

§1. Analytické vyjádření kružnice a kruhu

V.1.1.: . . .

V.1.2.: Necht' $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je AP s diferencí d necht' S_n je součet prvních n členů. Pak platí:

$$\forall n \in \mathbb{N} : S_n = \frac{1}{2}n(a_1 + a_n)$$

[Dk: sečteme po dvojicích x -tého prvku od začátku a x -tého prvku od konce. Všechny dvojice mají součet $a_1 + a_n$ a případný zbylý člen je $\frac{a_1 + a_n}{2}$.]

Př: určete součet prvních 100 lichých přirozených čísel:

$$\frac{100 \cdot (1 + 199)}{2} = 10000$$

Součet lichých přirozených čísel do $2n - 1$:

$$\frac{n(2n - 1 + 1)}{2} = n^2$$

V.1.3.: Necht' $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je AP. Pak platí:

$$\forall n \in \mathbb{N} : a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

[Dk: $a_n = a_n - 1 + d \wedge a_n = a_{n+1} - d \Rightarrow a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$]

Pozn: 1) Vyjádření členu předchozí věty je vyjádřením *aritmetického průměru* čísel a_{n-1}, a_{n+1} .

2) platí i obrácení V.2.3.

V.1.4.: Necht' $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je AP. Pak platí:

1. $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rostoucí $\Leftrightarrow d > 0$
2. $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je klesající $\Leftrightarrow d < 0$
3. $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je konstantní $\Leftrightarrow d = 0$

V.1.5.: Necht' $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je AP. Pak platí:

1. $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je zdola omezená $\Leftrightarrow d \geq 0$
2. $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je shora omezená $\Leftrightarrow d \leq 0$
3. $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je omezená $\Leftrightarrow d = 0$