2021년도 2학기 바이오빅데이터와데이터마이닝 기말고사 보고서



이화여자대학교 컴퓨터공학과 1871056 한지수

K-Means Clustering 풀이 방법 (k:3, Distance metric: Manhattan distance)

- 1. 중심점을 바탕으로 cluster한다.
- 2. Cluster된 점들을 바탕으로 중심점을 다시 조정한다.
- 3. 중심점을 바탕으로 cluster 한 경우,
 - 1. 수렴할 경우 해당 중심점으로 채택
 - 2. 수렴하지 않을 경우 2로 다시 돌아감. 이를 수렴할 때까지 반복

*문제 계산과정이 매우 많아 엑셀로 Distance matrix를 계산하였습니다.(엑셀 문제 1.xlsx, 3쪽 참조)

문제에서 제시한 15개의 레코드와 초기 중심점은 다음과 같다.

| Instance (point) | Х | Y |
|---------------------|----|----|
| 1 | 4 | 19 |
| 2 | 1 | 9 |
| 3 | 16 | 1 |
| 4 | 14 | 18 |
| 5 | 15 | 13 |
| 6 | 13 | 7 |
| 7 | 8 | 20 |
| 8 | 8 | 4 |
| 9 | 17 | 13 |
| 10 | 6 | 12 |
| 11 | 17 | 8 |
| 12 | 16 | 2 |
| 13 | 17 | 0 |
| 14 | 10 | 8 |
| 15 | 13 | 3 |

| 초기 중심점 | X | Y |
|-----------|----|----|
| Cluster 1 | 15 | 15 |
| Cluster 2 | 7 | 11 |
| Cluster 3 | 17 | 3 |

〔전체 데이터셋〕

〔초기 중심점〕

초기. 앞에서 제시된 초기중심점을 바탕으로 Distance Metric에 맞게 cluster 처리를 한 결과는 다음과 같다.

1. 계산된 Distance 결과

다음 표는 instance 별로 cluster 중심점과의 거리를 구하고(밑 example 참조), 최소 거리를 바탕으로 Clustering한 결과를 볼 수 있다.

| instance | (Distance with) cluster 1 | cluster 2 | cluster 3 | Cluster Num |
|----------|------------------------------|-----------|-----------|-------------|
| 1 | 15 | 11 | 29 | 2 |
| 2 | 20 | 8 | 22 | 2 |
| 3 | 15 | 19 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 14 | 18 | 1 |
| 5 | 2 | 10 | 12 | 1 |
| 6 | 10 | 10 | 8 | 3 |
| 7 | 12 | 10 | 26 | 1 |
| 8 | 18 | 8 | 10 | 2 |
| 9 | 4 | 12 | 10 | 1 |
| 10 | 12 | 2 | 20 | 2 |
| 11 | 9 | 13 | 5 | 3 |
| 12 | 14 | 18 | 2 | 3 |
| 13 | 17 | 21 | 3 | 3 |
| 14 | 12 | 6 | 12 | 2 |
| 15 | 14 | 14 | 4 | 3 |

계산 Example. Instance 1 의 Cluster별 Distance (Excel 표현: ABS(C10-C3)+ABS(D10-D3))

- *cluster* 1 = |4 15| + |19 15| = 11 + 4 = 15
- *cluster* 2 = |4 7| + |19 11| = 3 + 8 = 11
- *cluster* 3 = |4 17| + |19 3| = 13 + 16 = 29

2. 업데이트된 Cluster 결과

Cluster Num에 맞게 나눈 Cluster 정보는 다음과 같으며, Cluster 정보에 따라 중심점도 옮겨졌다.

• Cluster 1. 중심점 (13.5, 16)

| instance | Х | Υ |
|----------|----|----|
| 4 | 14 | 18 |
| 5 | 15 | 13 |
| 7 | 8 | 20 |
| 9 | 17 | 13 |

• Cluster 2. 중심점 (5.8, 10.4)

| instance | Χ | Υ |
|----------|----|----|
| 1 | 4 | 19 |
| 2 | 1 | 9 |
| 8 | 8 | 4 |
| 10 | 6 | 12 |
| 14 | 10 | 8 |

• Cluster 3. 중심점 (15.333, 3.5)

| instance | X | Υ |
|----------|----|---|
| 3 | 16 | 1 |
| 6 | 13 | 7 |
| 11 | 17 | 8 |
| 12 | 16 | 2 |
| 13 | 17 | 0 |
| 15 | 13 | 3 |

1차 시도. 첫번째 시도를 통해 얻은 중심점을 바탕으로 Distance Metric에 맞게 cluster 처리를 한 결과는 다음과 같다.

1. 계산된 Distance 결과

다음 표는 instance 별로 중심점과의 거리를 구하고, 최소 거리를 바탕으로 Cluster를 연결한 결과를 볼 수 있다. 첫번째 시도에 분류된 Cluster와 현재 분류된 Cluster를 비교해보았을 때 8번 instance이 수렴하지 않은 상황으로 Cluster를 다시 조정하고자 한다.

| instance | cluster 1 | cluster 2 | cluster 3 | NOW CLUSTER | PREVIOUS CLUSTER |
|----------|-----------|-----------|-----------|----------------|---------------------|
| 1 | 12.5 | 10.4 | 26.833 | 2 | 2 |
| 2 | 19.5 | 6.2 | 19.833 | 2 | 2 |
| 3 | 17.5 | 19.6 | 3.167 | 3 | 3 |
| 4 | 2.5 | 15.8 | 15.833 | 1 | 1 |
| 5 | 4.5 | 11.8 | 9.833 | 1 | 1 |
| 6 | 9.5 | 10.6 | 5.833 | 3 | 3 |
| 7 | 9.5 | 11.8 | 23.833 | 1 | 1 |
| 8 | 17.5 | 8.6 | 7.833 | 3 | 2 |
| 9 | 6.5 | 13.8 | 11.167 | 1 | 1 |
| 10 | 11.5 | 1.8 | 17.833 | 2 | 2 |
| 11 | 11.5 | 13.6 | 6.167 | 3 | 3 |
| 12 | 16.5 | 18.6 | 2.167 | 3 | 3 |
| 13 | 19.5 | 21.6 | 5.167 | 3 | 3 |
| 14 | 11.5 | 6.6 | 9.833 | 2 | 2 |
| 15 | 13.5 | 14.6 | 2.833 | 3 | 3 |

2. 업데이트된 Cluster 결과

Cluster Num에 맞게 나눈 Cluster 정보는 다음과 같으며,Cluster 정보에 따라 중심점도 업데이트 됨을 알 수 있다.

• Cluster 1. 중심점 (13.5, 16)

| instance | X | Υ |
|----------|----|----|
| 4 | 14 | 18 |
| 5 | 15 | 13 |
| 7 | 8 | 20 |
| 9 | 17 | 13 |

• Cluster 2. 중심점 (5.25, 12)

| instance | Х | Υ |
|----------|----|----|
| 1 | 4 | 19 |
| 2 | 1 | 9 |
| 10 | 6 | 12 |
| 14 | 10 | 8 |

• Cluster 3. 중심점 (14.286, 3.571)

| instance | X | Υ |
|----------|----|---|
| 3 | 16 | 1 |
| 6 | 13 | 7 |
| 11 | 17 | 8 |
| 12 | 16 | 2 |
| 13 | 17 | 0 |
| 15 | 13 | 3 |
| 8 | 8 | 4 |

2차 시도. 첫번째 시도를 통해 얻은 중심점을 바탕으로 Distance Metric에 맞게 cluster 처리를 한 결과는 다음과 같다.

1. 계산된 Distance 결과

다음 표는 instance 별로 중심점과의 거리를 구하고, 최소 거리를 바탕으로 Cluster를 연결한 결과를 볼 수 있다. 첫번째 시도에 분류된 Cluster와 현재 분류된 Cluster를 비교해보았을 때 14번 instance이 수렴하지 않은 상황으로 Cluster를 다시 조정하고자 한다.

| instance | cluster 1 | cluster 2 | cluster 3 | NOW CLUSTER | PREVIOUS CLUSTER |
|----------|-----------|-----------|-----------|----------------|---------------------|
| 1 | 12.5 | 8.25 | 25.715 | 2 | 2 |
| 2 | 19.5 | 7.25 | 18.715 | 2 | 2 |
| 3 | 17.5 | 21.75 | 4.285 | 3 | 3 |
| 4 | 2.5 | 14.75 | 14.715 | 1 | 1 |
| 5 | 4.5 | 10.75 | 10.143 | 1 | 1 |
| 6 | 9.5 | 12.75 | 4.715 | 3 | 3 |
| 7 | 9.5 | 10.75 | 22.715 | 1 | 1 |
| 8 | 17.5 | 10.75 | 6.715 | 3 | 3 |
| 9 | 6.5 | 12.75 | 12.143 | 1 | 1 |
| 10 | 11.5 | 0.75 | 16.715 | 2 | 2 |
| 11 | 11.5 | 15.75 | 7.143 | 3 | 3 |
| 12 | 16.5 | 20.75 | 3.285 | 3 | 3 |
| 13 | 19.5 | 23.75 | 6.285 | 3 | 3 |
| 14 | 11.5 | 8.75 | 8.715 | 3 | 2 |
| 15 | 13.5 | 16.75 | 1.857 | 3 | 3 |

2. 업데이트된 Cluster 결과

Cluster Num에 맞게 나눈 Cluster 정보는 다음과 같으며, Cluster 정보에 따라 중심점도 업데이트 됨을 알 수 있다.

• Cluster 1. 중심점 (13.5, 16)

| instance | Х | Υ |
|----------|----|----|
| 4 | 14 | 18 |
| 5 | 15 | 13 |
| 7 | 8 | 20 |
| 9 | 17 | 13 |

• Cluster 2. 중심점 (3.667, 13.333)

| instance | Х | Υ |
|----------|---|----|
| 1 | 4 | 19 |
| 2 | 1 | 9 |
| 10 | 6 | 12 |

• Cluster 3. 중심점 (13.75, 4.125)

| instance | X | Υ |
|----------|----|---|
| 3 | 16 | 1 |
| 6 | 13 | 7 |
| 11 | 17 | 8 |
| 12 | 16 | 2 |
| 13 | 17 | 0 |
| 15 | 13 | 3 |
| 8 | 8 | 4 |
| 14 | 10 | 8 |

3차 시도. 두번째 시도를 통해 얻은 중심점을 바탕으로 Distance Metric에 맞게 cluster 처리를 한 결과는 다음과 같다.

1. 계산된 Distance 결과

다음 표는 instance 별로 초기 중심점과의 거리를 구하고, 최소 거리를 바탕으로 Cluster를 연결한 결과를 볼 수 있다.

두번째 시도에 분류된 Cluster와 현재 분류된 Cluster를 비교해보았을 때 모든 instance들이 수렴하고 있는 것으로 보아 최종 클러스터가 결정되었음을 알 수 있다.

| instance | cluster 1 | cluster 2 cluster 3 | | NOW CLUSTER | PREVIOUS CLUSTER |
|----------|-----------|---------------------|----------|-------------|------------------|
| 1 | 12.500 | 6.010 | 24.630 | 2 | 2 |
| 2 | 19.500 | 6.990 | 17.630 | 2 | 2 |
| 3 | 17.500 | 24.670 | 5.370 | 3 | 3 |
| 4 | 2.500 | 15.010 | 14.130 | 1 | 1 |
| 5 | 4.500 | 11.670 | 10.130 | 1 | 1 |
| 6 | 9.500 | 15.670 | 3.630 | 3 | 3 |
| 7 | 9.500 | 11.010 | 21.630 | 1 | 1 |
| 8 | 17.500 | 13.670 | 5.870 | 3 | 3 |
| 9 | 6.500 | 13.670 | 12.130 | 1 | 1 |
| 10 | 11.500 | 3.670 | 15.630 | 2 | 2 |
| 11 | 11.500 | 18.670 | 7.130 | 3 | 3 |
| 12 | 16.500 | 23.670 | 4.370 | 3 | 3 |
| 13 | 19.500 | 26.670 | 7.370 | 3 | 3 |
| 14 | 11.500 | 11.670 | 7.630 | 3 | 3 |
| 15 | 13.500 | 19.670 | 1.870 | 3 | 3 |
| | | | CONVERGE | | |

최종 Clustering 결과

• Cluster 1. 중심점 (13.5, 16)

| instance | Х | Υ |
|----------|----|----|
| 4 | 14 | 18 |
| 5 | 15 | 13 |
| 7 | 8 | 20 |
| 9 | 17 | 13 |

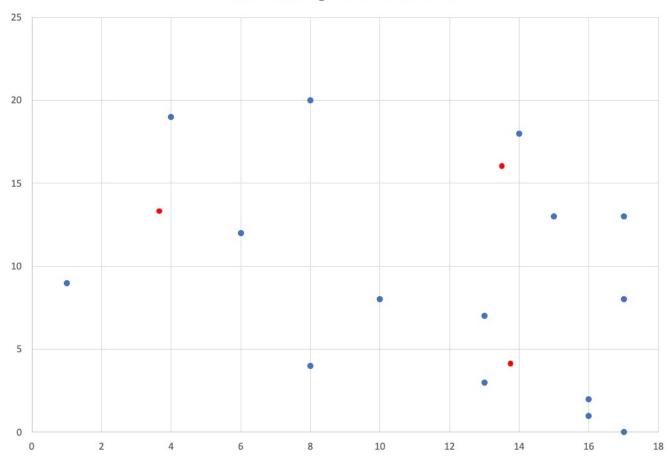
• Cluster 2. 중심점 (3.667, 13.333)

| instance | Х | Υ |
|----------|---|----|
| 1 | 4 | 19 |
| 2 | 1 | 9 |
| 10 | 6 | 12 |

• Cluster 3. 중심점 (13.75, 4.125)

| instance | Х | Y |
|----------|----|---|
| 3 | 16 | 1 |
| 6 | 13 | 7 |
| 11 | 17 | 8 |
| 12 | 16 | 2 |
| 13 | 17 | 0 |
| 15 | 13 | 3 |
| 8 | 8 | 4 |
| 14 | 10 | 8 |

After Clustering with final centroids



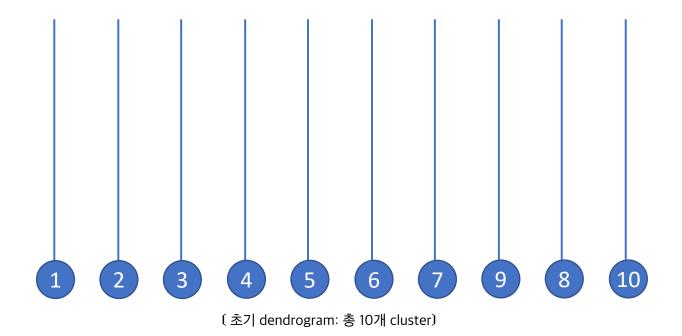
Hierarchical Clustering 풀이 방법 (Distance metric: Euclidean distance, Linkage method: MIN or Single) 3개의 클러스터가 발생될 때까지 반복{

- 1. Proximity matrix(Instance(point)간의 distance)를 구한다.
- 2. Linkage method에 따라 cluster 처리하여 cluster 내용(dendrogram), Proximity matrix을 업데이트 한다

*Proximity matrix 계산과정이 매우 많아 엑셀로 Distance matrix를 계산하였습니다.(엑셀 문제 2.xlsx, 9쪽 참조)

문제에서 제시한 10개의 레코드와 초기 dendrogram은 다음과 같으며 현재 10개의 클러스터로 이루어져있다.

| instance (point) | Х | Υ |
|------------------|------|-----|
| 1 | 139 | 49 |
| 2 | 52 | -64 |
| 3 | -115 | -65 |
| 4 | 28 | -91 |
| 5 | -6 | -13 |
| 6 | -44 | -21 |
| 7 | 3 | 19 |
| 8 | 19 | -9 |
| 9 | 13 | 29 |
| 10 | 26 | 1 |



〔전체 데이터셋〕

• Proximity Matrix 계산

| Cluster | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 1 | 0.000 | | | | | | | | | |
| 2 | 142.611 | 0.000 | | | | | | | | |
| 3 | 278.410 | 167.003 | 0.000 | | | | | | | |
| 4 | 178.664 | 36.125 | 145.344 | 0.000 | | | | | | |
| 5 | 157.699 | 77.233 | 120.768 | 85.088 | 0.000 | | | | | |
| 6 | 195.931 | 105.190 | 83.528 | 100.419 | 38.833 | 0.000 | | | | |
| 7 | 139.270 | 96.385 | 144.845 | 112.805 | 33.242 | 61.717 | 0.000 | | | |
| 8 | 133.282 | 64.140 | 145.231 | 82.492 | 25.318 | 64.133 | 32.249 | 0.000 | | |
| 9 | 127.577 | 100.846 | 158.808 | 120.934 | 46.098 | 75.822 | 14.142 | 38.471 | 0.000 | |
| 10 | 122.772 | 70.007 | 155.682 | 92.022 | 34.928 | 73.376 | 29.206 | 12.207 | 30.871 | 0.000 |

^{*}행렬의 왼쪽위-오른쪽아래로 대각선을 그으면 나타나는 상부와 하부 부분의 계산 결과가 동일하기에 하부 부분만을 표시하였습니다.

*행렬에서의 클러스터 표현은 instance 1로 이루어진 cluster 면 Cluster 1로, instance 2와 3으로 이루어져 있다면 Cluster (2,3) 형식으로 표기하였습니다.

(참고. (5,8,6)과 ((5,8),6) 클러스터는 hierarchical proximity에 따라 다른 표현이므로 구분하고자 후자의 표현방법을 사용합니다. Hierarchical Clustering의 표기인 ((5,8),6)이 6보다 (5,8)이 더 근접함을 나타내므로 다음과 같이 표기합니다.)

Cluster 1 의 Cluster별 Distance (Excel 표현: =SQRT(POWER(C5-\$C\$4,2)+POWER(D5-\$D\$4,2)))

•
$$Dist(cluster\ 1 - cluster\ 2) = \sqrt{(139 - 52)^2 + (49 - (-64))^2} = 142.611$$

• Dist(cluster 1 – cluster 3) =
$$\sqrt{(139 - (-115))^2 + (49 - (-65))^2}$$
 = 278.410

•
$$Dist(cluster\ 1 - cluster\ 4) = \sqrt{(139 - 28)^2 + (49 - (-91))^2} = 178.664$$

•
$$Dist(cluster\ 1 - cluster\ 5) = \sqrt{(139 - (-6))^2 + (49 - (-13))^2} = 157.699$$

• Dist(cluster 1 - cluster 6) =
$$\sqrt{(139 - (-44))^2 + (49 - (-21))^2}$$
 = 195.931

•
$$Dist(cluster\ 1 - cluster\ 7) = \sqrt{(139 - 3)^2 + (49 - 19)^2} = 138.270$$

• Dist(cluster 1 – cluster 8) =
$$\sqrt{(139 - 19)^2 + (49 - (-9))^2}$$
 = 133.282

• Dist(cluster 1 – cluster 9) =
$$\sqrt{(139-13)^2+(49-29)^2}$$
 = 127.577

•
$$Dist(cluster\ 1 - cluster\ 10) = \sqrt{(139 - 26)^2 + (49 - 1)^2} = 122.772$$

^{*}엑셀로 계산하였으며 소수 셋째자리에서 반올림 처리되었습니다.

• Proximity Matrix 계산

Cluster 5의 Cluster별 Distance

•
$$Dist(cluster\ 2\ - cluster\ 3) = \sqrt{(52 - (-115))^2 + (64 - (-65))^2} = 167.003$$

• Dist(cluster 2 - cluster 4) =
$$\sqrt{(52-28)^2+(64-(-91))^2}$$
 = 36.125

• Dist(cluster 2 – cluster 5) =
$$\sqrt{(52 - (-6))^2 + (64 - (-13))^2} = 77.233$$

• Dist(cluster 2 – cluster 6) =
$$\sqrt{(52 - (-44))^2 + (64 - (-21))^2} = 105.190$$

• Dist(cluster 2 – cluster 7) =
$$\sqrt{(52-3)^2 + (64-19)^2}$$
 = 96.385

• Dist(cluster 2 - cluster 8) =
$$\sqrt{(52-19)^2 + (64-(-9))^2} = 64.140$$

• Dist(cluster 2 - cluster 9) =
$$\sqrt{(52-13)^2+(64-29)^2}$$
 = 100.846

• Dist(cluster 2 - cluster 10) =
$$\sqrt{(52-26)^2+(64-1)^2}$$
 = 70.007

Cluster 3의 Cluster별 Distance

•
$$Dist(cluster\ 3 - cluster\ 4) = \sqrt{(-115 - 28)^2 + (-65 - (-91))^2} = 145.344$$

• Dist(cluster 3 - cluster 5) =
$$\sqrt{(-115 - (-6))^2 + (-65 - (-13))^2}$$
 = 120.768

• Dist(cluster 3 - cluster 6) =
$$\sqrt{(-115 - (-44))^2 + (-65 - (-21))^2} = 83.528$$

• Dist(cluster 3 - cluster 7) =
$$\sqrt{(-115-3)^2 + (-65-19)^2}$$
 = 144.845

• Dist(cluster 3 – cluster 8) =
$$\sqrt{(-115 - 19)^2 + (-65 - (-9))^2}$$
 = 145.231

• Dist(cluster 3 - cluster 9) =
$$\sqrt{(-115 - 13)^2 + (-65 - 29)^2}$$
 = 158.808

• Dist(cluster 3 – cluster 10) =
$$\sqrt{(-115-26)^2 + (-65-1)^2}$$
 = 155.682

Cluster 4의 Cluster별 Distance

• Dist(cluster 4 - cluster 5) =
$$\sqrt{(28 - (-6))^2 + (-91 - (-13))^2}$$
 = 85.088

• Dist(cluster 4 - cluster 6) =
$$\sqrt{(28 - (-44))^2 + (-91 - (-21))^2} = 100.419$$

• Dist(cluster 4 – cluster 7) =
$$\sqrt{(28-3)^2 + (-91-19)^2}$$
 = 122.805

• Dist(cluster 4 - cluster 8) =
$$\sqrt{(28-19)^2 + (-91-(-9))^2} = 82.492$$

• Dist(cluster 4 – cluster 9) =
$$\sqrt{(28-13)^2 + (-91-29)^2}$$
 = 120.934

• Dist(cluster 4 - cluster 10) =
$$\sqrt{(28-26)^2 + (-91-1)^2}$$
 = 92.022

• Proximity Matrix 계산

Cluster 5의 Cluster별 Distance

- Dist(cluster 5 cluster 6) = $\sqrt{(-6 (-44))^2 + (-13 (-21))^2}$ = 38.833
- Dist(cluster 5 cluster 7) = $\sqrt{(-6-3)^2 + (-13-19)^2}$ = 33.242
- Dist(cluster 5 cluster 8) = $\sqrt{(-6-19)^2 + (-13-(-9))^2} = 25.318$
- Dist(cluster 5 cluster 9) = $\sqrt{(-6-13)^2 + (-13-29)^2}$ = 46.098
- Dist(cluster 5 cluster 10) = $\sqrt{(-6-26)^2 + (-13-1)^2}$ = 34.928

Cluster 6의 Cluster별 Distance

- Dist(cluster 6 cluster 7) = $\sqrt{(-44-3)^2 + (-21-19)^2}$ = 61.717
- Dist(cluster 6 cluster 8) = $\sqrt{(-44-19)^2 + (-21-(-9))^2} = 64.133$
- Dist(cluster 6 cluster 9) = $\sqrt{(-44-13)^2+(-21-29)^2}$ = 75.822
- Dist(cluster 6 cluster 10) = $\sqrt{(-44-26)^2+(-21-1)^2}$ = 73.376

Cluster 7의 Cluster별 Distance

- Dist(cluster 7 cluster 8) = $\sqrt{(3-19)^2 + (19-(-9))^2}$ = 32.249
- Dist(cluster 7 cluster 9) = $\sqrt{(3-13)^2 + (19-29)^2}$ = 14.142
- Dist(cluster 7 cluster 10) = $\sqrt{(3-26)^2 + (19-1)^2}$ = 29.206

Cluster 8의 Cluster별 Distance

- $Dist(cluster 8 cluster 9) = \sqrt{(19 13)^2 + (-9 29)^2} = 38.471$
- Dist(cluster 8 cluster 10) = $\sqrt{(19-26)^2 + (-9-1)^2}$ = 12.207

Cluster 9의 Cluster별 Distance

• Dist(cluster 9 - cluster 10) = $\sqrt{(13-26)^2+(29-1)^2}$ = 30.871

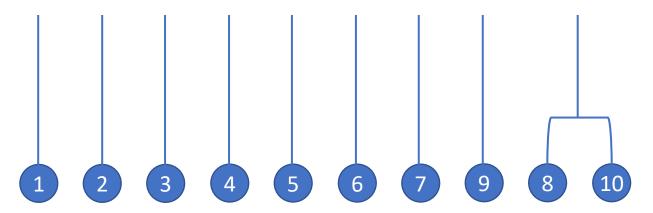
1차 시도.

Proximity Matrix

| Cluster | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 1 | 0.000 | | | | | | | | | |
| 2 | 142.611 | 0.000 | | | | | | | | |
| 3 | 278.410 | 167.003 | 0.000 | | | | | | | |
| 4 | 178.664 | 36.125 | 145.344 | 0.000 | | | | | | |
| 5 | 157.699 | 77.233 | 120.768 | 85.088 | 0.000 | | | | | |
| 6 | 195.931 | 105.190 | 83.528 | 100.419 | 38.833 | 0.000 | | | | |
| 7 | 139.270 | 96.385 | 144.845 | 112.805 | 33.242 | 61.717 | 0.000 | | | |
| 8 | 133.282 | 64.140 | 145.231 | 82.492 | 25.318 | 64.133 | 32.249 | 0.000 | | |
| 9 | 127.577 | 100.846 | 158.808 | 120.934 | 46.098 | 75.822 | 14.142 | 38.471 | 0.000 | |
| 10 | 122.772 | 70.007 | 155.682 | 92.022 | 34.928 | 73.376 | 29.206 | 12.207 | 30.871 | 0.000 |

Distance가 가장 작은 8-10을 합치게 된다. 업데이트된 Dendrogram은 다음과 같다.

총 9개의 클러스터가 발생되므로 hierarchical clustering을 계속 진행한다.



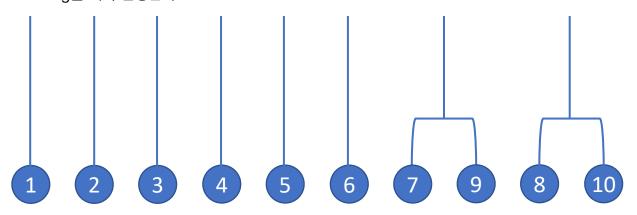
(업데이트된 dendrogram: 총 9개 cluster)

2차 시도.

• Proximity Matrix: MIN값을 기준으로 업데이트된 Proximity Matrix는 다음과 같다.

| Cluster | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | (8,10) | 9 |
|---------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 1 | 0.000 | | | | | | | | |
| 2 | 142.611 | 0.000 | | | | | | | |
| 3 | 278.410 | 167.003 | 0.000 | | | | | | |
| 4 | 178.664 | 36.125 | 145.344 | 0.000 | | | | | |
| 5 | 157.699 | 77.233 | 120.768 | 85.088 | 0.000 | | | | |
| 6 | 195.931 | 105.190 | 83.528 | 100.419 | 38.833 | 0.000 | | | |
| 7 | 139.270 | 96.385 | 144.845 | 112.805 | 33.242 | 61.717 | 0.000 | | |
| (8,10) | 122.772 | 64.140 | 145.231 | 82.492 | 25.318 | 64.133 | 29.206 | 0.000 | |
| 9 | 127.577 | 100.846 | 158.808 | 120.934 | 46.098 | 75.822 | 14.142 | 30.871 | 0.000 |

Distance가 가장 작은 7-9가 합쳐진다. 업데이트된 Dendrogram은 다음과 같다. 클러스터는 (1),(2),(3),(4),(5),(6),(7,9),(8,10)이 존재한다. 총 8개의 클러스터가 발생되므로 hierarchical clustering을 계속 진행한다.



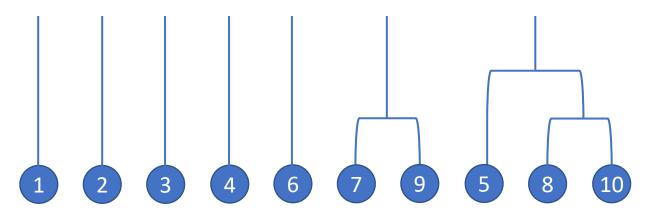
〔업데이트된 dendrogram: 총 8개 cluster〕

3차 시도.

• Proximity Matrix: MIN값을 기준으로 업데이트된 Proximity Matrix는 다음과 같다.

| Cluster | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | (7,9) | (8,10) |
|---------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 0.000 | | | | | | | |
| 2 | 142.611 | 0.000 | | | | | | |
| 3 | 278.410 | 167.003 | 0.000 | | | | | |
| 4 | 178.664 | 36.125 | 145.344 | 0.000 | | | | |
| 5 | 157.699 | 77.233 | 120.768 | 85.088 | 0.000 | | | |
| 6 | 195.931 | 105.190 | 83.528 | 100.419 | 38.833 | 0.000 | | |
| (7,9) | 127.577 | 96.385 | 144.845 | 112.805 | 33.242 | 61.717 | 0.000 | |
| (8,10) | 122.772 | 64.140 | 145.231 | 82.492 | 25.318 | 64.133 | 29.206 | 0.000 |

Distance가 가장 작은 5와 (8, 10)가 합쳐진다. 업데이트된 Dendrogram은 다음과 같다. 클러스터는 (1), (2), (3), (4), (6), (7,9), (5,(8,10))이 존재한다. 총 7개의 클러스터가 발생되므로 hierarchical clustering을 계속 진행한다.



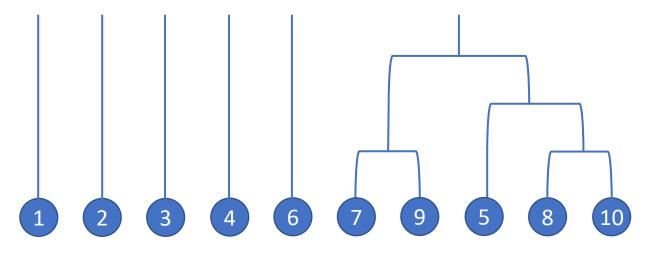
(업데이트된 dendrogram: 총 7개 cluster)

4차 시도.

• Proximity Matrix: MIN값을 기준으로 업데이트된 Proximity Matrix는 다음과 같다.

| Cluster | 1 | 2 | 3 | 4 | (5,(8,10)) | 6 | (7,9) |
|------------|---------|---------|---------|---------|------------|--------|-------|
| 1 | 0.000 | | | | | | |
| 2 | 142.611 | 0.000 | | | | | |
| 3 | 278.410 | 167.003 | 0.000 | | | | |
| 4 | 178.664 | 36.125 | 145.344 | 0.000 | | | |
| (5,(8,10)) | 122.772 | 64.140 | 120.768 | 82.492 | 0.000 | | |
| 6 | 195.931 | 105.190 | 83.528 | 100.419 | 38.833 | 0.000 | |
| (7,9) | 127.577 | 96.385 | 144.845 | 112.805 | 29.206 | 61.717 | 0.000 |

Distance가 가장 작은 (5,(8,10))과 (7,9) 를 합치게 된다. 업데이트 된 Dendrogram은 다음과 같다. 클러스터는 (1), (2), (3), (4), (6), ((7,9), (5,(8,10)))이 존재한다. 총 6개의 클러스터가 발생되므로 hierarchical clustering을 계속 진행한다.



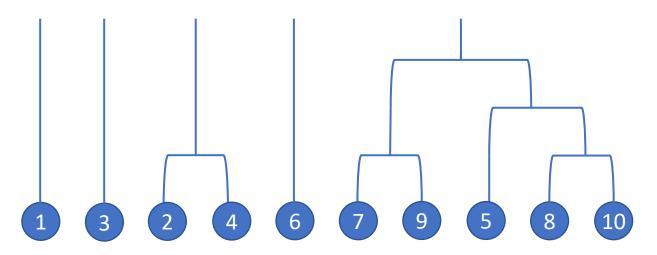
〔업데이트된 dendrogram: 총 6개 cluster〕

5차 시도.

• Proximity Matrix: MIN값을 기준으로 업데이트된 Proximity Matrix는 다음과 같다.

| Cluster | 1 | 2 | 3 | 4 | ((7,9),(5,(8,10))) | 6 |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|--------------------|-------|
| 1 | 0.000 | | | | | |
| 2 | 142.611 | 0.000 | | | | |
| 3 | 278.410 | 167.003 | 0.000 | | | |
| 4 | 178.664 | 36.125 | 145.344 | 0.000 | | |
| ((7,9),(5,(8,10))) | 122.772 | 64.140 | 120.768 | 82.492 | 0.000 | |
| 6 | 195.931 | 105.190 | 83.528 | 100.419 | 38.833 | 0.000 |

Distance가 가장 작은 2와 4를 합치게 된다. 업데이트된 Dendrogram은 다음과 같다. 클러스터는 (1), (3), (2, 4), (6), ((7,9), (5,(8,10)))이 존재한다. 총 5개의 클러스터가 발생되므로 hierarchical clustering을 계속 진행한다.



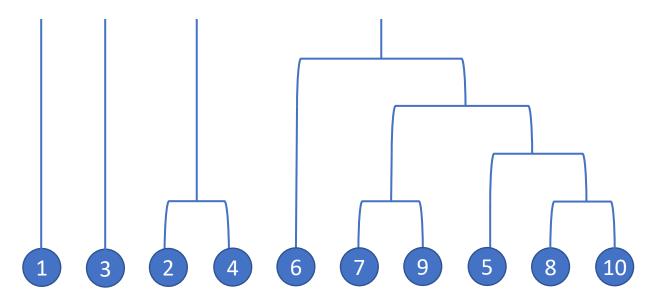
(업데이트된 dendrogram: 총 5개 cluster)

6차 시도.

• Proximity Matrix: MIN값을 기준으로 업데이트된 Proximity Matrix는 다음과 같다.

| Cluster | 1 | (2,4) | 3 | ((7,9),(5,(8,10))) | 6 |
|--------------------|---------|---------|---------|--------------------|-------|
| 1 | 0.000 | | | | |
| (2,4) | 142.611 | 0.000 | | | |
| 3 | 278.410 | 145.344 | 0.000 | | |
| ((7,9),(5,(8,10))) | 122.772 | 64.140 | 120.768 | 0.000 | |
| 6 | 195.931 | 100.419 | 83.528 | 38.833 | 0.000 |

Distance가 가장 작은 6와 ((7,9),(5,(8,10)))를 합치게 된다. 업데이트된 Dendrogram은 다음과 같다. 클러스터는 (1), (3), (2, 4), (6, ((7,9), (5,(8,10))))이 존재한다. 총 4개의 클러스터가 발생되므로 hierarchical clustering을 계속 진행한다.



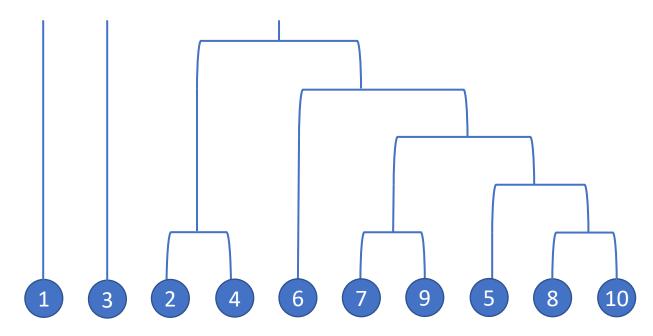
(업데이트된 dendrogram: 총 4개 cluster)

7차 시도.

• Proximity Matrix: MIN값을 기준으로 업데이트된 Proximity Matrix는 다음과 같다.

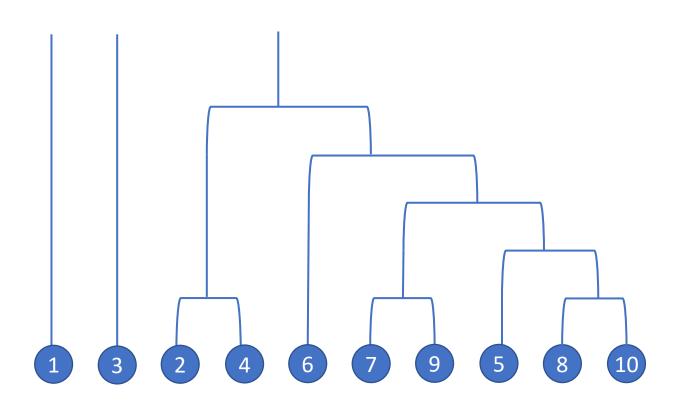
| Cluster | 1 | 2,4 | 3 | ((7,9),(5,(8,10))) |
|--------------------|---------|---------|--------|--------------------|
| 1 | 0.000 | | | |
| (2,4) | 142.611 | 0.000 | | |
| 3 | 278.410 | 145.344 | 0.000 | |
| ((7,9),(5,(8,10))) | 122.772 | 64.140 | 83.528 | 0.000 |

Distance가 가장 작은 (2,4)와 ((7,9),(5,(8,10)))를 합치게 된다. 업데이트된 Dendrogram은 다음과 같다. 클러스터는 (1), (3), ((2, 4), (6, ((7,9), (5,(8,10)))))이 존재한다. 총 3개의 클러스터가 발생되므로 hierarchical clustering을 마친다.



〔업데이트된 dendrogram: 총 3개 cluster〕

최종 Dendrogram결과



3번 문제 - 이론

두 개의 데이터 시퀀스 시퀀스 a=[3, 7, 19], 시퀀스 b=[2, 4, 6, 15, 22] 에 대한 Dynamic Time Warping Distance를 구하고, 두 시퀀스의 warping path 구현하기

Dynamic Time Warping Distance matrix를 계산한 결과는 다음과 같다.

| Distance | | 2 | 4 | 6 | 15 | 22 |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 0 | inf | inf | inf | inf | inf |
| 3 | inf | 1 | 2 | 5 | 17 | 36 |
| 7 | inf | 6 | 4 | 3 | 11 | 26 |
| 19 | inf | 23 | 19 | 16 | 7 | 10 |

위에서 아래로 한 열이 완성되면 다음 열의 위에서 아래로 계산되는 방식으로 다음 순서와 같이 계산되었습니다.

*Cost는 강의교재와 동일하게 difference로 정의합니다.

1.
$$DTW(3,2) = cost(3,2) + minmum(0, inf, inf) = 1 + 0 = 1$$

2.
$$DTW(7,2) = cost(7,2) + minmum(inf, 1, inf) = 5 + 1 = 6$$

3.
$$DTW(19,2) = cost(19,2) + minmum(inf, 6, inf) = 17 + 6 = 23$$

4.
$$DTW(3,4) = cost(4,3) + minmum(inf, inf, 1) = 1 + 1 = 2$$

5.
$$DTW(7,4) = cost(7,4) + minimum(1,2,6) = 3 + 1 = 4$$

6.
$$DTW(19,4) = cost(19,4) + minimum(6,4,23) = 15 + 4 = 19$$

7.
$$DTW(3,6) = cost(3,6) + minimium(inf, inf, 2) = 3 + 2 = 5$$

8.
$$DTW(7,6) = cost(7,6) + minimum(2,5,4) = 1 + 2 = 3$$

9.
$$DTW(19,6) = cost(19,6) + minimum(4,3,19) = 13 + 3 = 16$$

$$10.DTW(3,15) = cost(3,15) + minimum(inf, inf, 5) = 12 + 5 = 17$$

$$11.DTW(7,15) = cost(7,15) + minimum(5,17,3) = 8 + 3 = 11$$

$$12.DTW(19, 15) = cost(19, 15) + minimum(3, 11, 16) = 4 + 3 = 7$$

$$13.DTW(3,22) = cost(3,22) + minimum(inf, inf, 17) = 19 + 17 = 36$$

$$14.DTW(7,22) = cost(7,22) + minimum(17,36,11) = 15! + 11 = 26$$

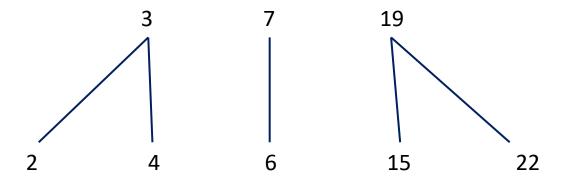
$$15.DTW(19,22) = cost(19,22) + minimum(11,26,7) = 3 + 7 = 10$$

3번 문제 - 이론

Dynamic Time Warping Distance Matrix를 바탕으로 Warping path를 만들고자 합니다. 최소 warping path를 Matrix상에 표현해보면 다음과 같으며, 이를 바탕으로 warping path를 정의하면 다음과 같습니다.

| Distance | | 2 | 4 | 6 | 15 | 22 |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|----------------|
| | 0 | inf | inf | inf | inf | inf |
| 3 | inf | 1 ← | _ 2 | 5 | 17 | 36 |
| 7 | inf | 6 | 4 | 3 | 11 | 26 |
| 19 | inf | 23 | 19 | 16 | 7 | 10 |

(Dynamic Time Warping Distance Matrix)



〔이론상 최종 Warping Path〕

3번 문제 - 실습 코드

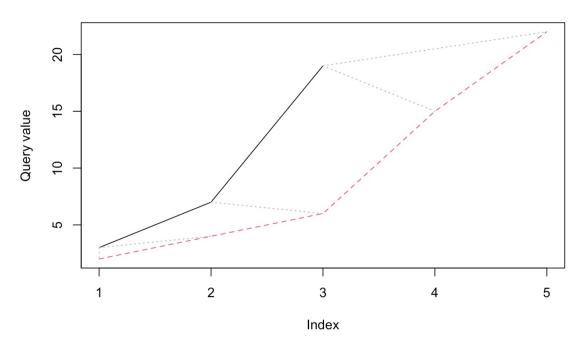
강의노트에서 구현한 Matrix의 DTW를 구하는게 아닌 시퀀스 2개만의 DTW를 계산하는 방법이므로 다음과 같이 구현하였습니다. 왼쪽은 구현된 코드(문제3.R)이며 오른쪽은 구현시 나타나는 DTW warping path 입니다.

문제 3.R

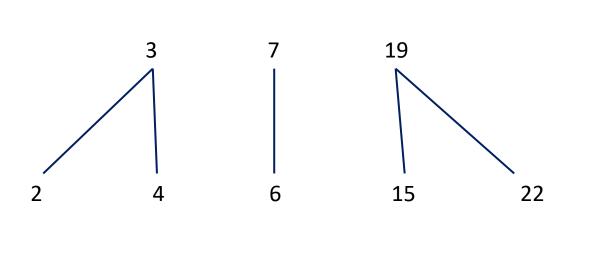
| <pre>rm(list = ls()) #install.packages("dtw")</pre> | #초기 세팅 |
|---|-----------------------------------|
| library(dtw) | #DTW 라이브러리 불러오기 |
| library(proxy) a = c(3,7,19) | #계산에 도움이 되는 추가 라이브러리 #시퀀스 a 생성 |
| b = c(2,4,6,15,22) dtww = dtw(a,b,keep=T) | #시퀀스 b 생성 #둘 만의 DTW 생성 |
| summary(dtww) | |
| dtwPlotTwoWay(dtww) dtwPlotThreeWay(dtww) | #오른쪽 plot 결과 |

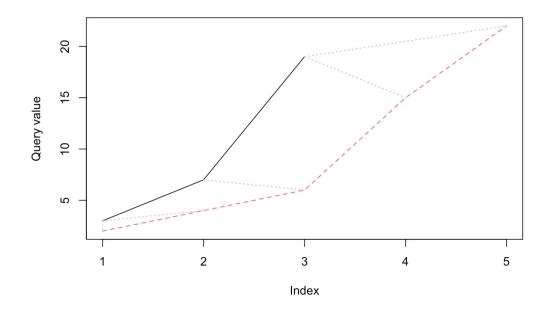
추가.

정수형 난수 생성 코드: sample(x=범위, size=개수, replace=FALSE) 예시코드. sample(x=1:45, size=6, replace=FALSE) *본 문제에서는 시퀀스 a=[3, 7, 19], 시퀀스 b=[2, 4, 6, 15, 22]로 설정하였습니다.



〔실습 상 Warping Path, dtwPlotTwoWay 결과〕





(이론 상 Warping Path)

〔실습 상 Warping Path, dtwPlotTwoWay 결과〕

실습 상 warping path를 보면, 검은 선이 시퀀스 a, 빨간 선이 시퀀스 b를 가르킨다. 이론 상의 warping path와 실습 상 warping path를 비교해보면 **동일한 결과를 보여줌**을 알 수 있다.