

Př: Vyřešte rovnici:

$$3 \cos 2x + \cos x = 1 - 4 \sin^2 x$$

Př: Vyřešte rovnici:

$$\sin x + \sin 2x = \operatorname{tg} x$$

§5. Vzdálenost

Def: Nechť $A, B \in \mathbb{E}_3$. Vzdáleností dvou bodů A, B nazýváme délku úsečky AB a označujeme ji $\rho(A, B)$.

Pozn: Vzdálenost bodů A, B je tedy reálné číslo $\rho(A, B) = |AB|$.

Pozn: Vzdálenost $\rho(A, B)$ můžeme považovat za zobrazení $\rho : \mathbb{E}_3 \times \mathbb{E}_3 \rightarrow \mathbb{R}$, které má vlastnosti: $\forall A, B, C \in \mathbb{E}_3$:

1. $\rho(A, B) \geq 0$, přičemž $\rho(A, B) = 0 \Leftrightarrow A = B$
2. $\rho(A, B) = \rho(B, A)$
3. $\rho(A, B) + \rho(B, C) \geq \rho(A, C)$, přičemž rovnost nastává $\Leftrightarrow B \in AC$

Pozn: Uvedené vlastnosti se používají při axiomatické definici vzdálenosti.

Def: Nechť $A \in \mathbb{E}_3$ je bod $\alpha \subset \mathbb{E}_3$ je rovina. Kolmým průmětem bodu A do roviny α nazýváme bod A_0 definovaný takto:

- $A \in \alpha \Rightarrow A_0 = A$
- $A \notin \alpha \Rightarrow A_0 \Rightarrow \cap \alpha, p \perp \alpha, A \in p$

V.5.1.: Nechť $A \in \mathbb{E}_3$ je bod, $\alpha \subset \mathbb{E}_3$ je rovina. Pak platí: $\rho(A, \alpha) = \min\{\rho(A, X), X \in \alpha\}$

Př: Vypočtěte vzdálenost V od podstavy pravidelného čtyřbokého jehlanu $ABCDV$, je-li $|AB| = a, |\angle VAB| = \frac{\pi}{3}$:

$$\frac{a}{\sqrt{2}}$$

Def: Nechť $A \in \mathbb{E}_3$ je bod $p \subset \mathbb{E}_3$ je přímka. Kolmým průmětem bodu A na přímku p nazýváme bod A_0 definovaný takto:

- $A \in p \Rightarrow A_0 = A$
- $A \notin p \Rightarrow A_0 \in p \cap \alpha, p \perp \alpha, A \in p$

V.5.2.: Nechť $A \in \mathbb{E}_3$ je bod, $p \subset \mathbb{E}_3$ je přímka. Pak platí: $\rho(A, p) = \min\{\rho(A, X), X \in p\}$