§1. Lineárni závislost a nezávislost

Def: Nechť $= S = \{\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_1}, \dots, \overrightarrow{u_1}\}$ je konečná množina vektorů vektorového prostoru V. Řekneme, že *množina vektorů* S je:

1. *lineárně nezávislá*, jestliže platří:

$$p_1 \cdot \overrightarrow{u_1} + p_1 \cdot \overrightarrow{u_1} + \dots + p_1 \cdot \overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{0} \quad \Leftrightarrow \quad p_1 = p_2 = \dots = p_k = 0$$

2. *lineárně závislá*, jestliže platří:

$$\exists p_i \neq 0 : p_1 \cdot \overrightarrow{u_1} + p_1 \cdot \overrightarrow{u_1} + \dots + p_1 \cdot \overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{0} (i \in \{1, 2, \dots, k\})$$

V.1.1.: Obsahuje li S vektorr $\overrightarrow{0}$, pak je lineárně závislá.

Když $S = \{\overrightarrow{u}\}$, pak S je závislá $\Leftrightarrow \overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$.

V.1.2.: Vektoru jsou lineárně závislé právě tehdy, když alespon 1 z nich lze vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních.

Pozn: Ne každý z lineárně závislych vektorů může být vyjádřen jako lin. kombinace ostatních.

Pozn: Nechť $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \in V$ jsou závislé vekktory. V geometrickém prostoru se jedná o rovnoběžné vektory.

Př: Vyjádřete vektory jako lineární kombinaci vektorů $\overrightarrow{PB}, \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{PD}$, je li S středem úsečky BC, U těžiště čtyřstěnu $\triangle BCD$ a T těžiště $PBCD$.

$\overrightarrow{PS} = \frac{\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}}{2}$ – Polovina úhlopříčky rovnoběžníkku.

$\overrightarrow{PU} = \overrightarrow{PS} + \overrightarrow{SU} = \overrightarrow{PS} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{PS} = \frac{\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}}{3}$

$\overrightarrow{PT} = \frac{\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}}{4}$

Př: V U_3 a V_3 je dána množina $S = \{\overrightarrow{a}\,\overrightarrow{b}\}; \overrightarrow{\neq}\,\overrightarrow{0} \neq \overrightarrow{b}$. Určete $\langle S \rangle$