Př: Zakreslete množinu bodů danou rovnicí $3x^2 - 2y^2 - 12x - 4y - 2 = 0$:

Upravíme:

$$\begin{aligned}
3(x^2 - 4x) - 2(y^2 + 2y) - 2 &= 0 \\
3(x-2)^2 - 2(y+1)^2 &= 2 + 4 \cdot 3 - 1 \cdot 2 = 12 \\
\frac{(x-2)^2}{2} - \frac{(y+1)^2}{6} &= 1
\end{aligned}$$

Zakreslíme hperbolu se středem $S[2;-1]$, s hlavní osou na rovnoběžce s osou x, s poloosami $a = 2; b = \sqrt{6}$ a exentricitou $e = \sqrt{10}$ a s asymptotami:

$$y + 1 = \frac{\sqrt{6}}{2}(x-2)$$

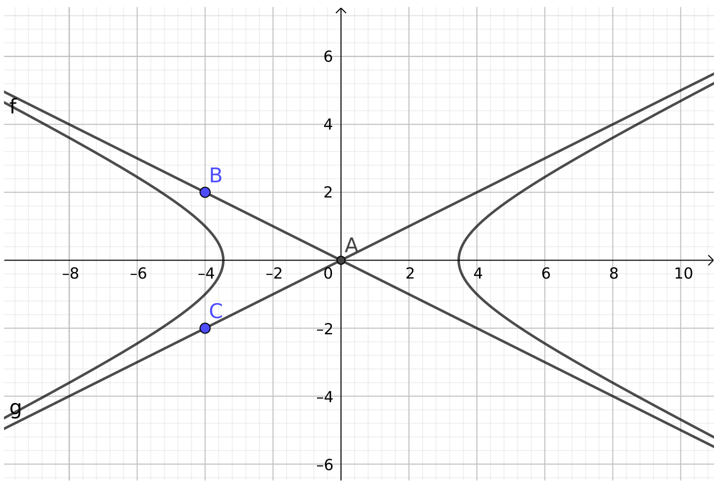
$$y + 1 = -\frac{\sqrt{6}}{2}(x-2)$$

Pozn: Doplnění výrazů $Ax^2 + Dx; Cy^2 + Ey$ na druhé mocniny dvojčlenů poskytuje středové tvary rovnic kuželeosečEk a tím umožnuje jejich zakreslení.

Př:

a)

$$\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1$$



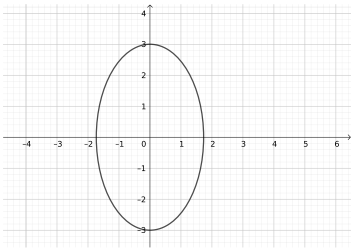
$$\begin{aligned}
&S[\quad 0 \quad ;0] \\
&A_1[-\sqrt{12};0] \\
&A_2[+\sqrt{12};0] \\
&F[-\sqrt{15};0] \\
&G[+\sqrt{15};0]
\end{aligned}$$

$$a : y = \frac{x}{2}$$

$$a' : y = -\frac{x}{2}$$

b)

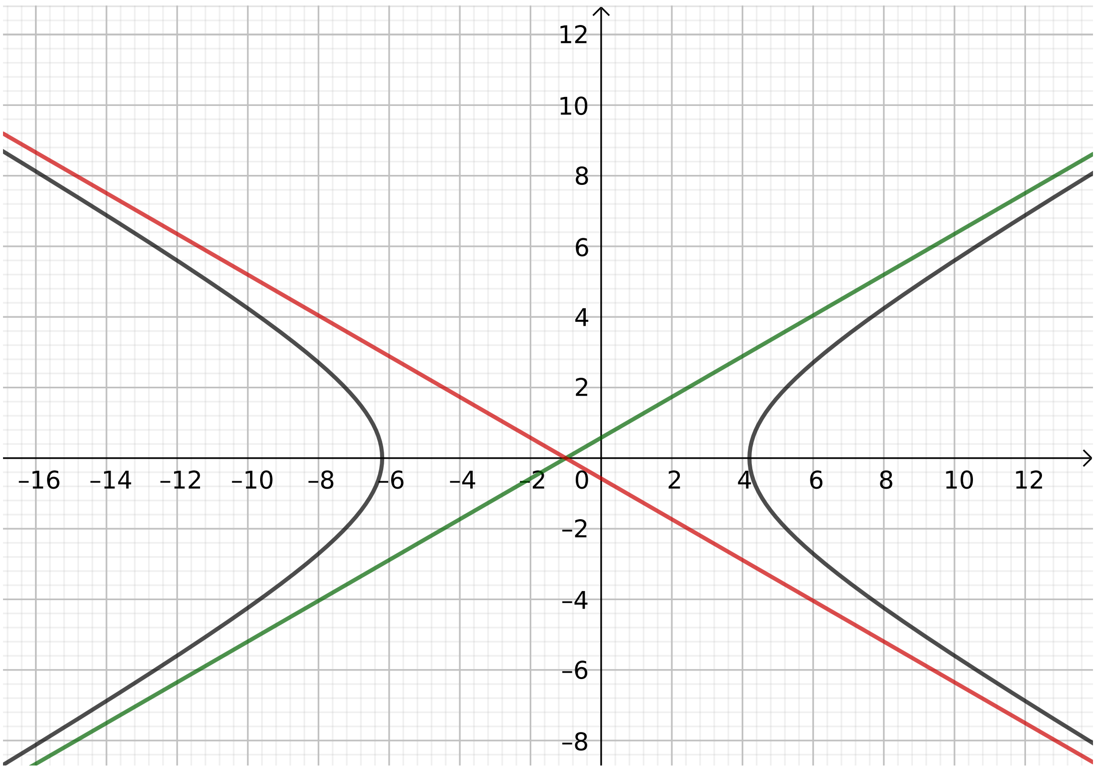
$$\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{9} = 1$$



$$\begin{array}{r}
S[\ \ 0\ \ ;\ \ 0\ \ ]\\
A_1[\ \ 0\ \ ;\ -3\ ]\\
A_2[\ \ 0\ \ ;\ +3\ ]\\
B_1[-\sqrt{3};\ \ 0\ \ ]\\
B_2[+\sqrt{3};\ \ 0\ \ ]\\
F[\ \ 0\ \ ;-\sqrt{6}]\\
G[\ \ 0\ \ ;+\sqrt{6}]
\end{array}$$

c)

$$\frac{(x^2+1)^2}{27} - \frac{y^2}{9} = 1$$



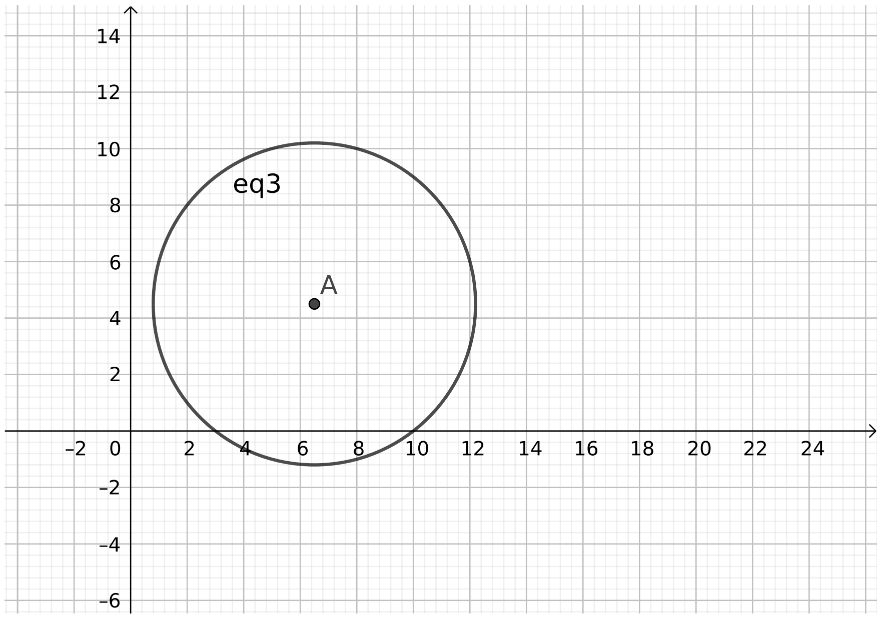
$$\begin{aligned}
S[&\quad -1 \quad ;0]\\
A_1[&-1-\sqrt{27};0]\\
A_2[&-1+\sqrt{27};0]\\
F[&\ -1-6\ \ ;0]\\
G[&\ -1+6\ \ ;0]
\end{aligned}$$

$$a : y = \frac{x+1}{\sqrt{3}}$$

$$a' : y = -\frac{x+1}{\sqrt{3}}$$

d)

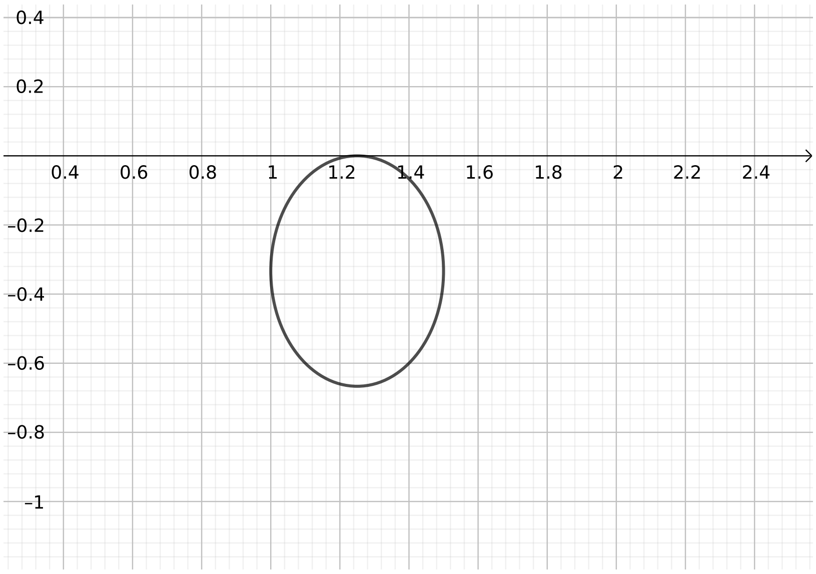
$$\left(x^2 - \frac{13}{2}\right)^2 - \left(y^2 - \frac{4}{5}\right) = \frac{65}{2}$$



$$S[\tfrac{13}{2};\tfrac{9}{2}]$$

e)

$$16\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + 9\left(y + \frac{1}{3}\right)^2 = -25 + 25 + 1 = 1$$



$$
\begin{array}{rcl}
S[\,\frac{5}{4}\,; & \frac{1}{3} &] \\
A_1[\,\frac{5}{4}\,; & 0 &] \\
A_2[\,\frac{5}{4}\,; & -\frac{2}{3} &] \\
B_1[\,1\,; & -\frac{1}{3} &] \\
B_2[1.5; & -\frac{1}{3} &] \\
F[\,\frac{5}{4}\,; & \frac{1}{3}-\frac{\sqrt{7}}{1}2 &] \\
G[\,\frac{5}{4}\,; & \frac{1}{3}+\frac{\sqrt{7}}{1}2 &]
\end{array}
$$

Pozn: Kritéria vzniku jednotlivých útvarů:

Předpokládejme, že vznikne kuželosečka.

Kružnice vznikne právě tehdy když $A = B$

Elipsa vznikne právě tehdy když $\operatorname{sqn}(A) = \operatorname{sqn}(B) = \pm 1$

Hyperbola vznikne právě tehdy když $\operatorname{sqn}(A) = -\operatorname{sqn}(B) = \pm 1$

Parabola vznikne právě tehdy když $AB = 0 \wedge A + B \neq 0$