§1. Tečna kružnice

Pozn: Jak víme, tečna je přímka, která leží v rovině kružnice a má tyto vlastnosti:

- Obsahuje právě jeden bod kružnice
- Střed kružnice má od ní vzdálenost poloměru kružnice.
- Je kolmá k poloměru kružnice, který obsahuje bod dotyku

Pozn: Rovnice tečny v daném bodě:

Je dána $k(S[m,n],r)$ a $T[x_0,y_0] \in k$. $X[x,y]$ je libovolným bode tečny t.

$\overrightarrow{ST} = (x_0 - m, y_0 - n)$
$\overrightarrow{SX} = (x - m, y - n)$

Pro každý bod $X \neq T$ existuje pravoúhlý trojúhelník STX, přitom $|ST| = r$ a $|SX| \cos\alpha = r$, tedy $\overrightarrow{ST} = \overrightarrow{SX} = |ST| \cdot |SX| \cdot cos\alpha = r^2$. oKaždá tečna kružnice má tedy rovnici:

$$(x_0 - m)(x - m) + (y_0 - n)(y - n) = r^2$$

V.1.1.: Rovnice $(x_0 - m)(x - m) + (y_0 - n)(y - n)$ je analitickým řešením tečny kružnice $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$ v jejím bodě $[x_0, y_0]$.

Př: Je dána kružnice k s rovnicí $(x - 3)^2 + (y + 12)^2 = 100$ a body $L[9; -4]$ a $M[5; 2]$. Určete tečny ke k procházející L resp M.

- Daosazením L do rovnice k zjistime, že $l \in k$. Tedy tečna $l : (9 - 3)(x - 3) + (-4 + 12)(y + 12) = 100$. Po úpraavě: $3x + 4y - 11 = 0$

  Dosazením M do k zjistíme, že M leží ve vnější oblasti.

  Hledám bod dotyku:
  $T \in k \Rightarrow (x_0 - 3)^2(y_0 + 12)^2 = 100$
  $T \in t \Rightarrow (x_0 - 3)(x - 3) + (y_0 - 12)(y + 12) = 100$
  $M \in t \Rightarrow (x_0 - 3)(5 - 3) + (y_0 + 12)(2 + 12) = 100$

  $(x_0 - 3)^2 + (y_0 + 12)^2 = 100$
  $x_0 + 7y + 0 + 31 = 0$

  Řešení: $[-3; -4]$ a $[11, -6]$.

$$t_1 : -6(x - 3) + 8(y + 12) = 100 \ldots - 3x + 4y + 7 = 0$$

$$t_1 : -8(x - 3) + 6(y + 12) = 100 \ldots 7x + 3y - 26 = 0$$

Př: 217/16: $x = \frac{4y+7}{3}$

$(\frac{4y+7}{3} - 3)^2 + (y + 12)^2 = 100$
$\frac{25}{9}y^2 + \frac{200}{9}t + \frac{400}{9} = 0$
$D = 200^2 - 4 \cdot 25 \cdot 400 = 0$

Je tečnou

$x = \frac{-4y+26}{3}$

$(\frac{-4y+26}{3}-3)^2+(y+12)^2=100$
$\frac{25}{9}y^2+\frac{80}{9}t+\frac{1859}{9}=0$
$D=80^2-4\cdot 25\cdot 1859=-179500$

Není tečnou

Př: 218/19:

1. $(x+2)^2+(y-2)^2=5$ $(x+2)(3+2)+(y+2)(7+2)=5 \Rightarrow 5x+5y-5=0 \Rightarrow y=1-x$

   $(x+2)^2+(1-x-2)^2=5 \Rightarrow 2x^2+6x=0 \Rightarrow x_1=0 \wedge x_2=-3$

   $T_1[0,1]; T_2[-3,r4]$

   $\overrightarrow{u}=(3,6); \overrightarrow{v}=(6,3)$

   $\alpha=\arccos\frac{|3\cdot 6+6\cdot 3|}{\sqrt{3^2+6^2}\cdot\sqrt{6^2+3^2}}=\arccos\frac{4}{5}=36.87°$