§10. Odchylka

Def: Nechť $p, q \subset \mathbb{E}_3$ jsou dvě komplanární přímky. Odchylku dvou komplanárních přímek p, q označujeme $|\sphericalangle p, q|$ a definujeme takto:

1. Je-li $p \parallel q \Rightarrow |\sphericalangle p, q| = 0°$
2. Je-li $p \nparallel q \Rightarrow$ odchylkou rozumíme velikost ostrého nebo pravého úhlu, který svírají.

Pozn: Odchylka leží v intervalu $< 0°; 90° >$.

V.10.1.: Nechť $p', q', p, q \subset \mathbb{E}_3$ jsou takové přímky, že $p' \parallel p, q' \parallel q$ (tedy dvojice p, p' a q, q' jsou komplanární). Pak platí: $|\sphericalangle p, q| = |\sphericalangle p', q'|$.

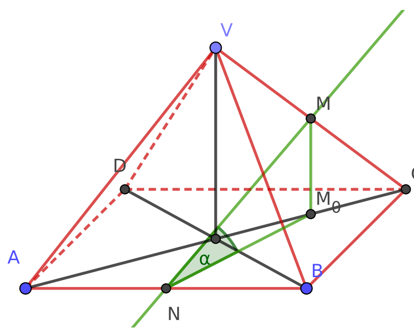
Def: Nechť $p, q \subset \mathbb{E}_3$ jsou dvě mimoběžné přímky. Odchylku dvou mimoběžných přímek p, q označujeme $|\sphericalangle p, q|$ a definujeme takto: $|\sphericalangle p, q| = |\sphericalangle p', q'|$, kde $p \parallel p$ a $q' \parallel q$. a p', q' jsou komplanární a různoběžné.

Def: Nechť $p \subset \mathbb{E}_3$ je přímka, $\alpha \subset E_3$ je rovina. Pak odchylku přímky p od roviny α označujeme $|\sphericalangle p, \alpha|$ a definujeme takto:

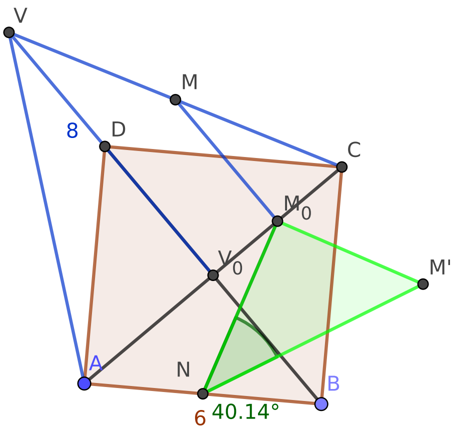
- Je-li $p \parallel \alpha \Rightarrow |\sphericalangle p, \alpha| = 0°$.
- Je-li $p \nparallel \alpha \Rightarrow |\sphericalangle p, \alpha| = |\sphericalangle p, q|$, kde q je průsečnice roviny α s rovinou, která je

kolmá na rovinu α a obsahuje přímku p.

Př: Je dán pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$ s podstavnou hranou a a výškou v. Body M, N jsou po řadě středy úseček VC a AB. Určete $|\sphericalangle \overleftrightarrow{MN}, \overleftrightarrow{ABC}|$:



$\text{tg}\alpha = \frac{|MM_0|}{|NM_0|} = \frac{\frac{v}{2}}{\sqrt{\frac{a^2}{16} + \frac{9a^2}{16}}} = \frac{v}{a} \cdot \sqrt{\frac{2}{5}} \Rightarrow \alpha = \text{tg}^{-1} \frac{v}{a} \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}$ Konstrukčne:
Podstavu uděláme ve skutečné velikosti.
Překlopíme rovinu $\overleftrightarrow{ACV}$ podle AC. MM_0 je tedy ve skutečné velikosti.
PReklopíme rovinu $\overleftrightarrow{MN_0M}$ podle NM_0. Výslený $\triangle NM_0M$ je tedy ve skutečné velikosti.



Def: Nechť $\alpha, \beta \subset \mathbb{E}_3$ jsou dvě roviny. Odchylku dvou rovin α, β označujeme $|\sphericalangle\alpha, \beta|$ a definujeme ji takto:

- Je-li $\alpha \parallel \beta \Rightarrow |\sphericalangle\alpha, \beta| = 0$
- Je-li $\alpha \not\parallel \beta| \Rightarrow |\sphericalangle\alpha, \beta| = |\sphericalangle p, q|$ kde $p \subset \alpha$ a $q \subset \beta$ a obě přímky jsou kolmé k průsečnici α, β.

V.10.2.: Nechť $\alpha, \beta \subset \mathbb{E}_3$ jsou dvě různoběžné roviny. $\alpha \cap \beta = r$, pak platí: $|\sphericalangle\alpha, \beta| = |\sphericalangle p, q|$, kde $p = \alpha \cap \gamma$, $q = \beta \cap \gamma$ a $\gamma \perp r$.

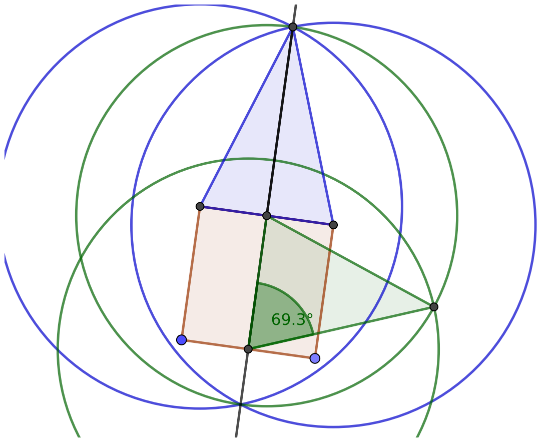
V.10.3.: Posouvání roviny zachovává odchylku.

Př: Je dán pravidelný jehlan $ABCDV$. (hrana a, výška v) Určete odchylku boční stěny od podstavy.

$\tan\alpha = \frac{v}{\frac{a}{2}} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(2\frac{v}{a}\right)$

Př: Je dán pravidelný jehlan $ABCDV$. (podstavná hrana a, boční hrana b) Určete odchylku boční stěny od podstavy.

- Algebraicky:
  $\cos\alpha = \frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}} \Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{a}{\sqrt{4b^2 - a^2}}\right) = \cos^{-1}\frac{a\sqrt{4b^2+a^2}}{4b^2-a^2}$
- Konstrukčně $a = 4, b = 6$:


69.3°