# §1. Podprostory vektorového prostoru

Def: Nechť $V$ je vektorový prostor $\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \ldots, \overrightarrow{u_k} \in V$ vektory, $p_1, p_2, \ldots, p_k \in \mathbb{R}$. Vektor $\overrightarrow{x} = \sum_{i-1}^{k} p_i \overrightarrow{u_i}$ nazýváme lineární kombinací vektorů. Reálná čísla $p_i$ nazyváme *koeficienty lineárni kombinace.*

Lineární kombinaci, kde $\forall i : p_i = 0$, tedy $\overrightarrow{x} = \overrightarrow{0}$ nazyváme triviální lineárni kombinací.

Def: Podmnožinu $W$ vektorového prostoru $V$ nazýváme *podprostorem vektorového prosotoru* $V$ právě tehdy, když $W$ je vektorovým prostorem vzhledem k operacím sčítání a vnějšího násobení definovaným ve $V$.

V.1.1.: ňeprázdná množina $W$ je podprostorem vektorového prostoru $V$ právě tehdy, když platí:

- $\forall \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v} \in W : \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} \in W$
- $\forall p \in \mathbb{R}, \forall \overrightarrow{u} \in W : p \cdot \overrightarrow{u} \in W$

[Dk:

„$\Rightarrow$“ Z definice.

„$\Leftarrow$“ kommutativita a asociativita plyne z komutativity a asociativity ve $V$, platí $\overrightarrow{u} \in W \Rightarrow 0 \cdot \overrightarrow{u} = \overrightarrow{0} \in W^(-1) \cdot \overrightarrow{u} = -\overrightarrow{u} \in W$. Wlastnost 5.-8. z definice vektorového prostoru platí ve $W$, protože platí ve $V$.

]

Př: Nechť $\mathbb{R}^{(2)}$ je aritmetrický prostor. Rozhodnéte, zda nálsledujíci množiny jsou podprostory $\mathbb{R}^{(2)}$

1. $S = \{(x, 0); x \in \mathbb{R}\}$:
   $S$ je podprostorem.
2. $S = \{(x, 0); x \in \mathbb{R}\}$:
   Není: $2 \cdot (1, 1) = (2, 2) \notin T$
3. $U = \{(z, z); z \in \mathbb{R}\}$:
   Nechť $\overrightarrow{u} = (u, u); \overrightarrow{v} = (v, v)$, pak $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = (u + v, u + v) \in U$. je podprostorem.