Př: Na množině $\mathbb{R}^{(2)} = \{[x, y]\}$ všech uspořádaných dvojic $\mathbb{R}$ čísel definujeme operaci sčítání a vnějšího násobení takto:

$$\forall \overleftrightarrow{u_1} = [x_1, y_1]; \forall \overleftrightarrow{u_2} = [x_2, y_2] : \overleftrightarrow{u_1} + \overleftrightarrow{u_2} = [x_1 + x_2, y_1 + y_2] \in \mathbb{R}^{(2)}$$
$$\forall \overleftrightarrow{u1} = [x_1, y_1]; \forall p \in \mathbb{R} : p \cdot \overleftrightarrow{u_1} = [[p \cdot x_1, p \cdot y_1] \in \mathbb{R}^{(2)}$$

Dokažte, že takto definovaná struktura je vektorovým prostorem:

1. Komutativita:

$$\overleftrightarrow{u_1} + \overleftrightarrow{u_2} = (x_1 + x_2 m, y_1 + y_2) = (x_2 + x_1 m, y_2 + y_1) = \overleftrightarrow{u_2} + \overleftrightarrow{u_1}$$

2. Asociativita:

$$\overleftrightarrow{u_1} + (\overleftrightarrow{u_2} + \overleftrightarrow{u_3}) = (x_1 + (x_2 + x_3), y_1 + (y_2 + y_3)) = (x_1 + x_2 + x_3, y_1 + y_2 + y_3)$$
$$(\overleftrightarrow{u_1} + \overleftrightarrow{u_2}) + \overleftrightarrow{u_3} = ((x_1 + x_2) + x_3, (y_1 + y_2) + y_3) = (x_1 + x_2 + x_3, y_1 + y_2 + y_3)$$

3. Nulový prvek: $\exists \overleftrightarrow{o} \in V : \overleftrightarrow{u} + \overleftrightarrow{o} = \overleftrightarrow{o} + \overleftrightarrow{u} = u :$

$$\overleftrightarrow{o} = (0, 0) : (x + y) + (0, 0) = (x + 0, y + 0) = (x + y)$$

4. Roznásobení
5. Roznásobení
6. Exstence neutrálního prvku násobení:

Pozn: Analogicky můžeme dokázat, že množina všech uspořádanych n-tic reálných čísel tvoří vzhledem k analogickým definicím sčítání a vnějšího násobení vektorový prostor.

. . .

Def: Nechť M je množina všech orientovaných úseček v $\mathbb{E}_3$ a nechť $\epsilon \subset M \times M$ je relace ekvipolence. Pak třídu množiny M, která přísluší relaci ϵ, nazvemem *volným vektorem.*

Def: Nechť $\overrightarrow{u} \subset M$ je libovolná úsečka, $X \in \mathbb{E}_3$ libovolný bod, pak $\forall ! Y \in \mathbb{E}_3 : \overrightarrow{AB} \epsilon \overrightarrow{XY}$.

Def: Nechť V je množina všech volných vektorů v $\mathbb{E}_3$. Pak *na množiné* V definujeme operace *sčítání* a *vnější násobení* takto:

1. $\forall \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v} \subset V : \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{w}$, kde $\overrightarrow{w} = \{\overrightarrow{XY} : \overrightarrow{XY} \epsilon \overrightarrow{PC}\}$, přitom $\overrightarrow{PA} \in \overrightarrow{u}$ a $\overrightarrow{PB} \in \overrightarrow{v}$ a $\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{BC}$.