33) $\overleftrightarrow{AB}\ (A[2;0;-1];\ \vec{v}(4;1;5))$

$\rho(K[0;0;3];\ \vec{u}(2;1;2);\ \vec{w}(0;1;1))$

$$\begin{pmatrix}4&1&5\\2&1&2\\0&1&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}2&1&2\\0&-1&1\\0&1&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}2&1&2\\0&-1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$$

$\dim\langle\vec{u};\vec{v};\vec{w}\rangle=3 \Rightarrow \overleftrightarrow{AB}\nparallel\rho$

34) $q(A[2;0;1];\ \vec{v}(1;3;-1))$

$\sigma(X[1;0;1];\ \vec{v}=(1;3;-1);\ \vec{w}(2;3;-3))$

$$\begin{pmatrix}1&3&-1\\1&3&-1\\2&3&-3\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&3&-1\\0&-3&-1\end{pmatrix}\Rightarrow \dim\langle\vec{v};\vec{w}\rangle=2\Rightarrow q\parallel\sigma$$

Zjistím, zda $A\in\sigma$: $x\cdot\vec{v}+y\cdot\vec{w}\overset{!}{=}\overrightarrow{XA}$ $(1;0;0)$

$$\left(\begin{array}{cc|c}1&2&1\\3&3&0\\-1&-3&0\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{cc|c}1&3&0\\0&-1&1\\0&-6&0\end{array}\right)\Big\}\ \text{SPOR}\Rightarrow A\notin\sigma$$

$\Rightarrow q\cap\sigma=\emptyset$

36) $p(A[a;1;2];\ \vec{v}(-1;b;-2))$

$\rho:\ x+2y-z-10=0$

$\vec{n}=(1;2;-1)$

$\rho\parallel p\Leftrightarrow\vec{n}\perp\vec{v}\Leftrightarrow\vec{n}\cdot\vec{v}=-1+2b+2$

$\Leftrightarrow b=-\frac{1}{2}$

Když $b\in\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2}\}\Rightarrow P=\{X\}\Rightarrow$ různoběžné

Když $b=-\frac{1}{2}$: $\rho\parallel p$

$p\subseteq\rho\Leftrightarrow A\in\rho\Leftrightarrow a+2-2-10=0$

$\Leftrightarrow a=10$

Když $b=-\frac{1}{2}\wedge a=10$: $p\in\rho$

Když $b=-\frac{1}{2}\wedge a\neq 10$: $p\cap\rho=\emptyset$

38) ρ:
$$\begin{aligned}x&=3+t-k\\y&=5+t\\z&=-t+2k\end{aligned}$$

$2x+z=6+t$

$\rho: 2x-y+z-1=0$ $\quad\vec{n}=(2;-1;1)$

σ:
$$\begin{aligned}x&=3+s-4r\\y&=6+2s-3r\\z&=1\quad\ \ +5r\end{aligned}$$

$2x-y=0+0s-5r$

$\sigma: 2x-y+z-1=0$ $\quad\vec{m}=(2;-1;1)$

$\cancel{\vec{n}=\vec{m}\Rightarrow\rho\parallel\sigma}$

Evidentně $\rho=\sigma$

39) $\rho:\ \vec{n}=(1;b;1)$

$\sigma:\ \vec{m}=(a;4;-1)\sim(-a;-4;1)$

a) $\rho\parallel\sigma\Leftrightarrow\vec{n}=k\cdot\vec{m}\Leftrightarrow a=-1\wedge b=-4$

b) Když $\rho\nparallel\sigma\Leftrightarrow a\in\mathbb{R}-\{-1\}\vee b\in\mathbb{R}-\{-4\}$

c) $\rho\perp\sigma\Leftrightarrow 0=\vec{n}\cdot\vec{m}=a+4b-1\Rightarrow a=1-4b$

$\Leftrightarrow(a,b)\in\{[k;1-4k]\mid k\in\mathbb{R}\}$

40) a) $\vec{u}=(2;-1;1);\ \vec{v}=(1;1;3);\ \vec{w}=(3;2;-4)$

$$\begin{pmatrix}2&-1&1\\1&1&3\\3&2&4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&3\\&-3&-5\\&-1&-13\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&3\\&1&13\\&&-34\end{pmatrix}\Rightarrow\dim\langle\vec{u};\vec{v};\vec{w}\rangle=3$$

roviny jsou po dvou různoběžné.

a jejich lineární vektory neleží v jedné rovině $\Rightarrow$ jejich průsečnice nejsou rovnoběžné $\Rightarrow$ průsečík - jeden bod

c) $\vec{u}=(1;1;1);\ \vec{v}=(3;-2;1);\ \vec{w}=(4;-1;2)$

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\3&-2&1\\4&-1&2\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&1\\&5&2\\&5&2\end{pmatrix}\Rightarrow\dim\langle\vec{u};\vec{v};\vec{w}\rangle=2$$

leží v rovině $\Rightarrow$ průsečnice jsou rovnoběžné

Evidentně žádná dvojice rovin není rovnoběžná.

Průsečík

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&-3\\3&-2&1&-8\\4&-1&2&[illegible]\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&-3\\&5&2&-1\\&5&2&-13\end{array}\right)\Big\}\Rightarrow\text{SPOR}\Rightarrow P=\emptyset\Rightarrow$$

průsečnice jsou 3 rovnoběžné přímky