

## Instruções Gerais

- Esta atividade deve ser resolvida **individualmente**.
- Os itens teóricos devem ser resolvidos de forma organizada, clara e formal.
- As soluções dos itens devem ser digitadas na forma de um breve relatório e submetidas em um único arquivo PDF, no moodle.
- É permitida a consulta a materiais diversos, mas esta atividade deve ser desenvolvida de forma individual.
- Os algoritmos desenvolvidos devem ser organizados e comentados. Todos os códigos utilizados devem ser submetidos como anexos ou *links*, no moodle.
- Qualquer tentativa de fraude, se detectada, implicará na reprovação (com nota final 0.0) de todos os envolvidos, além das penalidades disciplinares previstas no Regimento Geral da Unicamp (Arts. 226 – 237).

## Apresentação

Nesta atividade, temos por objetivo principal calcular a área de um polígono convexo de  $N$  pontos por meio de simulação. Suponhamos que nos seja fornecida uma lista ordenada dos  $N$  vértices  $v_0, \dots, v_{N-1}$  de forma que os segmentos  $\overline{v_0v_1}, \overline{v_1v_2}, \dots, \overline{v_{N-1}v_0}$  formem os lados do polígono, percorridos em sentido horário ou anti-horário, como exemplificado na Figura 1. Por simplicidade, assumiremos nesta atividade que os pontos estão todos dentro do quadrado  $[0, 1]^2 \subset \mathbb{R}^2$ . Esta hipótese pode ser removida realizando-se escalamentos, por exemplo.

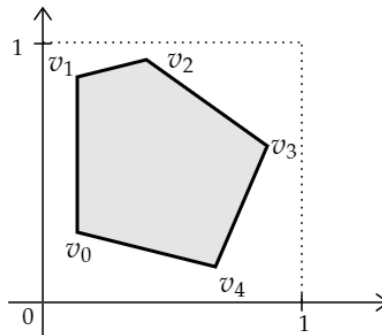


Figura 1: Exemplo de polígono convexo com  $N = 5$  vértices

Uma forma de calcularmos a área deste polígono (e de qualquer tipo de região no plano) é utilizar uma simulação do tipo *Monte Carlo*. Neste tipo de procedimento, sorteamos um número  $M$  muito grande de pontos gerados de forma aleatória no quadrado  $[0, 1]^2$  e basicamente contamos o número de pontos que “caem” dentro do polígono. A área do polígono estimada pelo método é

$$A \approx \frac{\# \text{ de pontos dentro do polígono}}{\# \text{ total de pontos gerados}}$$

Este procedimento está exemplificado na Figura 2, em que pontos interiores ao polígono são marcados em azul e pontos externos em preto.

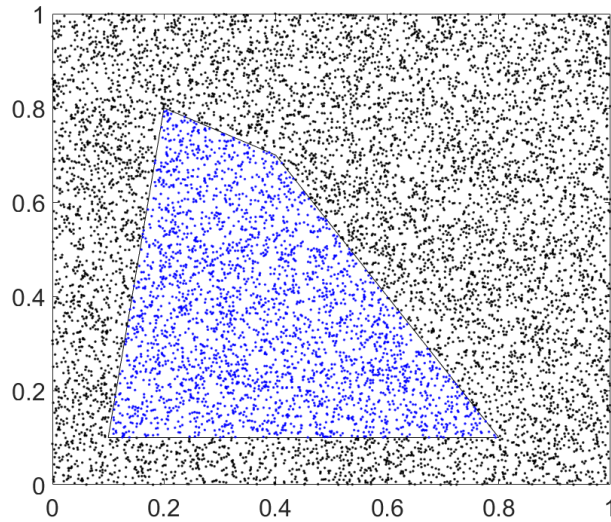


Figura 2: Exemplo de simulação de Monte Carlo com  $M = 10000$  pontos. Neste caso, a área estimada é  $A = 0.2895$ .

### Questões

- **Questão 1:** Um passo crucial do método descrito acima está na decisão se um ponto dado é interno ou externo ao polígono dado. Discuta como implementar este teste com base nos dados de entrada.
- **Questão 2:** Implemente o método descrito acima e teste-o com triângulos e quadriláteros cuja área teórica pode ser facilmente calculada. Use estes exemplos para comparar a área real com a área estimada pelo método para  $M = 100$ ,  $M = 1000$  e  $M = 10000$ . Gere figuras semelhantes à Figura 2 para dois exemplos.
- **Questão 3:** Use o método implementado para calcular a área de um polígono especial, fornecido pela equipe de ensino. Use  $M = 10000$  e gere uma figura semelhante à Figura 2 para este caso.
- **Questão 4:** Discuta quais seriam as dificuldades que poderiam surgir se os pontos dados não estivessem ordenados, isto é, se o ponto  $v_k$  e o ponto  $v_{k+1}$  não definissem um lado do polígono.
- **Questão 5:** O seu método funcionaria se o polígono em questão não fosse convexo? Onde estaria o problema?