

A 附錄

A.1 Kalman Filter

給定以下方程組及其殘差聯合分配:

$$\begin{aligned} y_t &= z_t \beta_t + \epsilon_t \\ \beta_t &= F \beta_{t-1} + u_t \\ \begin{bmatrix} \epsilon_t \\ u_t \end{bmatrix} &\sim N\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Omega_t & 0 \\ 0 & \Sigma_\beta \end{bmatrix}\right) \end{aligned}$$

運用多元常態分配之性質，可得到以下預測更新:⁷²

$$\beta_{t|t} = \beta_{t|t-1} + K_t \nu_t \quad (\text{A.1})$$

$$V_{t|t} = V_{t|t-1} - K_t z_t V_{t|t-1} \quad (\text{A.2})$$

$$K_t = V_{t|t-1} z'_t (z_t V_{t|t-1} z'_t + \Omega_t)^{-1} \quad (\text{A.3})$$

其中 $\beta_{t|s} = E[\beta_t | Y^s, z^s, \Omega^s, \Sigma_\beta]$ 及 $V_{t|s} = Var[\beta_t | Y^s, z^s, \Omega^s, \Sigma_\beta]$ 分別為預測值及條件變異數，向前一期預測各為 $\beta_{t|t-1} = F \beta_{t-1|t-1}$, $V_{t|t-1} = F V_{t-1|t-1} F' + \Sigma_\beta$;

⁷²給定 $(x^T, y^T, z^T)^T$ 是一多元常態分佈隨機變數所組成之向量，同時 $E[z] = 0, cov[y, z] = 0$ ，則

$$\begin{aligned} E[x|y, z] &= E[x|y] + cov[x, z] var[z]^{-1} z \\ var[x|y, z] &= var[x|y] - cov[x, z] var[z]^{-1} cov[x, z]^T \end{aligned}$$

同理，

$$\begin{aligned} \beta_{t|t} &= E[\beta_t | Y^{t-1}, z^{t-1}, \Omega^{t-1}, Y_t, z_t, \Omega_t, \Sigma_\beta] = E[\beta_t | Y^{t-1}, z^{t-1}, \Omega^{t-1}, \Sigma_\beta, v_t] \\ &= E[\beta_t | Y^{t-1}, z^{t-1}, \Omega^{t-1}, \Sigma_\beta] + cov[\beta_t, v_t] var[v_t]^{-1} v_t \\ V_{t|t} &= var[\beta_t | Y^{t-1}, z^{t-1}, \Omega^{t-1}, Y_t, z_t, \Omega_t, \Sigma_\beta] = var[\beta_t | Y^{t-1}, z^{t-1}, \Omega^{t-1}, \Sigma_\beta, v_t] \\ &= var[\beta_t | Y^{t-1}, z^{t-1}, \Omega^{t-1}, \Sigma_\beta] - cov[\beta_t, v_t] var[v_t]^{-1} cov[\beta_t, v_t]^T \end{aligned}$$

其中，

$$\begin{aligned} cov[\beta_t, v_t] &= E[(y_t - E[y_t | Y^{t-1}, z^{t-1}, \Omega^{t-1}, \Sigma_\beta])(\beta_t - \beta_{t|t-1})' | Y^{t-1}, z^{t-1}, \Omega^{t-1}, \Sigma_\beta] \\ &= z' E[(\beta_t - \beta_{t|t-1})(\beta_t - \beta_{t|t-1})' | Y^{t-1}, z^{t-1}, \Omega^{t-1}, \Sigma_\beta] = z' V_{t|t-1} \\ var[v_t] &= E[(y_t - E(y_t | \beta_{t-1})) (y_t - E(y_t | \beta_{t-1}))'] = z'_t V_{t|t-1} z_t + \Omega_t \end{aligned}$$

$\nu_t \equiv y_t - z_t \beta_{t|t-1}$ 則為預測誤差。

經過進一步推導，可推得平滑化參數關係式:⁷³

$$\beta_{t|t+1} = \beta_{t|t} + V_{t|t} F' V_{t+1|t}^{-1} (\beta_{t+1|t+2} - F \beta_{t|t}) \quad (\text{A.4})$$

$$V_{t|t+1} = V_{t|t} - V_{t|t} F' V_{t+1|t}^{-1} F V_{t|t} \quad (\text{A.5})$$

將先前求得 $\beta_{t|t}$ 、 $V_{t|t}$ 代入即可求得各期平滑化參數。

⁷³詳見 Hamilton (1994)。

B 圖附錄

B.1 相關時間序列

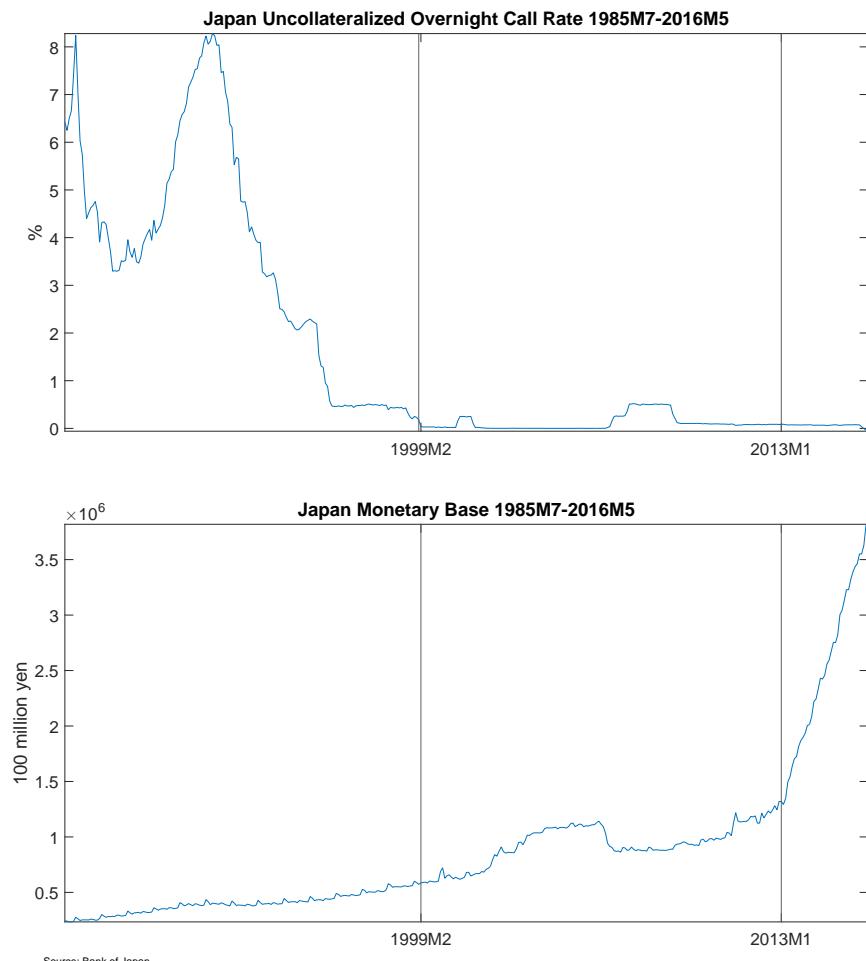
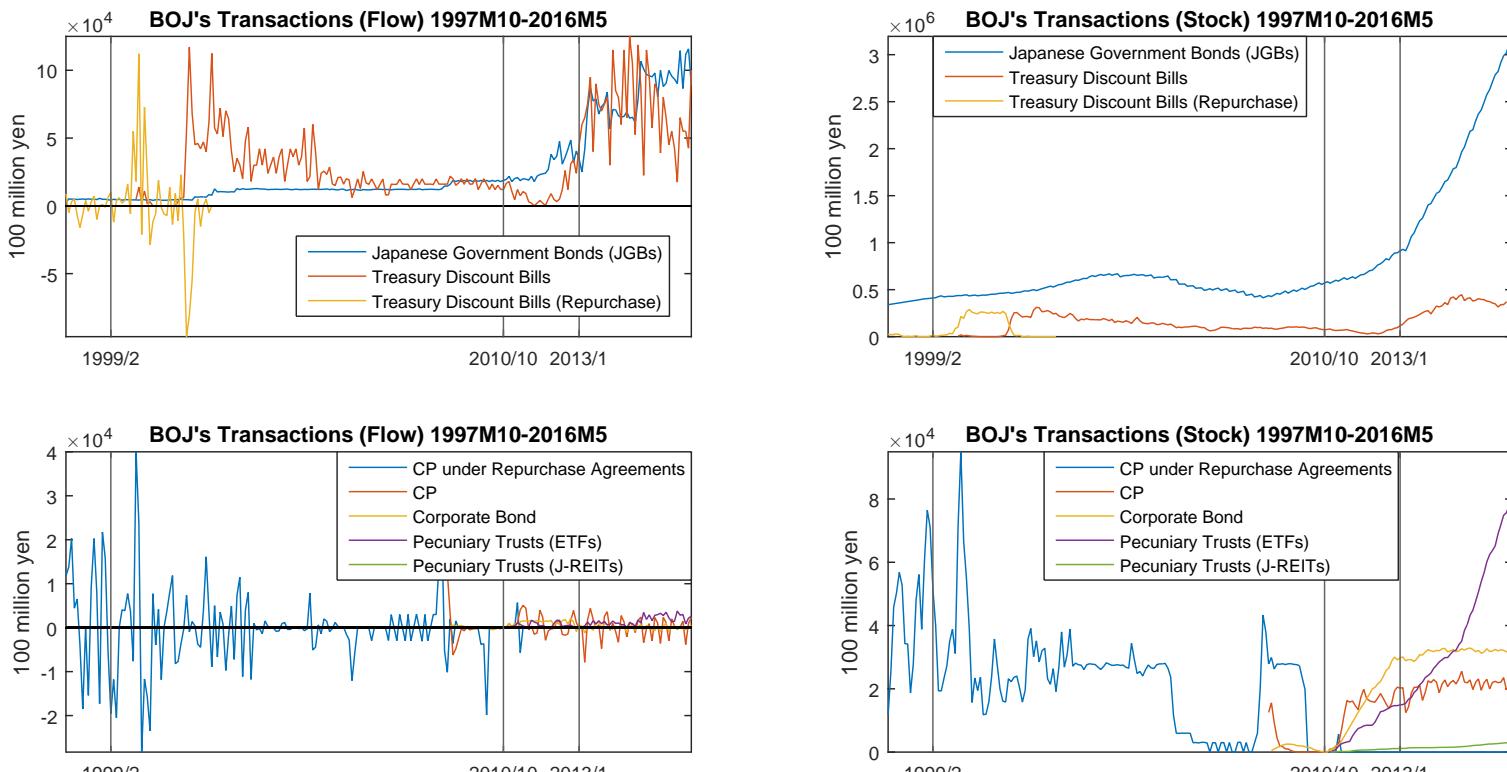


圖 1：日本無擔保隔夜拆款利率、貨幣基數



Source: Bank of Japan

圖 2: 日本銀行公開市場操作 上: 國債、國庫券買斷、國庫券附買回, 下: 其他資產 (帳面價值)

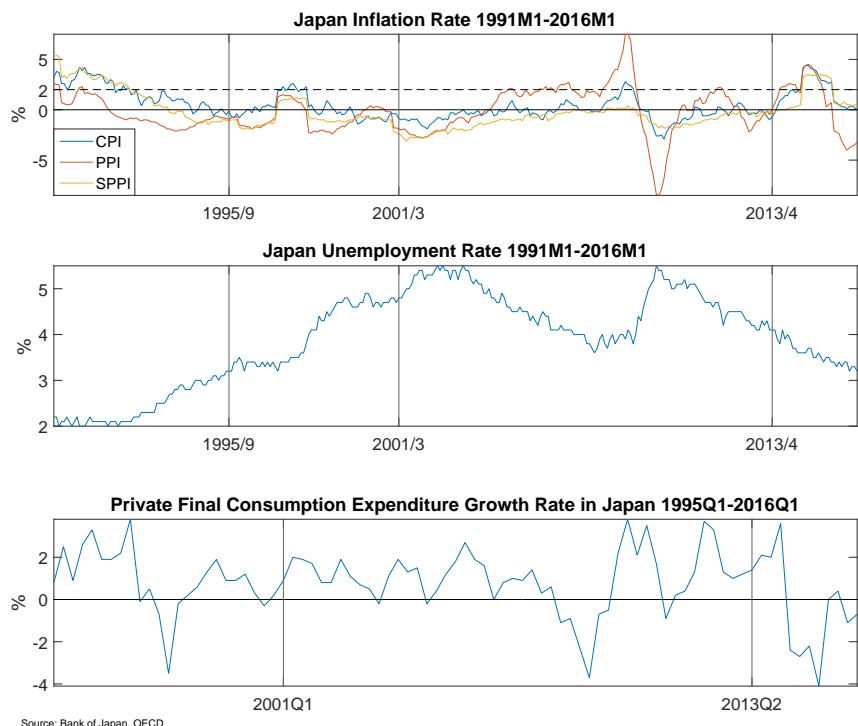


圖 3：日本通膨率、失業率、民間消費年增率

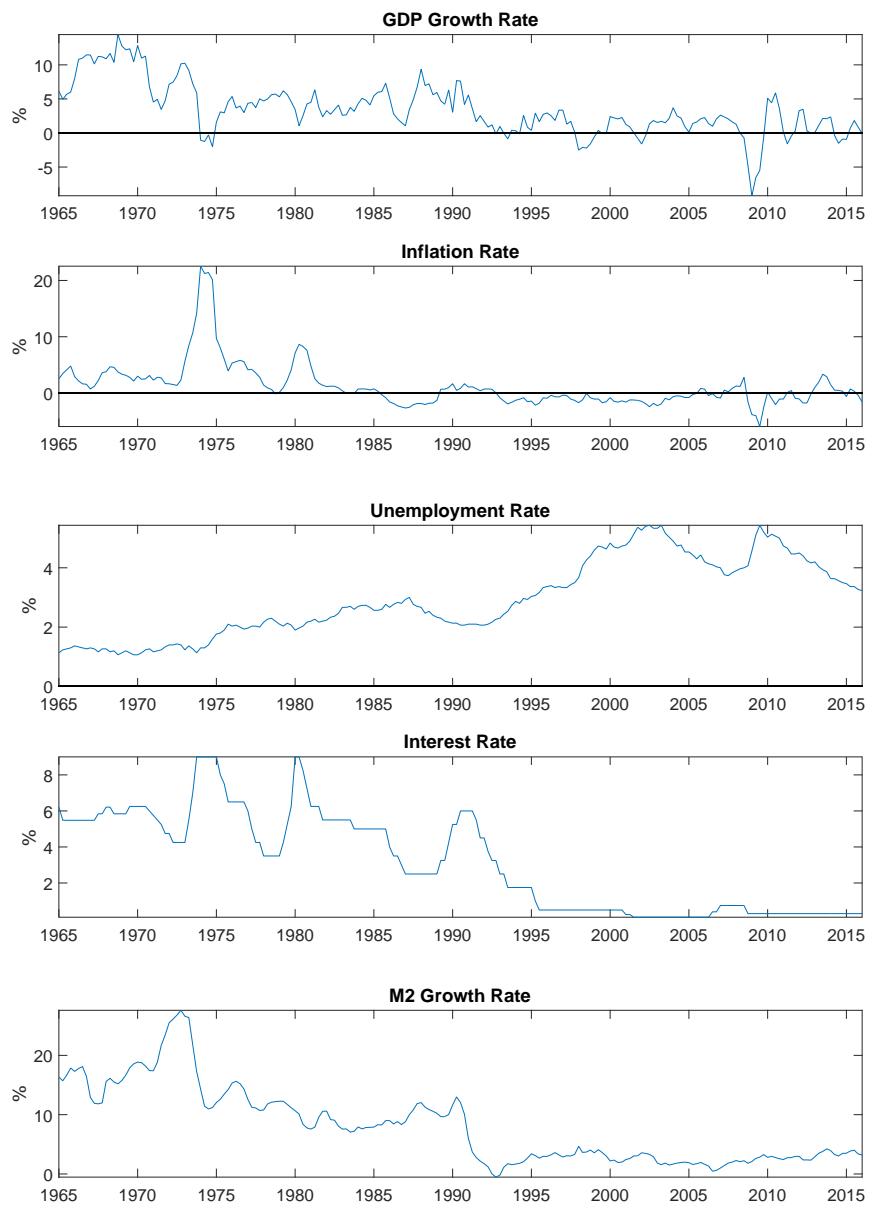


圖 4: 日本總經變數時間序列 (1965Q1-2016Q1)

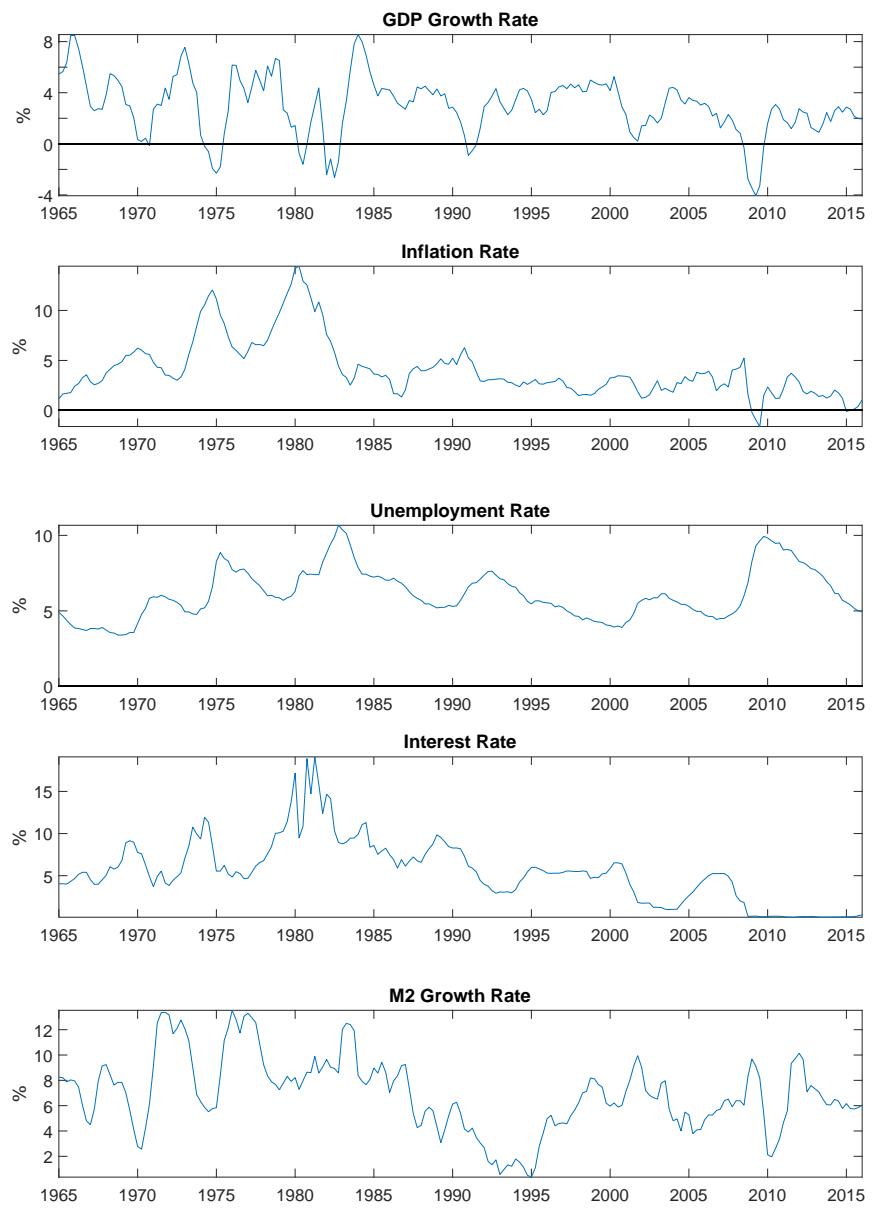


圖 5: 美國總經變數時間序列 (1965Q1-2016Q1)

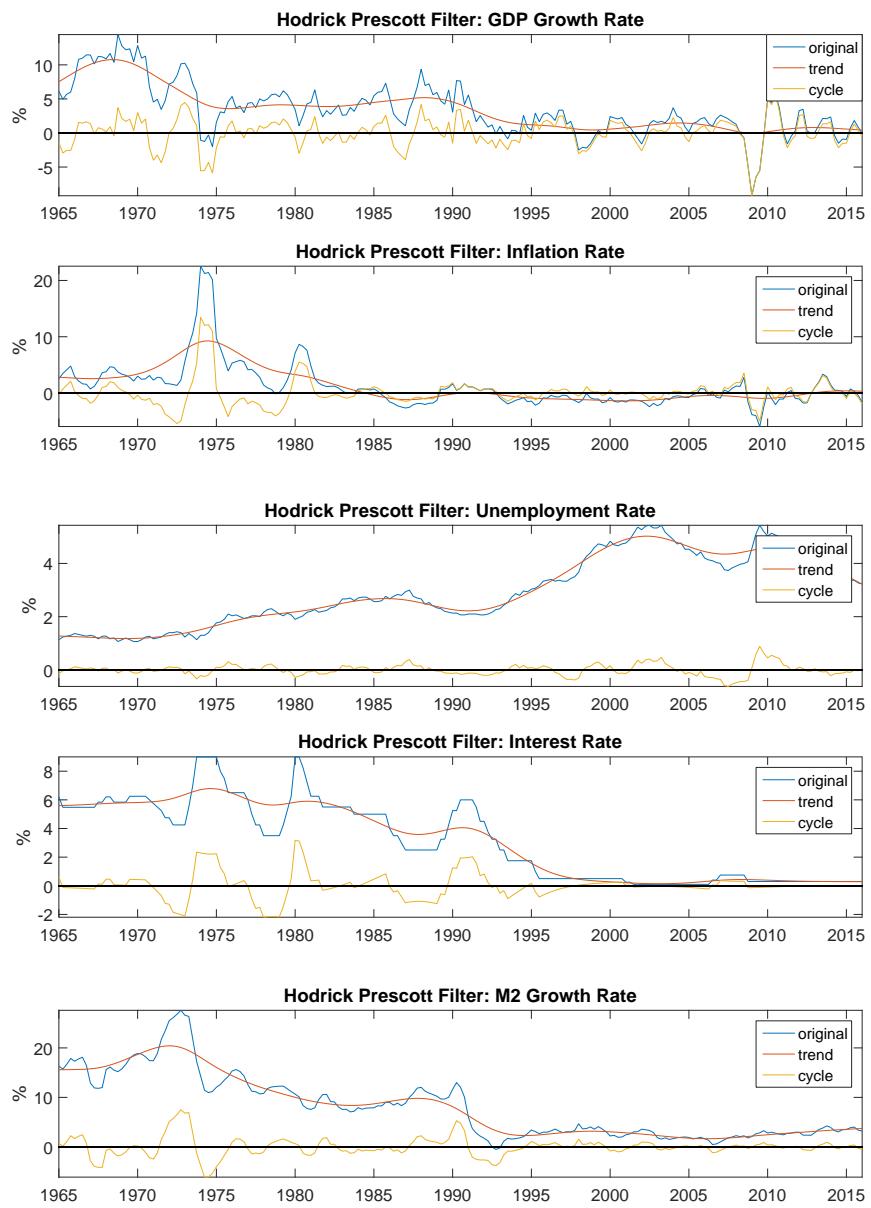


圖 6: 日本總經變數時間序列 (經 Hodrick-Prescott Filter 處理)

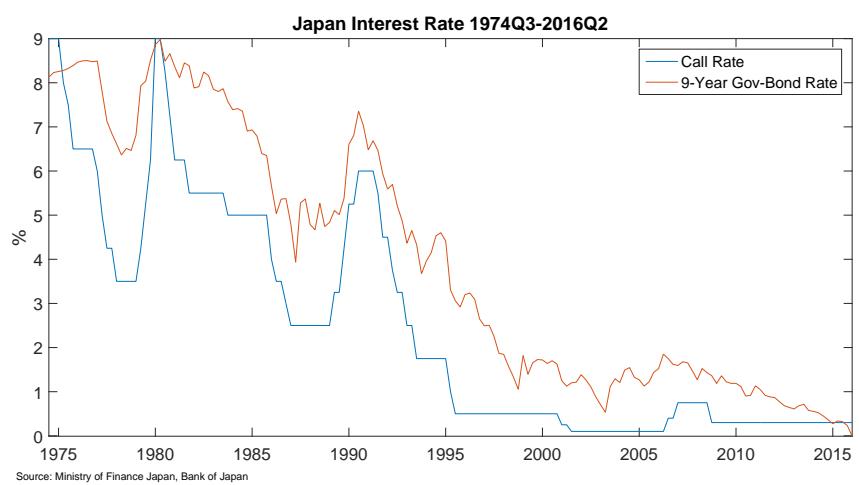


圖 7：日本近年利率走勢

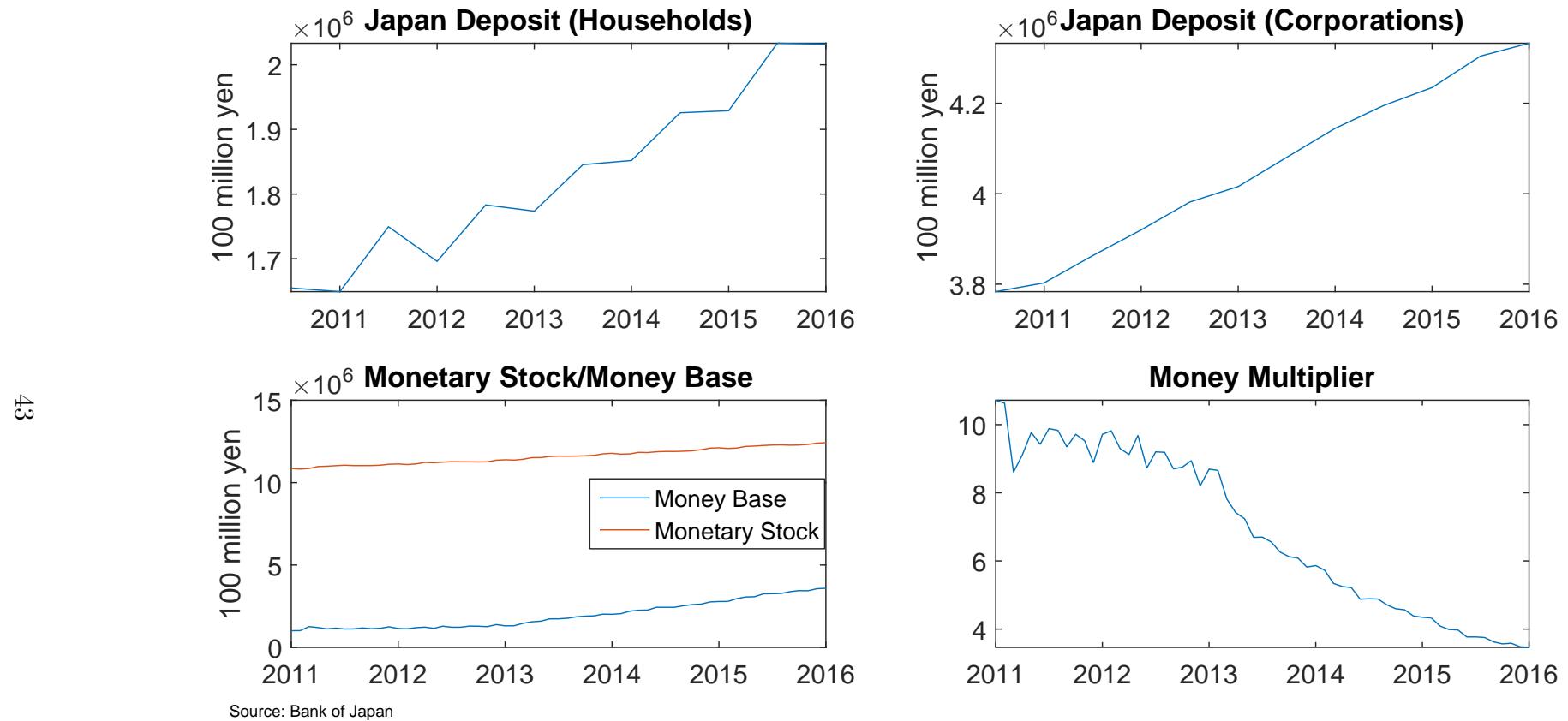


圖 8: 日本近年儲蓄及貨幣走勢 上: 家計儲蓄、企業儲蓄 (2010Q3-2015Q4), 下: 貨幣數量 (M2)、貨幣基數、貨幣乘數 (2011Q1-2015Q4)

B.2 模擬結果

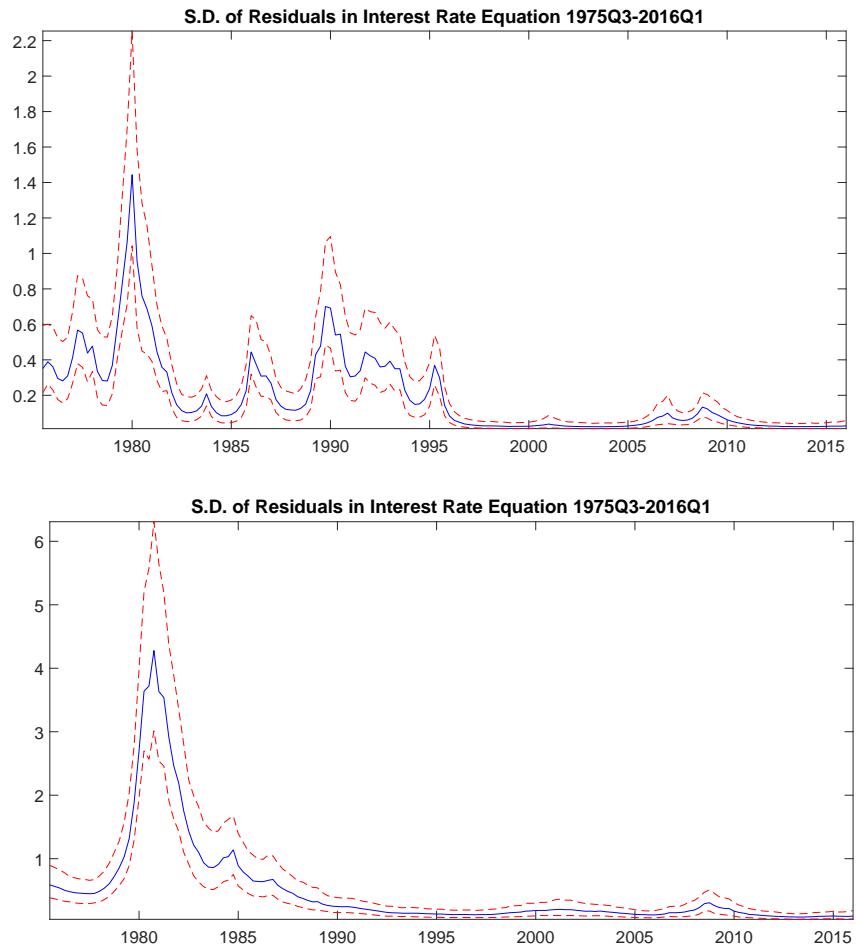


圖 9: VAR 利率方程式殘差標準差 上:日本, 下:美國

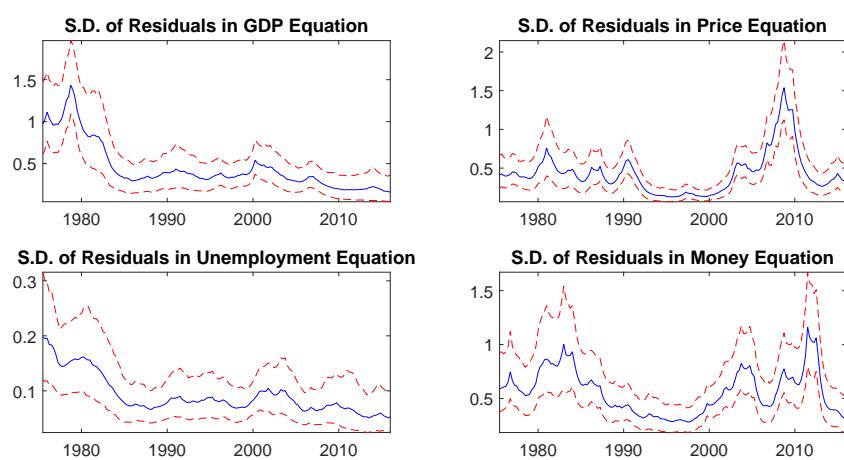
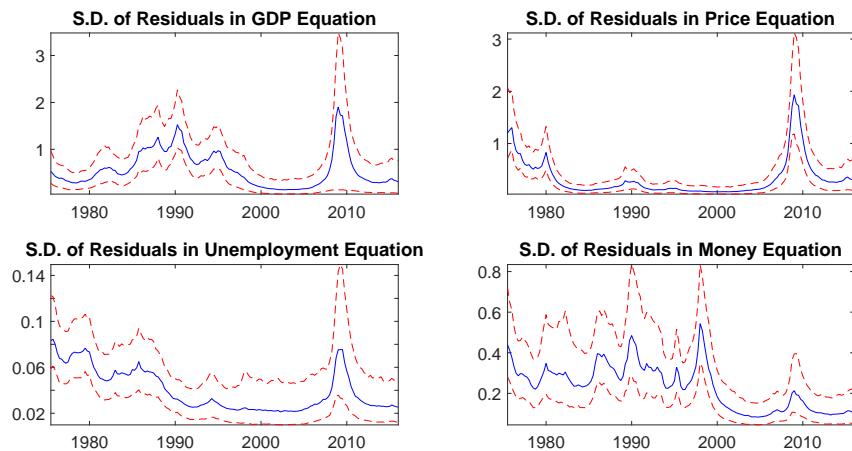


圖 10: VAR 各式殘差標準差 上:日本, 下: 美國

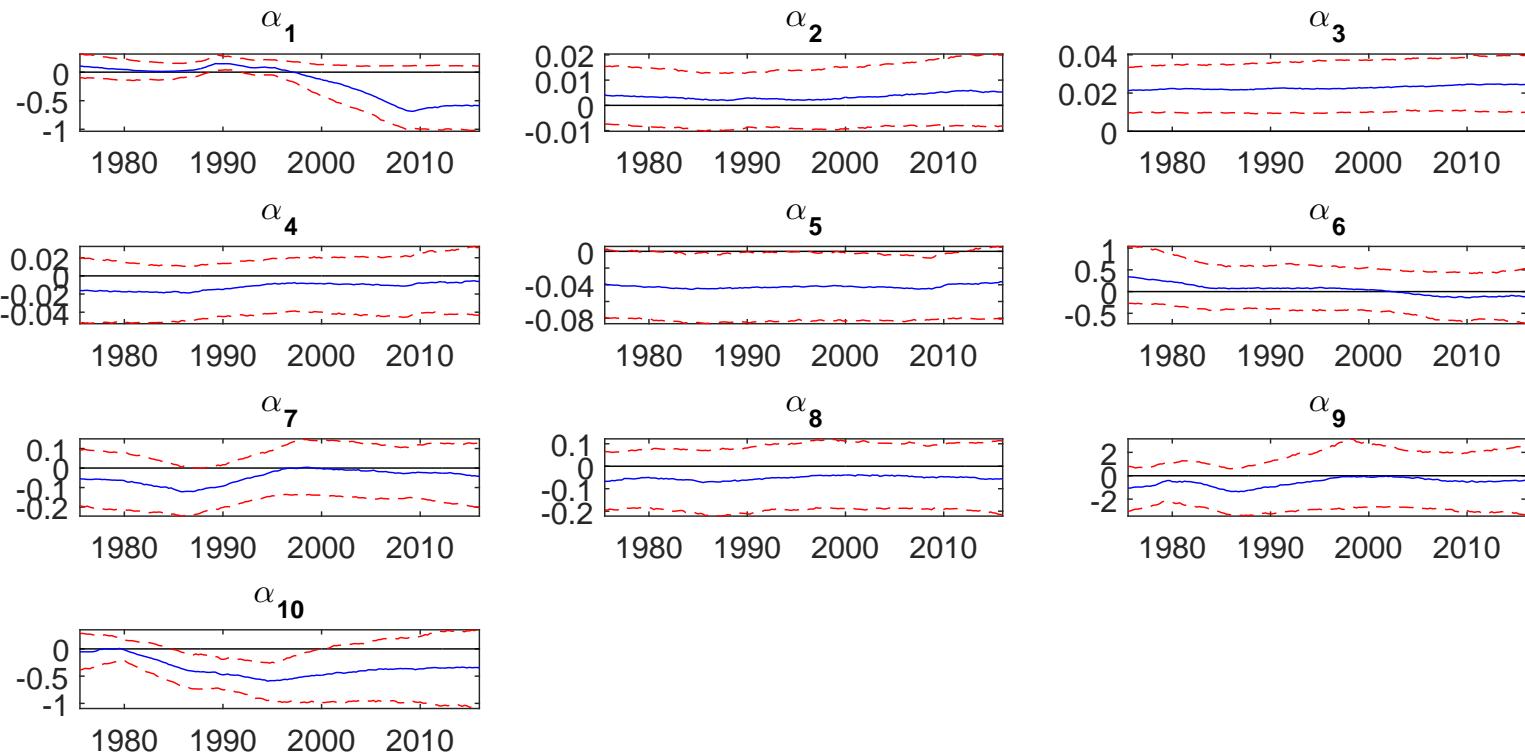


圖 11: 日本期參數趨勢

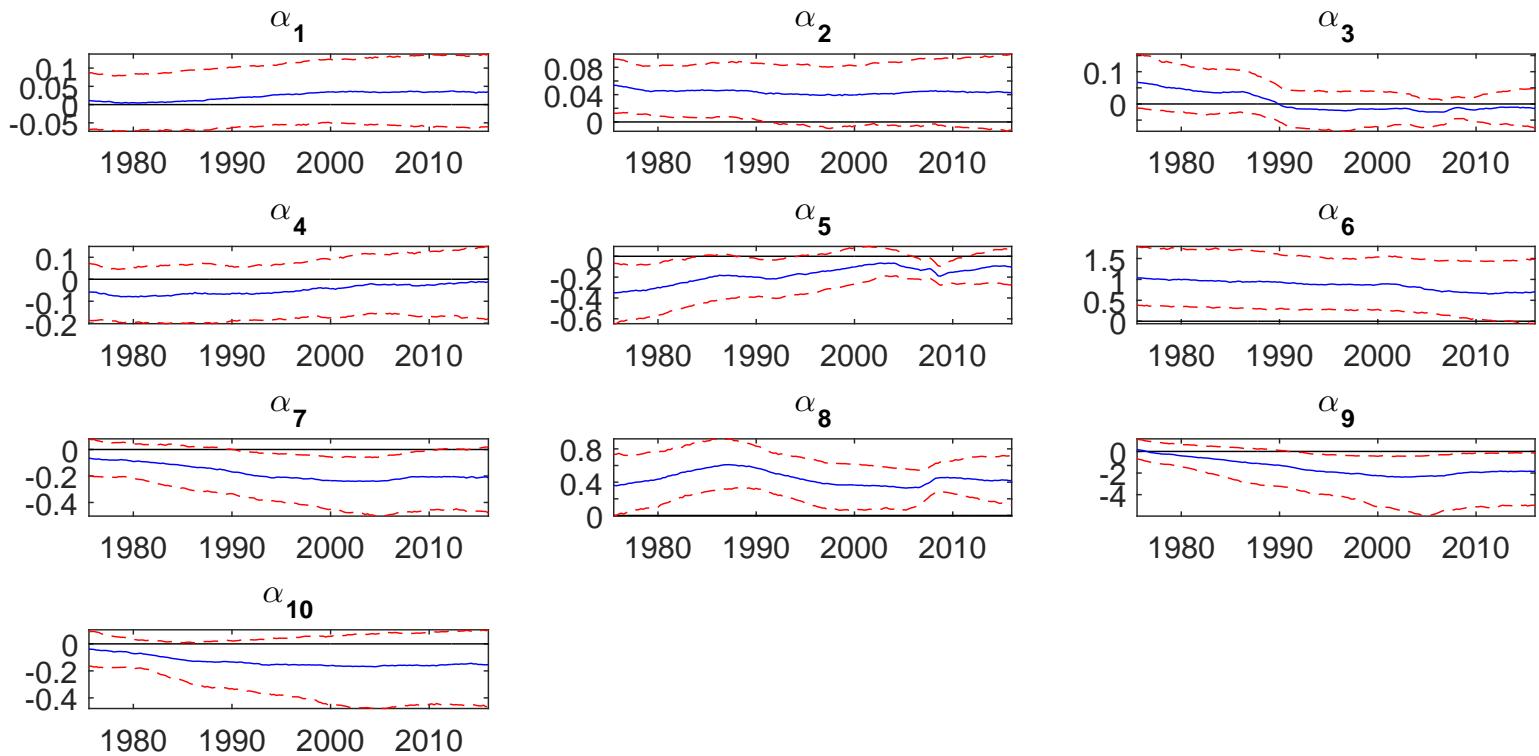


圖 12: 美國同期參數趨勢

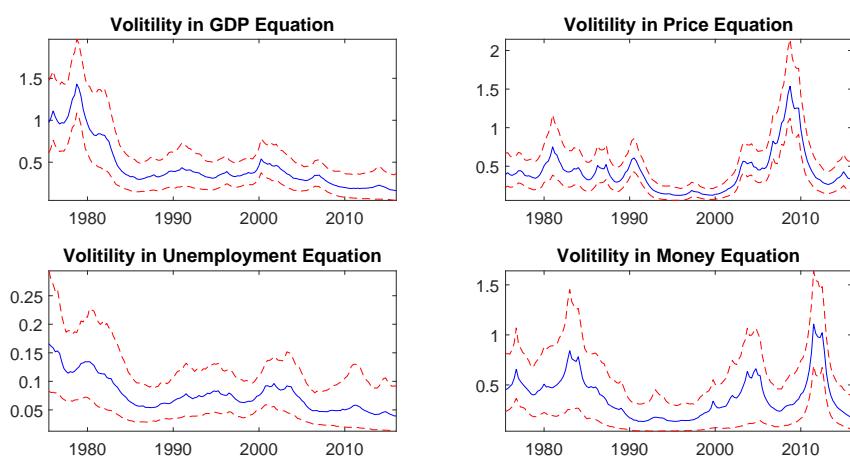
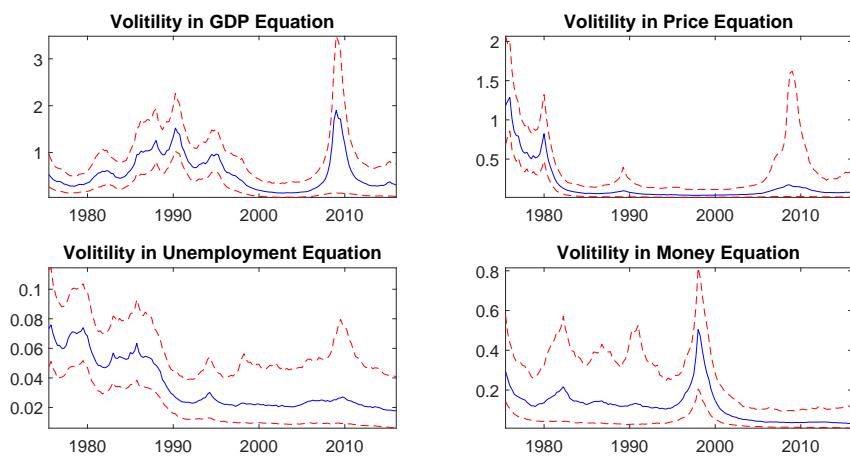


圖 13: 各變數波動趨勢 上: 日本, 下: 美國

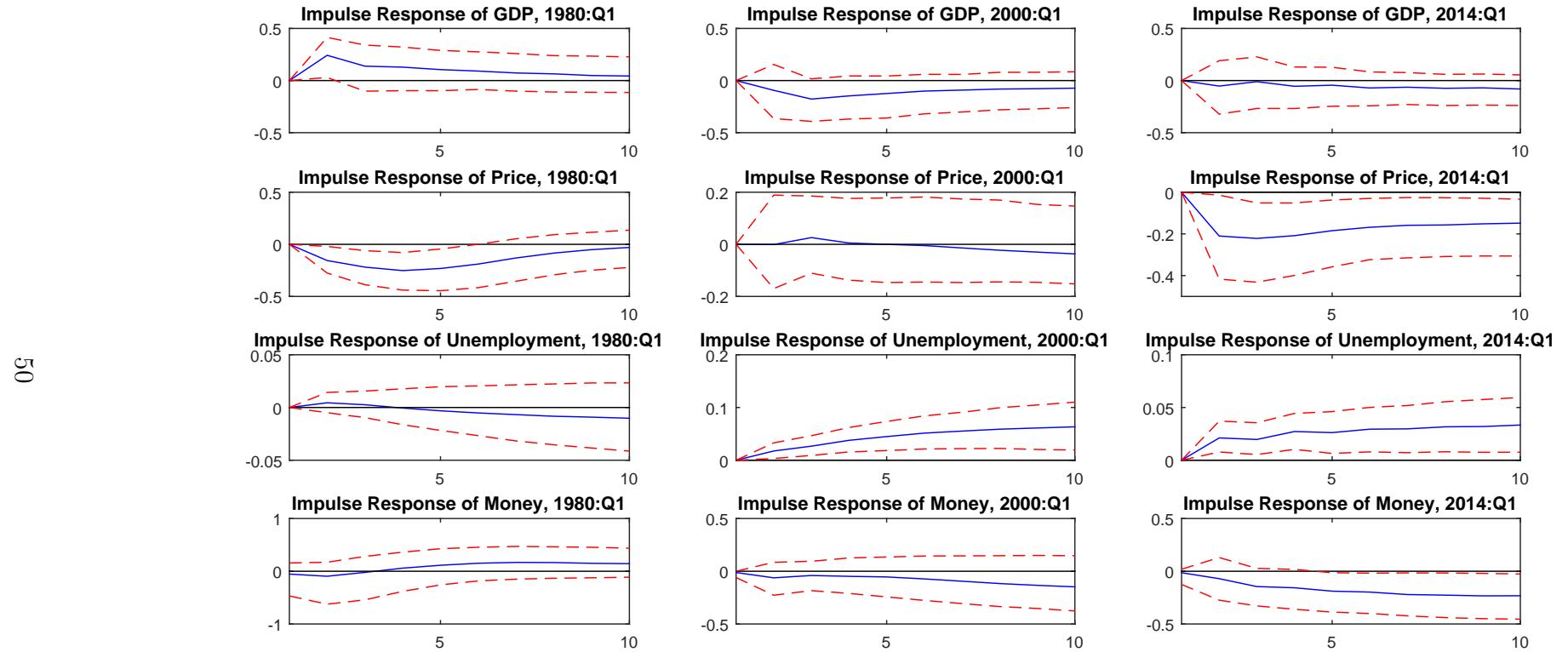


圖 15: 日本降息 1 碼之衝擊反應函數 (1980Q1、2000Q1、2014Q1)

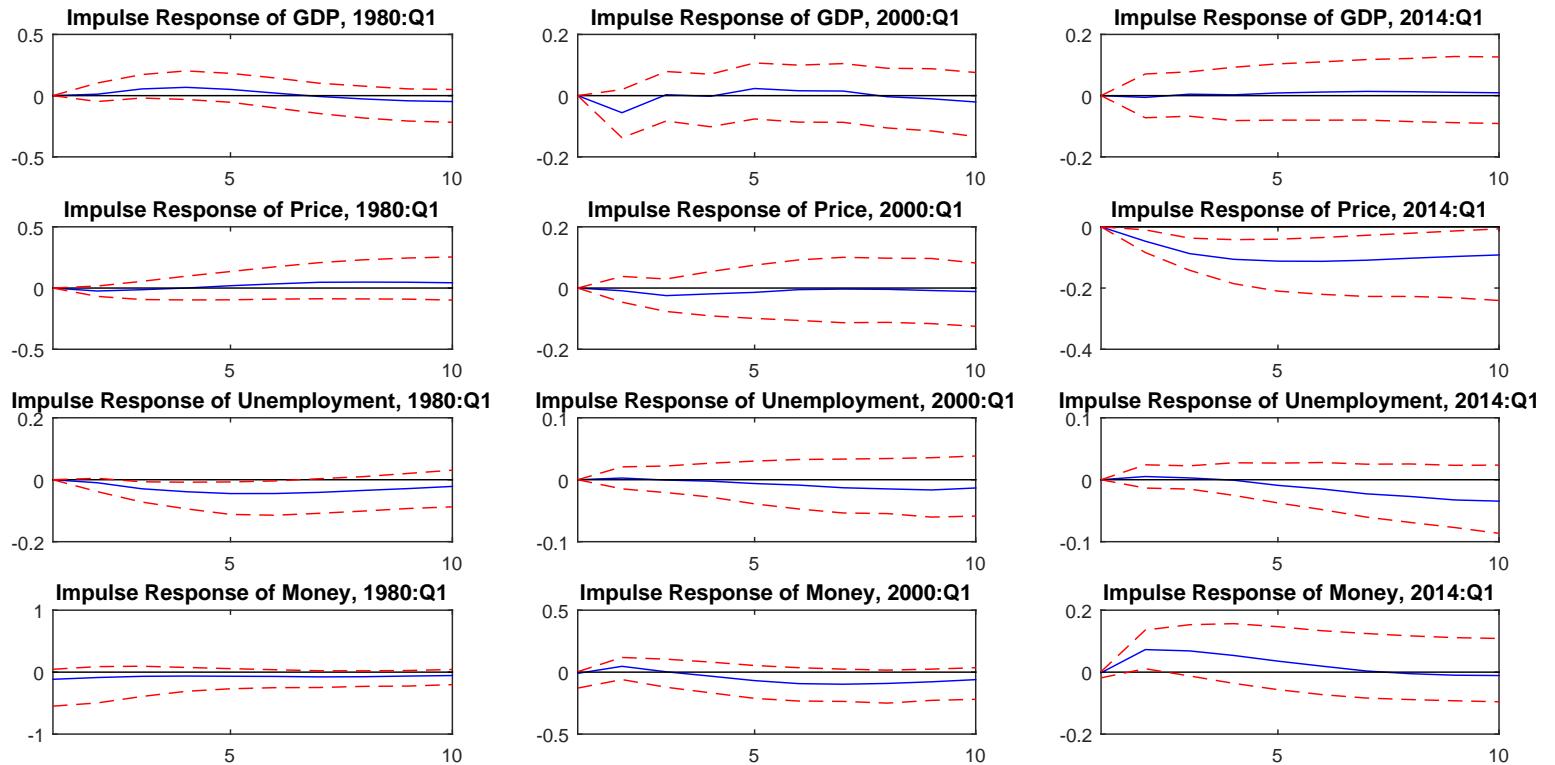


圖 17: 美國降息 1 碼之衝擊反應函數 (1980Q1、2000Q1、2014Q1)

B.3 其他模擬結果

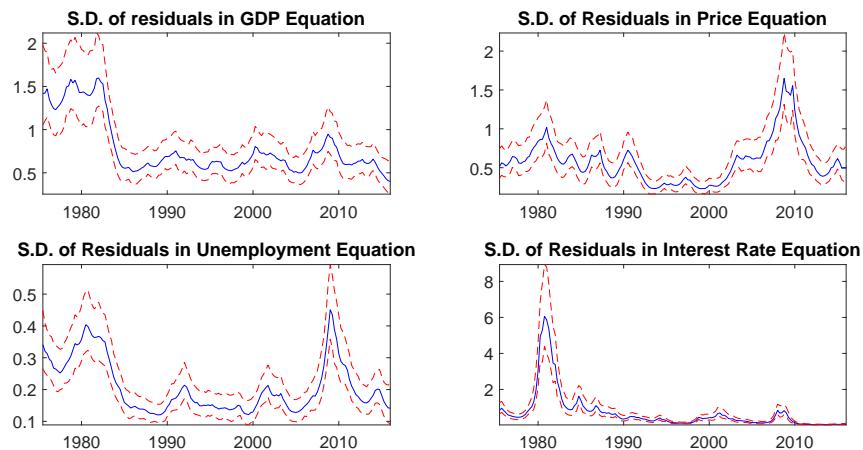


圖 18: 美國各變數波動趨勢-四變數模型

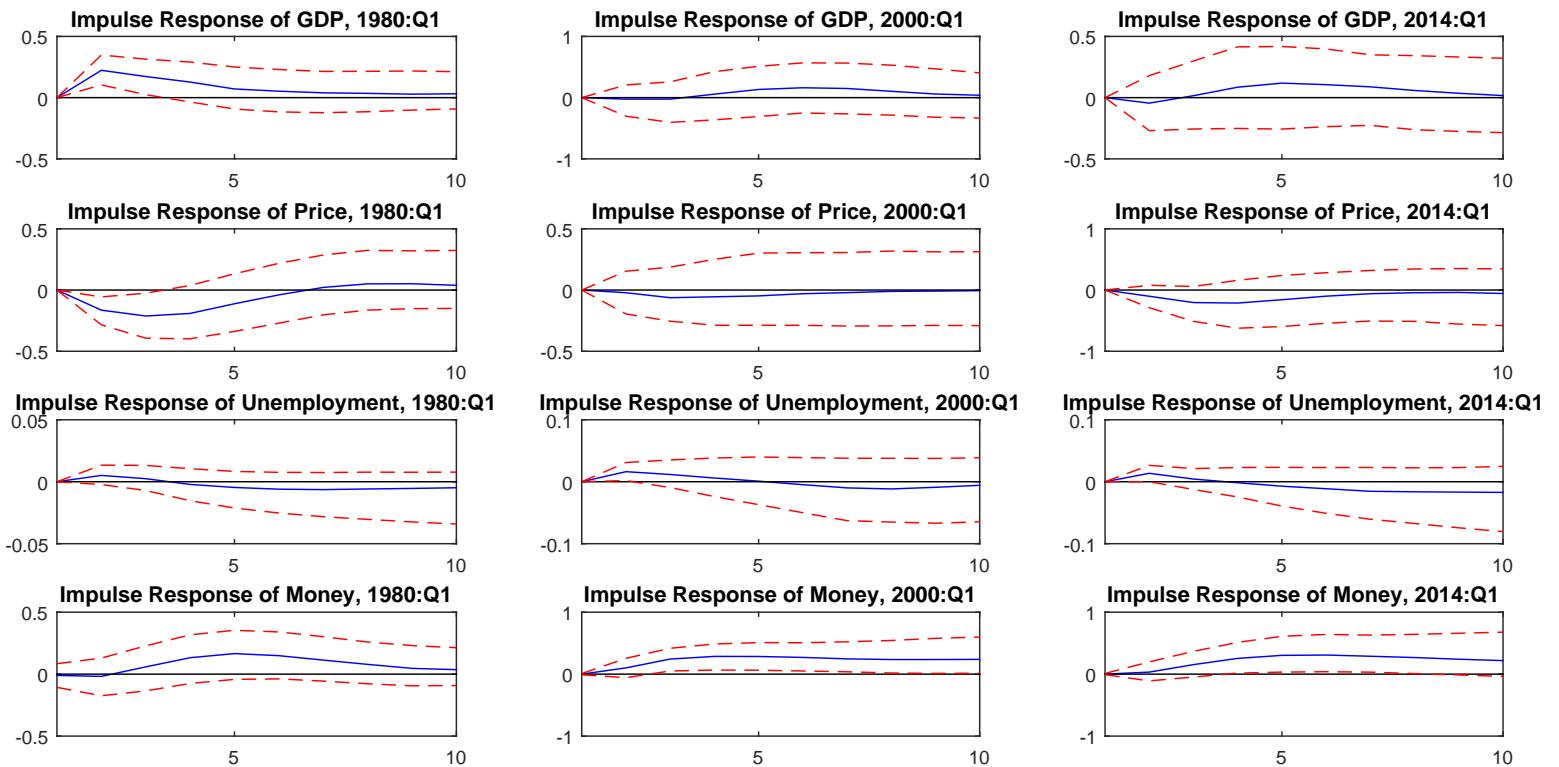


圖 20: 日本降息 1 碼衝擊反應函數-去趨勢化模型

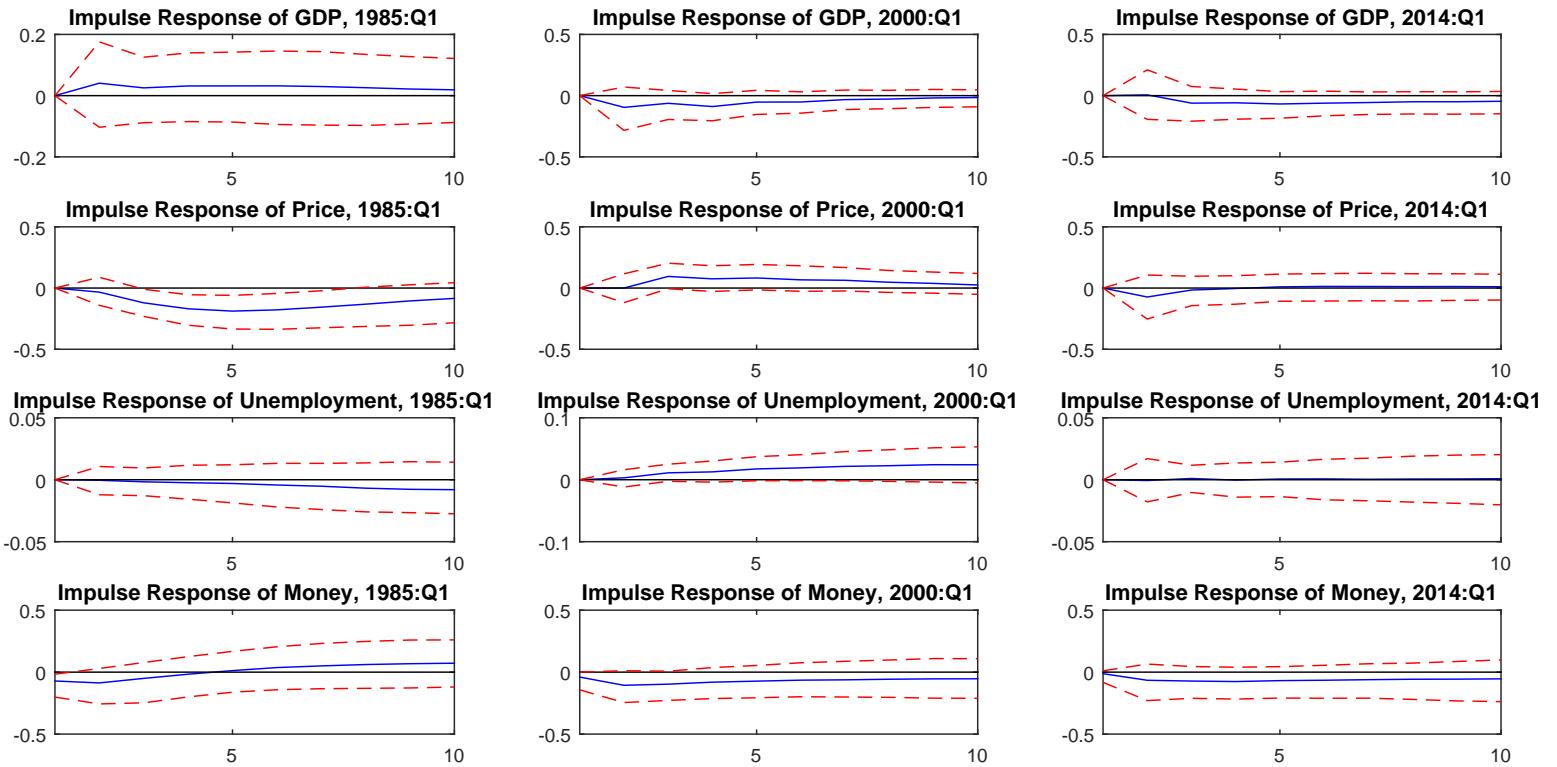


圖 23: 日本降息 1 碼衝擊反應函數-長期利率模型

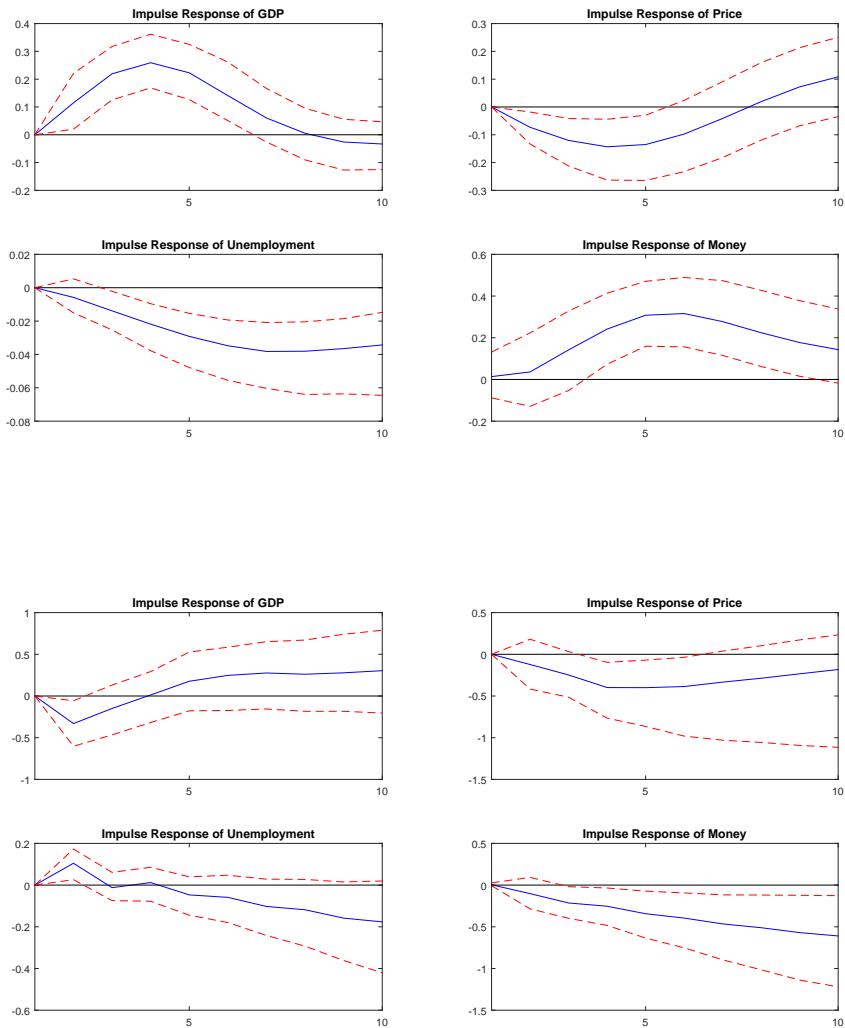


圖 24: 日本降息 1 碼衝擊反應函數-固定參數模型 上: 1965Q1-1990Q4 下:1991Q1-2016Q1

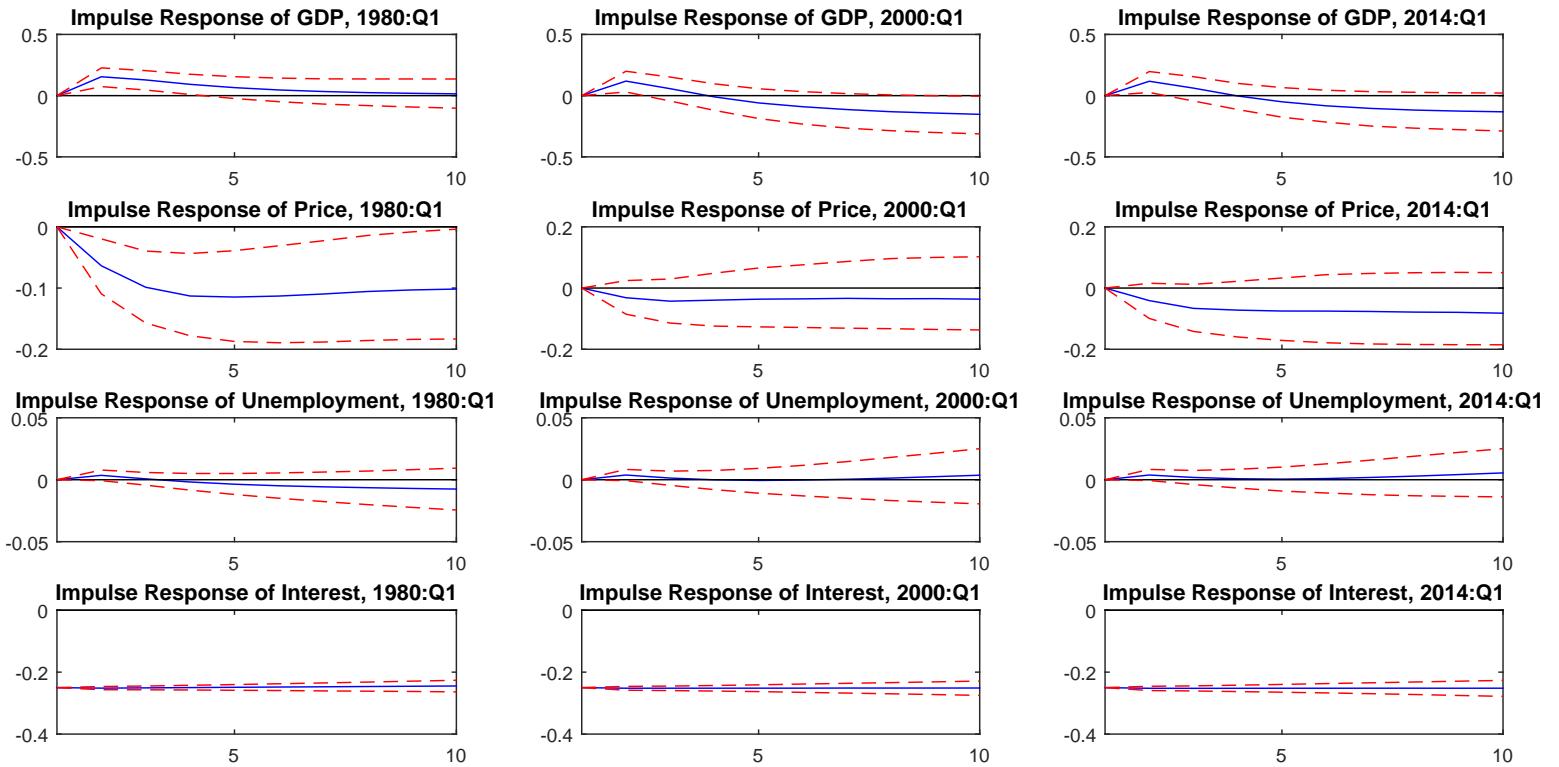


圖 27: 日本降息 1 碼衝擊反應函數-四變數模型

B.4 收斂檢定結果

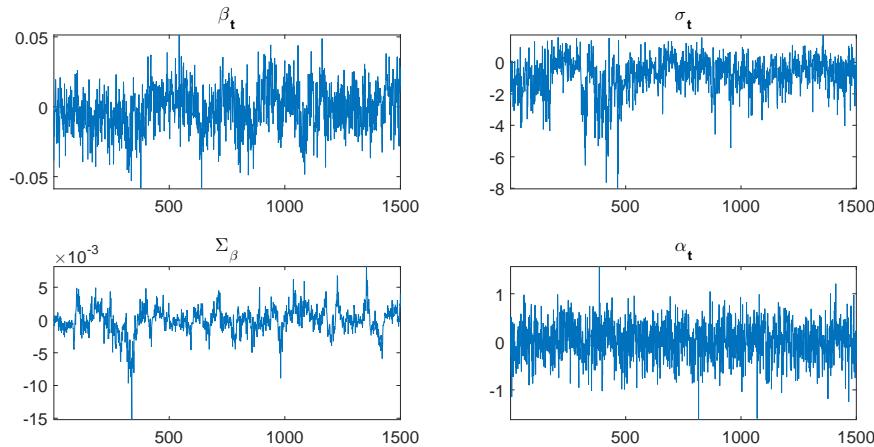


圖 28: 各區塊參數逐次抽樣 (任意擇一)

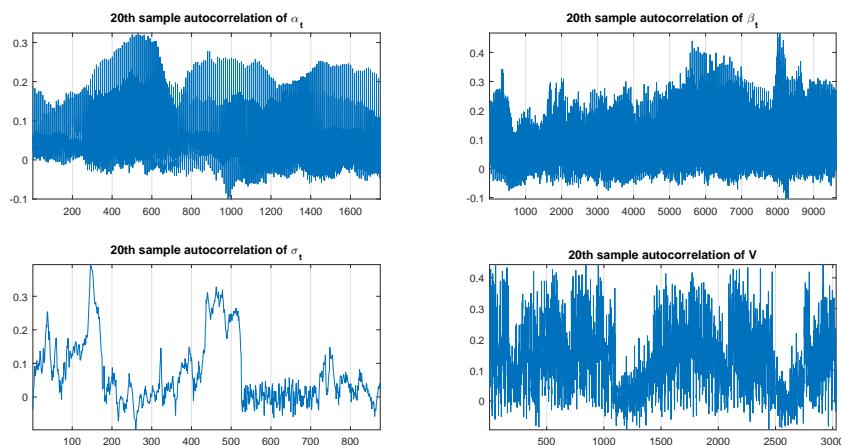


圖 29: 各區塊參數抽樣相關性(第 20 階自我相關)

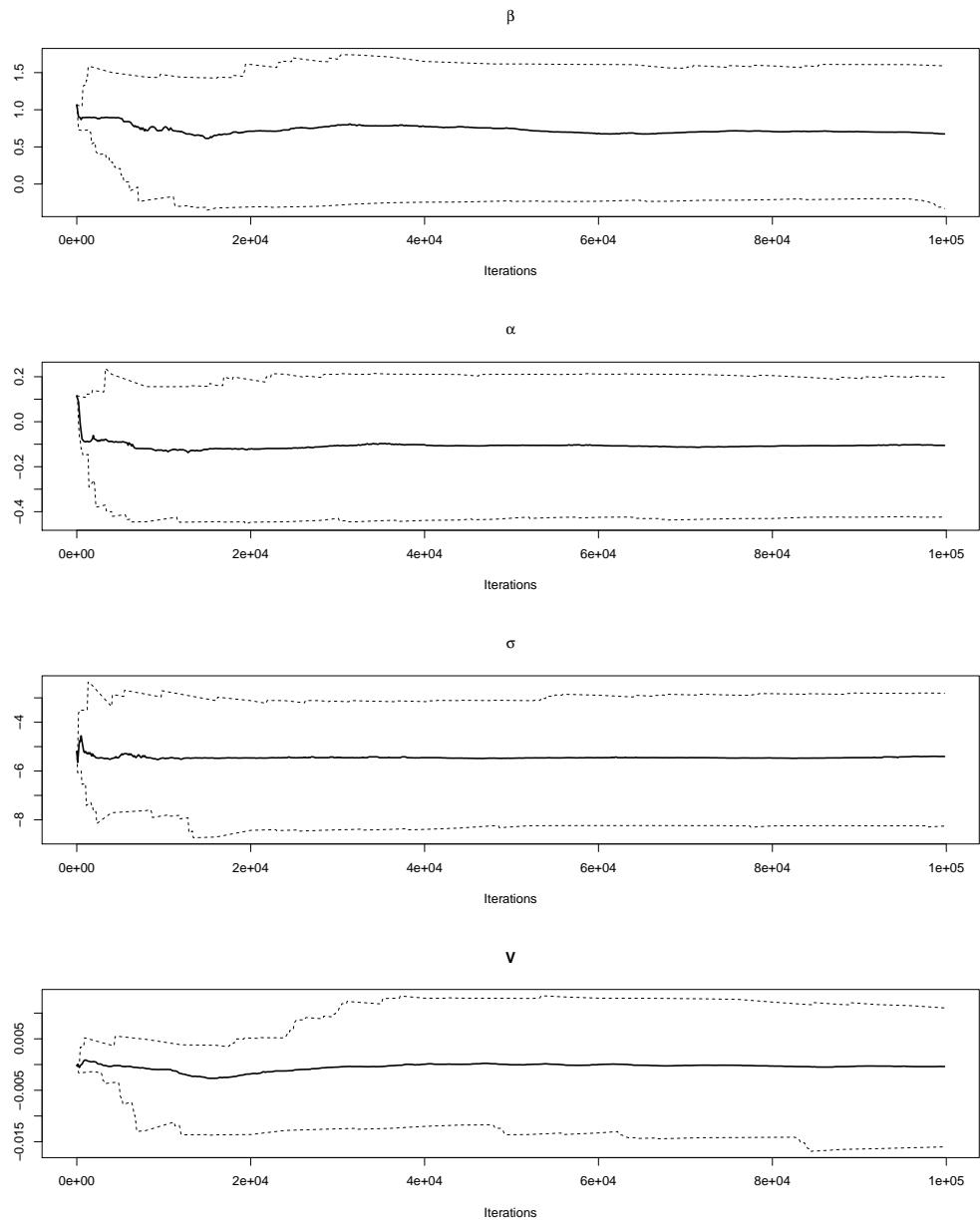


圖 30: 各區塊參數之累積平均圖 (任意擇一)

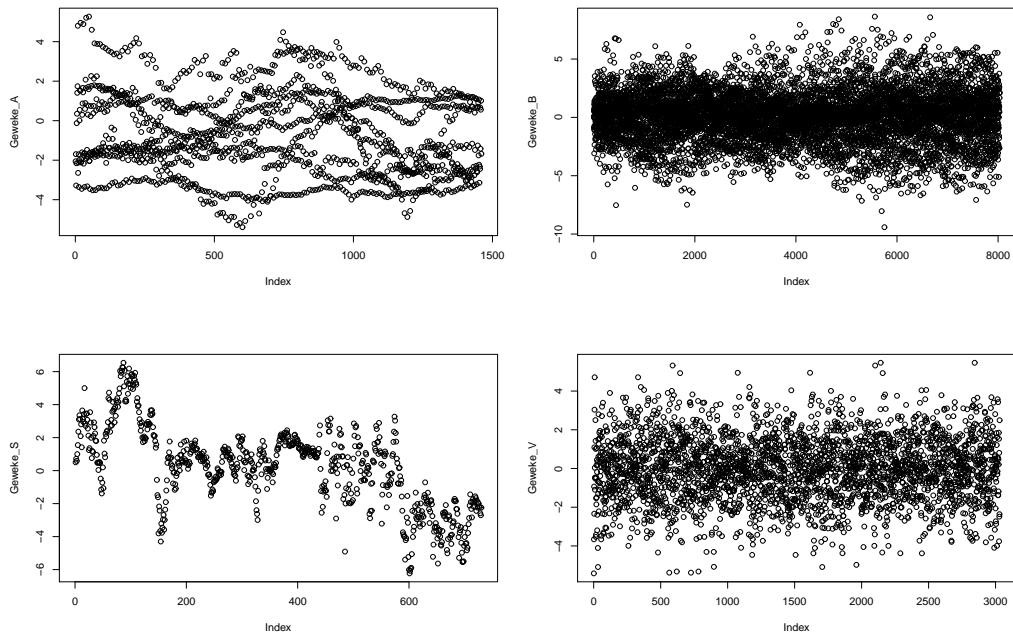


圖 31: 各參數 Geweke 收斂檢定量

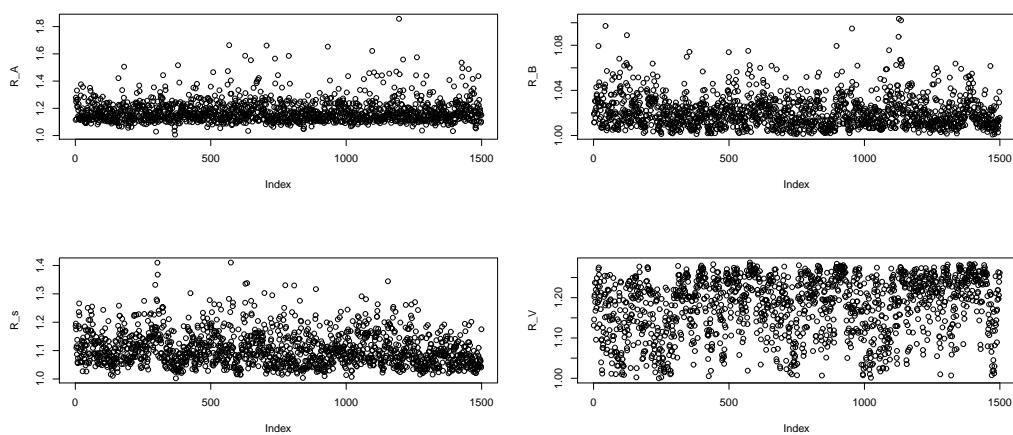


圖 32: 各區塊參數 Rubin-Gelman test 之 PSRF 統計量