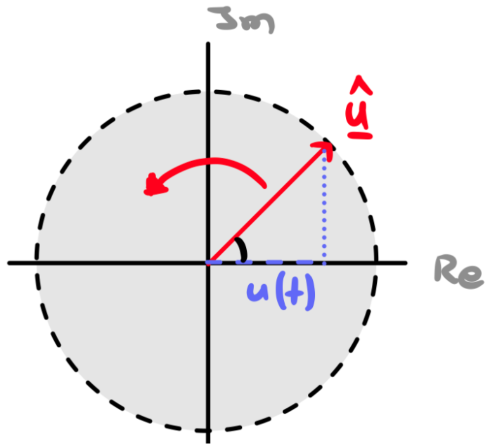

Abbildung 1: Projektion des Zeigers

3.3 Nutzen

Zeiger bilden einen eigenen Raum. Das heißt, wir können Schwingungen eindeutige Zeiger zuweisen und umgekehrt. Ebenfalls gilt in diesem Raum das Distributiv-, Assoziativ- und Kommutativgesetz. Kurz gesagt: Um zwei Schwingungen zu addieren, können wir einfach deren Zeiger addieren und dann zurück "wandeln". Hier eine Übersicht:

- **Addition von Schwingungen:**

$$a(t) + b(t) \quad \rightarrow \quad (\underline{\hat{a}} + \underline{\hat{b}})e^{j\omega t}$$

- **Multiplikation mit einer Konstanten:**

$$c \cdot a(t) \quad \rightarrow \quad (c \cdot \underline{\hat{a}})e^{j\omega t}$$

- **Differenzbildung:**

$$a(t) - b(t) \quad \rightarrow \quad (\underline{\hat{a}} - \underline{\hat{b}})e^{j\omega t}$$

- **Skalierung von Amplituden:**

$$k \cdot a(t) \quad \rightarrow \quad (k \cdot \underline{\hat{a}})e^{j\omega t}$$

- **Phasenverschiebung:**

$$a(t + \tau) \quad \rightarrow \quad \underline{\hat{a}} \cdot e^{j\omega\tau}$$

[10] Der Drehanteil $e^{j\omega t}$ ist für uns meist nicht von Bedeutung. Das wird aber während der Vorlesung klarer.

- **Modulation (Multiplikation mit einer anderen Schwingung):**

$$a(t) \cdot \cos(\Omega t) \quad \rightarrow \quad \frac{\hat{\underline{a}}}{2}\left(e^{j(\omega+\Omega)t} + e^{j(\omega-\Omega)t}\right)$$

- **Differentiation im Zeitbereich:**

$$\frac{d}{dt}a(t) \quad \rightarrow \quad j\omega \cdot \hat{\underline{a}} \cdot e^{j\omega t}$$

- **Integration im Zeitbereich:**

$$\int a(t)dt \quad \rightarrow \quad \frac{\hat{\underline{a}}}{j\omega}e^{j\omega t}$$

→ Das Ohm'sche Gesetz gilt auch im Zeiger-Bereich. Das heißt man kann einen "Strom-Zeiger" mit einem Widerstandswert multiplizieren und erhält den dazugehörigen "Spannungszeiger"

4 Aufgaben

4.1 Komplexe Zahlen

1. **Betrag und Phase berechnen:** Gegeben ist die komplexe Zahl:

$$z = 3 + 4i$$

Berechne den Betrag $|z|$ und die Phase $\arg(z)$ in Grad.

2. **Multiplikation und Division:** Berechne die folgenden Operationen mit komplexen Zahlen:

$$(2 + 2i) \cdot (1 - i) \quad \text{und} \quad \frac{6 + 8i}{2 + 2i}$$

Schreibe das Ergebnis in der Form $a + bi$.

3. **Komplexe Zahl in Polardarstellung umwandeln:** Gegeben ist die Zahl:

$$z = -4 + 4i$$

Bestimme die Darstellung in Polarkoordinaten $z = re^{j\theta}$ mit r als Betrag und θ als Phase in Grad.

4. **Einzeichnen in die gaußsche Zahlenebene:** Zeichne die folgenden komplexen Zahlen in ein Koordinatensystem ein:

$$z_1 = 1 + i, \quad z_2 = -2 + 3i, \quad z_3 = -3 - 4i$$

Markiere sie mit ihren Koordinaten und dem jeweiligen Winkel zur positiven Realachse.

5. **Wurzel einer komplexen Zahl:** Berechne die beiden Lösungen von:

$$\sqrt{5 + 12i}$$

Schreibe die Lösungen in der Form $a + bi$.

4.2 Nützliches

Gegeben ist das Signal:

$$x(t) = \sin(\omega t)$$

1. Berechne den **Mittelwert** $\bar{x}$ des Signals über eine Periode.
2. Bestimme den **Effektivwert** X_{eff}.
3. Berechne den **Gleichrichtwert** X_{gl}.
4. Zeichne das Signal im Intervall $t \in [0, 2T]$.