§15. Hranol, Válec

Def: Hranol Mějme v prostoru rovinu ρ, v ní konvexní mnohoúhelník $A_1A_2A_3\dots A_n$ a nechť A_1' je bod, který v rovině ρ neleží. Nechť $T : E_3 \to E_3$ je takové posunutí, že $A_1' = T(A_1)$. Při tomto zobrazení se rovina ρ zobrazí na rovinu ρ' , tyto dvě roviny jsou rovnoběžné. Množinu všech bodů X, všech úseček BB' takových, že $B \subset A_1A_2A_3\dots A_n$ a B' je obraz bodu B v posunutí T, nazýváme hranolem. Mnohoúhelníky $A_1A_2A_3...A_n$ a $A_1'A_2'A_3'\dots A_n'$ nazýváme podstavami, rovnoběžníky $A_iA_{i+1}A_{i+1}'A_i'$, kde ($i \in \{1, 2, \dots, n\}, n+1 \to 1$). nazýváme bočními stěnami hranolu. Všechny boční stěny tvoří plášť hranolu. Podstavy spolu s bočními stěnami tvoří stěny hranolu. Úsečky A_iA_i' (respektive A_iA_{i+1} a $A_i'A_{i+1}'$) se nazývají boční (respektive podstavné) hrany hranolu. Body $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ a $A_1', A_2', A_3', \dots, A_n'$ se nazývají vrcholy.

Pozn: Podle hodnoty n rozlišujeme hranoly na trojboký, čtyřboký, ...a n-boký hranol.

Def: Je-li směr posunutí kolmý k rovině podstavy, mluvíme o hranolu kolmém, jinak jde o hranol kosý. Kolmý hranol, jehož podstavami jsou pravidelné n-úhelníky, se nazývá pravidelný n - boký hranol. Hranol, jehož podstavy jsou rovnoběžníky, se nazývá rovnoběžnostěn. Rovnoběžnostěn, jehož všechny stěny jsou pravoúhelníky (resp. čtverce), nazýváme kvádr (respektive krychle).

Pozn: Čtyři zřejmé vlastnosti objemu $V(T)$ tělesa T:

1. Dvě shodná tělesa mají tentýž objem.
2. Skládá-li se těleso T z nepřekrývajících se těles T_1, T_2, je objem tělesa T součtem objemů těles $T_1, T_2 : V(T) = V(T_1) + V(T_2)$.
3. Za jednotku objemu bereme objem krychle o hraně délky 1.
4. Cavalieriho princip: Nechť tělesa T_1, T_2 leží mezi dvěma rovnoběžnými rovinami α_1 ,α_2 a každá rovina ρ rovnoběžná s rovinami ρ_1, ρ_2 protne tělesa T_1, T_2 v konvexních rovinných útvarech s obsahy P_1, P_2. Jestliže pro každou rovinu ρ platí, že $P_1 = P_2$, mají tělesa T_1, T_2 stejný objem. Jestliže pro každou rovinu ρ , platí, že $P_1 = m \cdot P_2$, kde m je pevné číslo, nezávislé na volbě roviny ρ, je objem tělesa T_1-násobkem objemu tělesa T_2: $V(T_1) = m \cdot V(T_2)$