§1. Středové kuželosečky a jejich tečny

Def: Kružnice, elipsy a hyperboly nazýváme středové křivky 2. stupně neboli *středové kuželosečky*. Jejich rovnice ve kterých vystupují souřadnice středu, nazýváme rovnice ve středovém tvaru.

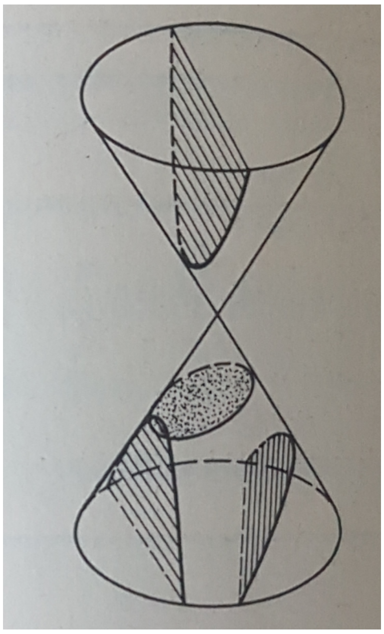
Pozn: Zapíšeme rovnice z předchozích definic:

$$\begin{array}{ccc} (x-m)^2+(y-n)^2=r^2 & \frac{(x-m)^2}{a^2}+\frac{(y-n)^2}{b^2}=1 & \frac{(x-m)^2}{a^2}-\frac{(y-n)^2}{b^2}=1 \\ (x-m)^2r^2+(y-n)^2r^2=1 & \frac{(x-m)^2}{b^2}+\frac{(y-n)^2}{a^2}=1 & -\frac{(x-m)^2}{a^2}+\frac{(y-n)^2}{b^2}=1 \end{array}$$

Všechny rovnice jsou tedy tvaru

$$\pm p^2(x-m)^2 \pm q^2(y-n)^1 = \pm s^2$$

Pozn:



Název kuželosečky vystihuje možnost její vytvoření jako průniku rotační kružních kuželových ploch a roviny (viz obrázek).

Povšimneme si *vnitřku kuželové plochy* a jejího tečkoveného průniku s rovinou kuželesečky. U kružnice a paraboly zřejmě dostaneme útvary, kter jsem nazvali vnitřními oblastmi. Obdobný pojem zavedeme i pro středové kuželosečky. Vidíme, že zatímco elipsa má jednu vnitřní oblast hyperbola má dvě. Vislovíme však definici jen dle vzdáleností bodů v rovině:

Def: *Vnitřní oblstí elipsy* s ohnisky F, G a s hlavní poloosou a nezveme množinu všech bosů X roviny, pro které platí $|FX| + |GX| < 2a$

Def: *Vnitřní oblastí jedné větve hyperboly* $H(F, G, 2a)$ se nazývá množina všech bodů X roviny, pro které platí $|FX| - |GX \gg 2a$ a druhé větve $|GX| - |FX| > 2a$.

V.1.1.:

1. Má-li elipsa rovnici $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, pak její oblast má v téže soustavě souřadnic analytické vyjádření $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} < 1$
2. Má-li hyperbola rovnici $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, pak sjednocení vnitřních oblastí jejích větví má alalytické vyjádření $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} > 1$

[Dk: Při odvozování se zachovává znaménko]

Def: *Tečnou středové kuželosečky* se nazývá přímka, která obsahuje jediný bod kuželosečky a neobsahuje žádný bod její vnitřní oblasti.

V.1.2.: Má-li středová kuželosečka rovnici

$$\pm p^1(x-m)^2 \pm q^2(y-n)^2 \pm s^2$$

pak v její tečna t v $T[x_0, y_0]$ má rovnici

$$\pm p^2(x-m)(x_0-m) \pm q^2(y-n)(y_0-n) = \pm s^2$$