

Př:

75. Najděte parametrické vyjádření přímky, která prochází počátkem, protíná přímku $x_1 = 4 + t$, $x_2 = 3 + 4t$, $x_3 = 1 - 3t$ a jejich odchylka je 30° .

$$\begin{aligned}q &= \{[4+t; 3+4t; 1-3t] | t \in \mathbb{R}\} \\p &\in \overrightarrow{[0; 0; 0]}q = \alpha = \{[4s+t; 3s+4t; s-3t] | s, t \in \mathbb{R}\} \\ \alpha : x - y - z &= 0 \\p &= \{[at; bt; ct] | t \in \mathbb{R}\} \\ \text{BÚNO } a &= 1 \text{ (když } a = 0, \text{ tak } b = 1 \wedge c = -1, \text{ což evidentně nesedí)} \\p \in \alpha &\Rightarrow a - b - c = 0 \Rightarrow c = 1 - b \quad \vec{u} = (1, b, 1 - b) \\ \vec{v} &= (1, 4, -3) \\ \cos 30^\circ &= \frac{|1+4b-3+3b|}{\sqrt{26}\sqrt{2x^2-2x+2}} \\ \sqrt{3}\sqrt{26}\sqrt{2x^2-2x+2} &= 2 \cdot |7b-2| \\ 3 \cdot 26 \cdot (2b^2-2b+2) &= 196b^2 - 112b + 16 \\ 0 &= 40b^2 + 44b - 140 \\ b &= -\frac{5}{2} \vee b = \frac{7}{5} \\ p_1 &= \{[2t; 5t; 3t] | t \in \mathbb{R}\} \\ p_2 &= \{[5t; 7t; -2t] | t \in \mathbb{R}\}\end{aligned}$$

Př:

76. Najděte pravouhlý průmět přímky $x_1 = 4t$, $x_2 = 4 + 3t$, $x_3 = -1 - 2t$ do roviny $x - y + 3z + 2 = 0$.

$$\vec{n} = (1; -1; 3)$$

$$\begin{aligned}A[0; 4; -1] &\in p \\ A_0 &= k \cdot \vec{n} + A \in \alpha: \\ k - (4 - k) + 3(-1 + 3k) + 2 &= 0 \Rightarrow k = \frac{5}{11} \\ A_0[0 + 1 \cdot \frac{5}{11}; 4 - 1 \cdot \frac{5}{11}; -1 + 3 \cdot \frac{5}{11}] &= [\frac{5}{11}; \frac{39}{11}; \frac{4}{11}] \\ B[-4; 1; 1] &\in p \\ B_0 &= k \cdot \vec{n} + B \in \alpha: \\ -4 + k - (1 - k) + 3(1 + 3k) + 2 &= 0 \Rightarrow k = 0 \\ B_0 &= B[-4; 1; 1]\end{aligned}$$

$$\overrightarrow{B_0A_0} = (\frac{49}{11}; \frac{28}{11}; \frac{-7}{11}) = (49; 28; -7)$$

$$p_0 = \{[-4 + 49t; 1 + 28t; 1 - 7t] | t \in \mathbb{R}\}$$

Př:

77. Určete odchylku přímky
$$\begin{cases} x + y + 3z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases} \quad \text{od roviny } 2x + y + z = 0.$$

$$\begin{aligned}p &= \{[t; 2t; -t] | t \in \mathbb{R}\} \\ \vec{v} &= (1, 2, -1) \\ \vec{n} &= (2, 1, 1)\end{aligned}$$

$$|\angle p, \alpha| = \arcsin \frac{|2+2-1|}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \arcsin \frac{3}{6} = \underline{\frac{\pi}{6}}$$

Př:

79. Určete odchylku α rovin $x_1 = 3t + 3s$, $x_2 = -t - s$,
 $x_3 = 2t - 5s$ a $2x + y - \sqrt{5}z + 9 = 0$.

$$x = 3t + 3s$$

$$y = -t - s$$

$$z = 2t - 5s$$

$$\alpha : x + 3y = 0$$

$$\beta : 2x + y - \sqrt{5}z + 9 = 0$$

$$|\angle \alpha, \beta| = \arccos \frac{|2+3|}{\sqrt{10}\sqrt{10}} = \arccos \frac{1}{2} = \underline{\frac{\pi}{3}}$$