

§1. Analytické vyjádření obrazu útvaru

V.1.1.: Předpokládejme, že posunutí T je dáno rovnicí $x' = x + m, y' = y + n$ a zobrazuje U na U' . Potom platí:

Má-li útvar U rovnici $V(x, y) = 0$, pak útvar U' má v téže soustavě souřadnic rovnici $V(x - m, y - n) = 0$.

[Dk: Jde o rovnici, v níž dvojčleny $x - m, y - n$ nahrazují x, y na všech místech, kde se vyskytují x, y v původní rovnici útvaru U .]

Pozn: Aplikace předchozí věty:

1. Přímka, která prochází počátkem a má směrnici k , má také velmi jednoduchou rovnici $y = kx$.
Přímka, která prochází bodem $[x_1, y_1]$ a má směrnici k se dá považovat za obraz první v posunutí $x' = x + x_1, y' = y + y_1$, má rovnici $y - y_0 = k(x - x_0)$.
2. Kružnice, která má střed v počátku a poloměr r , má rovnici $x^2 + y^2 = r^2$.
Kružnice se středem $S[m, n]$ a poloměrem r se dá považovat za obraz první kružnice v posunutí $x' = x + m, y' = y + n$ a má rovnici $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$.
3. Tečna kružnice $k(O, r)$ v jejím bodě $T[x_0, y_0]$ má rovnici $xx_0 + yy_0 = r^2$. Tečna kružnice $k(S, r)$ je obrazem tečny první kružnice v posunutí $x' = x + m, y' = y + n$ a má rovnici $(x - m)(x_0 - m) + (y - n)(y_0 - n) = r^2$.

V.1.2.: Má-li útvar U rovnici $V(x, y) = 0$, pak jeho obraz U' v souměrnosti, která vyměňuje kladné poloosy x, y má rovnici $V(y, x) = 0$.

[Dk: Jde o rovnici, v níž je každé x nahrazeno za y a y je nahrazeno za x .]

Př: Kružnice $k(S, r)$ zobrazíme v souměrnosti podle osy 1. kvadrantu na kružnici $k'(S', r)$; tečna t kružnice v bodě T se zobrazí na tečnu t' kružnice k' v bodě T' . Určete rovnici kružnice k' a tečny t' , je-li dáno:

$$S[-3, 6], r = 5, T[0; 10]$$

Umíme zapsat rovnici kružnice k : $(x + 3)^2 + (y - 6)^2 = 25$ a rovnice tečny t v jejím bodě T : $(x + 3)3 + (y - 6)425$, tj $3x + 4y - 40 = 0$

Zobrazením v osové souměrnosti získáme $S'[6; -3], T'[10; 0]$. Rovnice kružnice k' : $(x - 6)^2 + (y + 3)^2 = 25$. rovnice tečny t' v jejím bodě T' : $4x + 3y - 0 = 0$.

Př: 233/2:

Pro rovnici $ax + by = 0$ je posunutí $a(x - x_1) + b(y - y_1) = 0$.

Př: 233/4:

Má-li útvar U rovnici $V(x, y, z) = 0$, pak v posunutí $[a, b, c]$ má rovnici $V(x - a, y - b, z - c) = 0$.