§1. Analytické vyjádření kružnice a kruhu

Def:

§2. Vzájemná poloha kružnic, kruhů a lineárních útvarů

Pozn: Úloha požadující určení průniku dvou útvarů vede k řešení soustavy rovnic či nerovnic, ve kterých jsou zahrnuta anaitická vyjádření těchto útvarů.

Př:

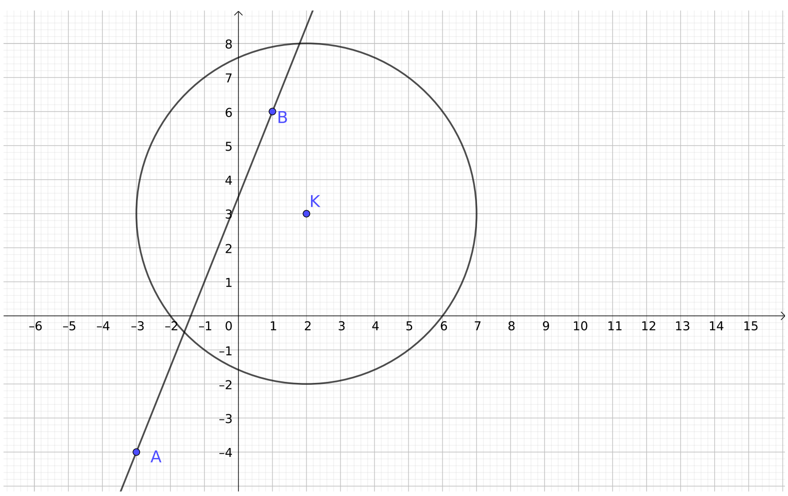
Je dáná kružnice $k(S[2;3, r=5)$ a body $A[-3;-4]$ a $B[1;6]$. Určete průsečík k s:

1. s úsečkou AB
2. s polopřímkou AB
3. s přímkou AB

Kružnici vyjádřím: $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$.
Přímku vyjádřím parametricky: $x = -3 + 4t; y = -4 + 10t | t \in \mathbb{R}$.

Dosadím: $(-5+4t)^2 + (-7+10t)^2 = 25$
$116t^2 - 180t + 49 = 0$
$t_{1,2} = \frac{180 \pm \sqrt{9664}}{232}$

1. Úsečka: $t \in \langle 0; 1 \rangle$. Zde leží pouze t_2: tedy $\{[-3+4t_2; -4+10t_2]\}$
2. Polopříka: $t > 0$: Zde leží obě dvě hodnoty: tedy $\{[-3+4t_1; -4+10t_1], [-3+4t_2; -4+10t_2]\}$
3. Přímka:
   tedy $\{[-3+4t_1; -4+10t_1], [-3+4t_2; -4+10t_2]\}$



Př: 214/10:

1. $(x-2)^2+(y+1)^2=100$
   $x=0: y^2-6y=0 \Rightarrow y^2-95=0 \Rightarrow y=-1\pm 4\sqrt{6}$
   $A_1[0;-1+4\sqrt{6}]$
   $A_2[0;-1-4\sqrt{6}]$
   $y=0: ix^2-2x+4+1=100 \Rightarrow y^2-4x-95=0 \Rightarrow y=2\pm 3\sqrt{11}$
   $B_1[2+3\sqrt{11};0]$
   $B_2[2-3\sqrt{11};0]$
2. $(x-4)^2+(y-3)^2=25$
   $x=0: y^2-6y=0 \Rightarrow y=0 \vee y=6$
   $A_1[0;0]$
   $A_2[0;6]$
   $y=0: x^2-8x=0 \Rightarrow y=0 \vee y=8$
   $B_1[0;0]$
   $B_2[8;0]$
3. $(x+3)^2+(y+4)^2=16$
   $x=0: y^2+8y+16+9=16 \Rightarrow y=-4\pm\sqrt{7}$
   $A_1[0;-4+\sqrt{7}]$
   $A_2[0;-4-\sqrt{7}]$
   $y=0: (x+3)^2=0 \Rightarrow x=3\ B[3;0]$.

Př: 214/13:
$K: x^2+(y-3)^2 \leq= 25$

1. $\overleftrightarrow{HL}=\{[-4+4t;8t]|t\in\mathbb{R}\}\ (-4+4t)^2+(8t-3)^2\leq 25 \Rightarrow 80t^2-80t\leq 0 \Rightarrow t\in \langle 0;1\rangle$
   $$\{[-4+4t;8t]|t\in\langle 0;1\rangle\}$$
2. $\overleftrightarrow{HM}=\{[-4+12t;4t]|t\in\mathbb{R}\}\ (-4+12t)^2+(4t-3)^2\leq 25 \Rightarrow 160t^2-120t\leq 0 \Rightarrow t\in\langle 0;\frac{3}{4}\rangle$
   $$\left\{[-4+12t;4t]|t\in\left\langle 0;\frac{3}{4}\right\rangle i\right\}$$
3. Analogicky

Př: 214/14:
$y=2x+c$
$(x-3)^2+(2x+c+1)^2=4$
$x^2-6x+9+c^2+4cx+2c+4x^2+4x+1=4$
$x^2-6x+9+c^2+4cx+2c+4x^2+4x+1=4$
$5x^2+(4c-2)x+(2c+c^2+6)=0$
$D=(4c-2)^2-4\cdot 5(2c+c^2+6)=-4c^2-56c-116=(c-(-7+2\sqrt{5}))(c-(-7-2\sqrt{5}))$

- prázdný: $c\in(-\infty;-7-2\sqrt{5})\cup(-7+2\sqrt{5};\infty)$
- jednobodový: $c\in\left\{-7-2\sqrt{5};-7+2\sqrt{5}\right\}$
- výcebodový: $c\in(-7-2\sqrt{5};-7+2\sqrt{5})$