§12. Druhy shodných zobrazení v $\mathbb{E}_3$

. . .

V.12.1.: Nechť $S_\beta \circ S_\alpha : \mathbb{E}_3 \to \mathbb{E}_3$ je sožené zobrazení dvou rovinných souměrností s rovinami $\alpha, \beta \subset \mathbb{E}_3$. Nechť $\alpha \not\parallel \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta = r$, pak platí: $\forall X \in \mathbb{E}_3 : S_\beta \circ S_\alpha(X) = O_b \circ O_a(X)$, kde $a = \alpha \cap \gamma, b = \beta \cap \gamma$, kde $\gamma \subset \mathbb{E}_3$ je taková rovina, že $r \perp \gamma; X \in \gamma$

Def: Složením dvou rovinových souměrností s různoběžnými rovinami souměrnosti vznikne zobrazení, které nazýváme otočením, nebo-li rotací v E_3 . Průsečnici těchto rovin nazýváme osou otočení.

V.12.2.: Nechť $S_\beta \circ S_\alpha : \mathbb{E}_3 \to \mathbb{E}_3$ je složené zobrazení dvou rovinných souměrností s rovinami $\alpha, \beta \subset \mathbb{E}_3$. Nechť $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = r$, pak zobrazení $S_\beta \circ S_\alpha$ má tyto vlastnosti:

1. $X \in r : X = X'$
2. $X \notin r$: střed úsečky XX' leží na r, kde $X' = S_\beta \circ S_\alpha(X)$.

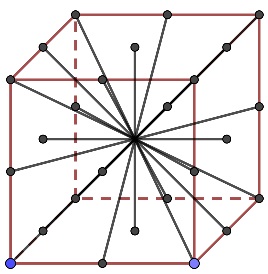
Def: Složením dvou rovinových souměrností s navzájem kolmými rovinami souměrnosti vznikne zobrazení, které nazýváme osovou souměrností v E_3 . Průsečnici těchto rovin nazýváme osou osové souměrnosti.

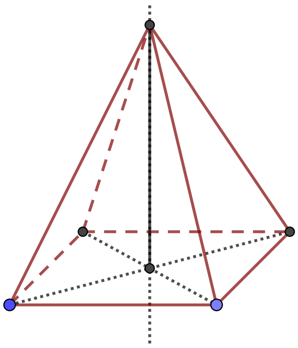
Pozn: Osová souměrnost je další, tedy již třetí, druh souměrnosti v E_3 . Za její definici se častěji používá V.12.13.

Def:

1. Přímka $p \subset E_3$ se nazývá osa souměrnosti útvaru $U \subset E_3$, jestliže útvar U je samodružný v osové souměrnosti s osou p.
2. Útvar $U \subset E_3$ se nazývá osově souměrný, má-li alespoň 1 osu souměrnosti.

Př: Najděte všechny osy souměrnosti krychle a pravidelného čtyřbokého jehlanu.





Pozn: Každé shodné zobrazení v E_3 lze vyjádřit jako složení rovinových souměrností. První souměrnost zvolíme tak, aby se bod A zobrazil na A', druhou tak, aby se při složeném zobrazení zobrazil bod B na B' a bod A' aby zůstal samodružný, ...