

第三章



摄像机标定

李静

主要内容

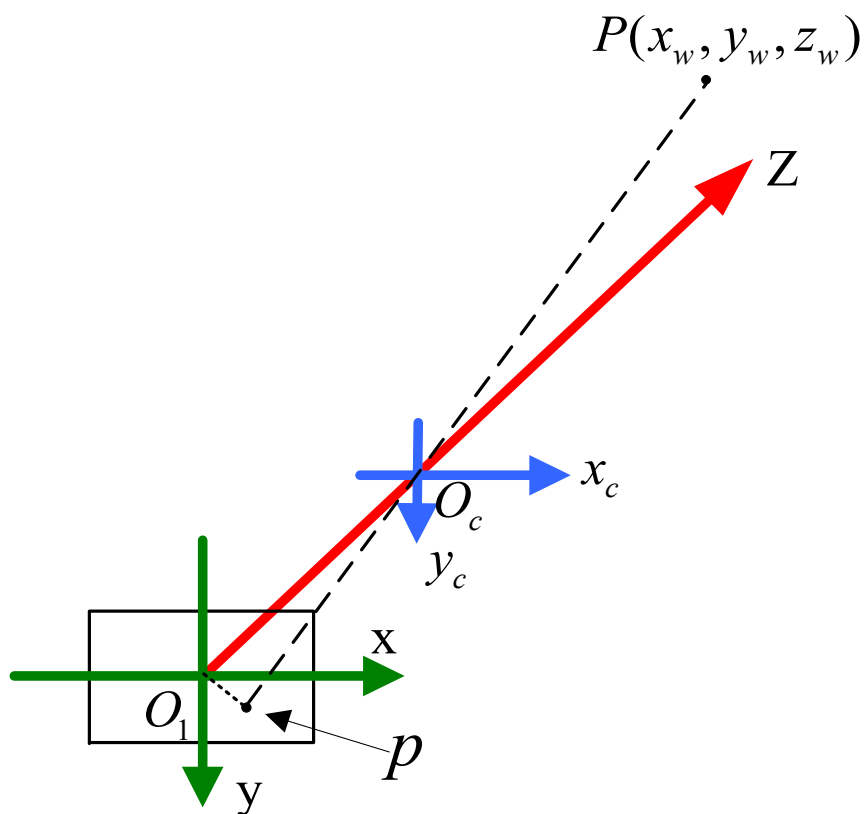


- 一、单目摄像机标定
- 二、双目摄像机标定



一、单目摄像机标定

1、单目摄像机数学模型



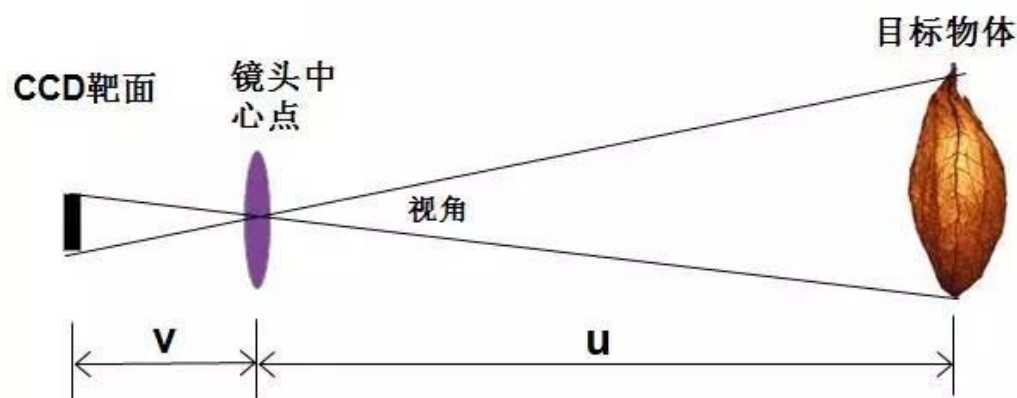
- 世界坐标系 $P(x_w, y_w, z_w)$
- 摄像机坐标系 (x_c, y_c, z_c)
- 图像坐标系 $p(x, y)$
- 像素坐标系 (u, v)

一、单目摄像机标定

(1) 光路计算

$$1/u + 1/v = 1/f$$

u:物距 v:像距 f: 焦距



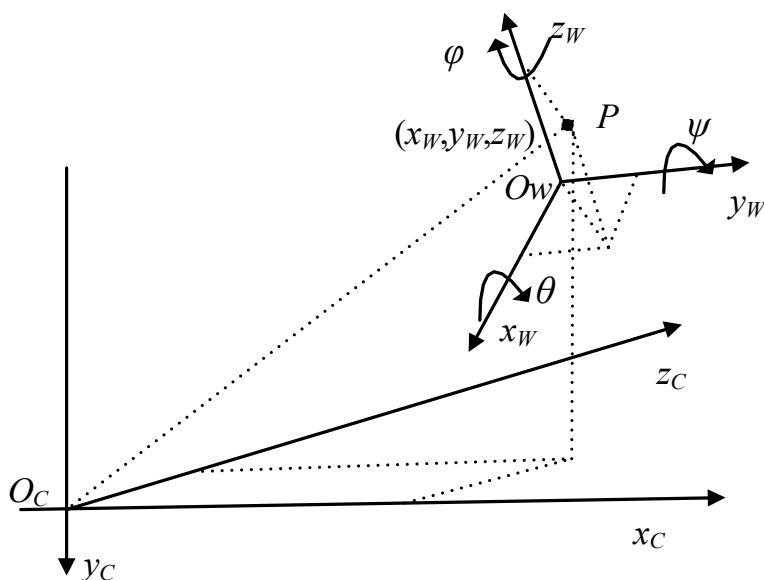
- $u \gg f$
- 像距v近似等于焦距f: 由于物距 $u \gg$ 焦距f, 根据成像公式, 所以像距基本等于焦距, 事实上, 调焦的过程就是将像距微调和焦距基本相差不远;
- 镜头中心点确认: 由于v近似等于f, 从摄像机靶面向前焦距距离就是镜头中心点。



一、单目摄像机标定

(2) 世界坐标系到摄像机坐标系

世界坐标系绕x轴旋转 θ 角度，绕y轴旋转 ψ 角度，再绕z轴旋转 φ 角度可以实现与摄像机坐标系的方向一致；最后通过平移 $(tx, ty, tz)^T$ 即可得到摄像机坐标系，假设空间目标点P在世界坐标系中的坐标表示为 $(x_w, y_w, z_w, 1)$ ，在摄像机坐标系中的坐标表示为 $(x_c, y_c, z_c, 1)$ ，

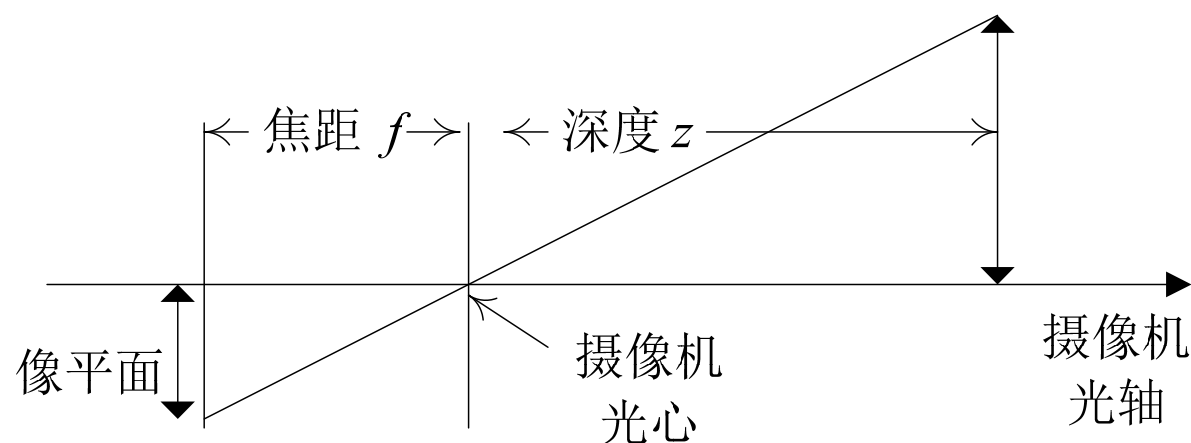


$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & T \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$



一、单目摄像机标定

(3) 摄像机坐标系到图像坐标系



用小孔成像的模型近似表示空间中一点P ($x_w, y_w, z_w, 1$)在像平面上投影 $p(x,y)$, 摄像机坐标系对应点为 (x_c, y_c, z_c) 。

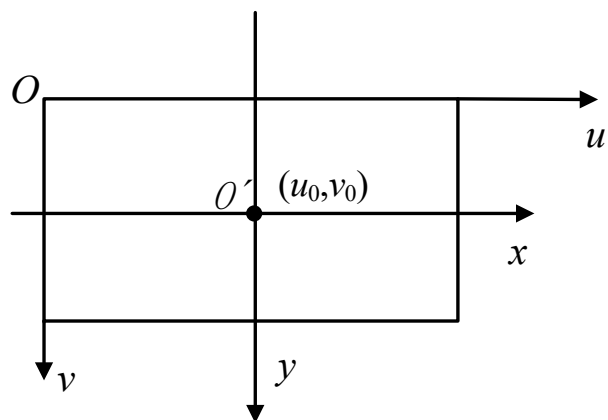
$$x = \frac{fx_c}{z_c}, y = \frac{fy_c}{z_c} \quad z_c \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix}$$



一、单目摄像机标定

(4) 图像坐标系到像素坐标系

x 和 y 轴分别平行于像素坐标系的坐标轴 u 和 v 轴，坐标用 (x,y) 表示，每一个像素点在 x 轴和 y 轴上的物理尺寸为 dx ， dy ，则同一点在像素坐标系和图像坐标系下的坐标转换为：



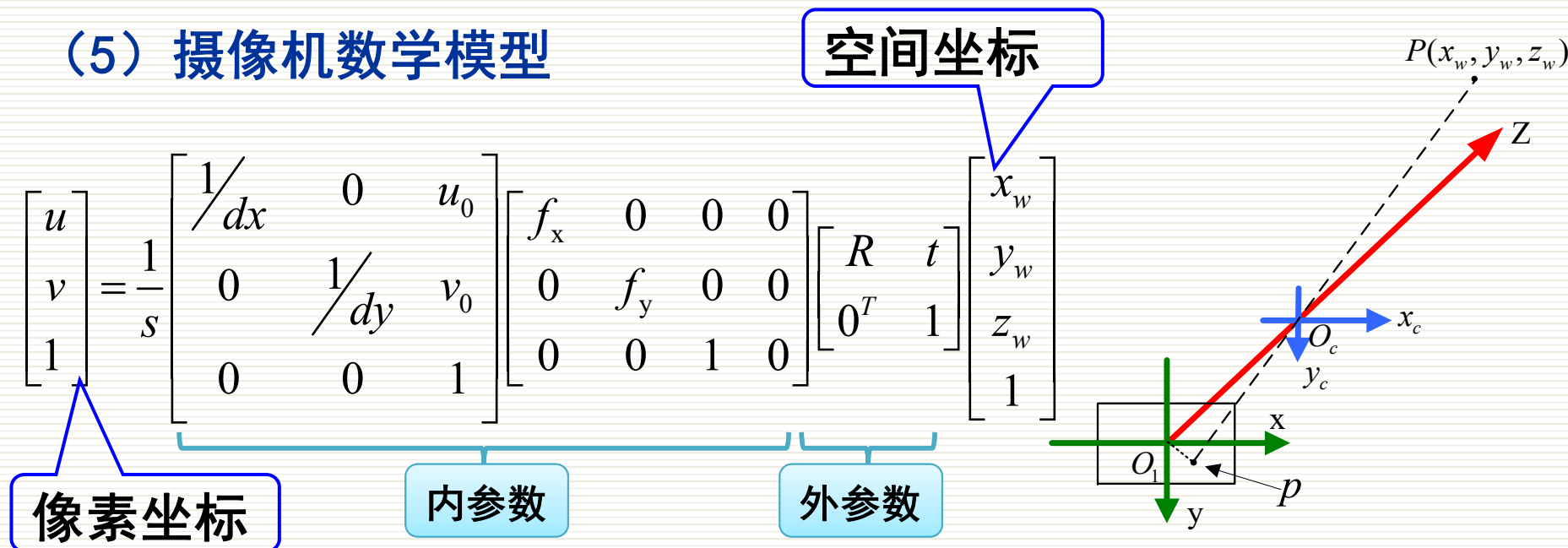
$$u = \frac{x}{dx} + u_0, v = \frac{y}{dy} + v_0$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/dx & 0 & u_0 \\ 0 & 1/dy & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$



一、单目摄像机标定

(5) 摄像机数学模型



世界坐标系、摄像机坐标系、图像坐标系、像素坐标系

三次矩阵乘法分别对应摄像机成像过程中：

- ❑ 从世界坐标系到摄像机坐标系的**旋转和平移变换**
- ❑ 从摄像机坐标系到图像坐标系的**透视变换**
- ❑ 从图像坐标系到计算机存储图像像素坐标系的**成像变换**



一、单目摄像机标定

2、标定方法

原理：建立摄像机图像**像素位置**与**场景点位置**之间的关系，其途径是根据摄像机模型，由已知特征点的图像坐标求解摄像机的内外参数。

针孔成像模型：

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & t \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

摄像机内参数： $f_x \ f_y \ u_0 \ v_0$

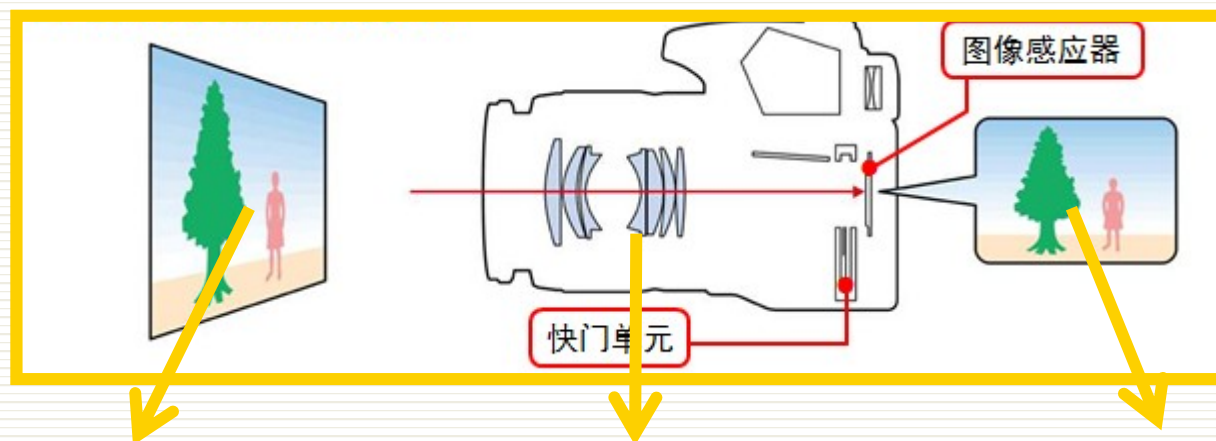
摄像机外参数： $\psi \ \varphi \ \theta \ t_x \ t_y \ t_z$

一、单目摄像机标定

3、张正友标定方法

原理：通过对**标定板（棋盘格）**在不同方向多次（三次以上）完整拍照，不需要知道标定板的运动方式，直接获得相机的**内参数**。

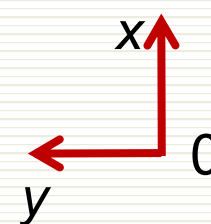
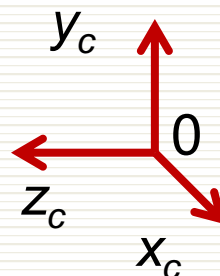
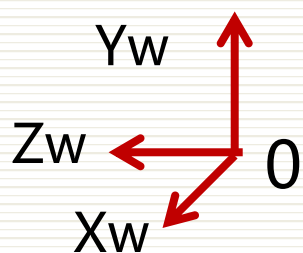
➤ 坐标系



世界坐标系

摄像机坐标系

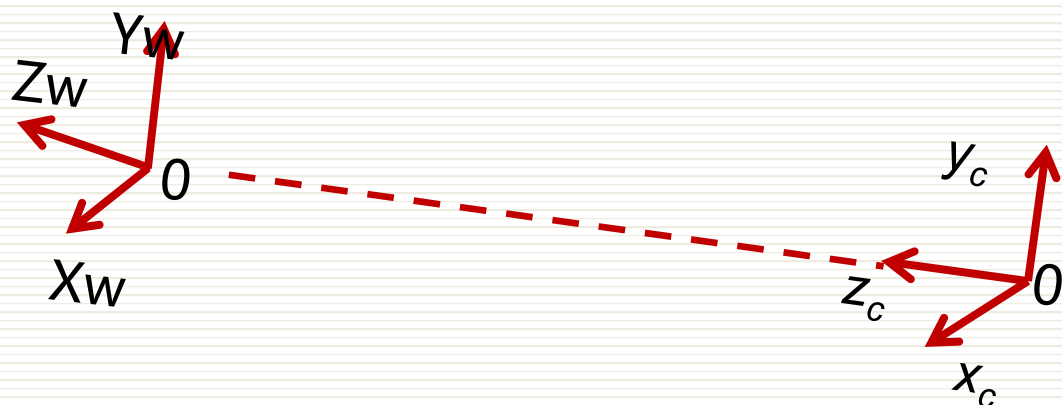
图像坐标系





一、单目摄像机标定

➤ 刚体变换

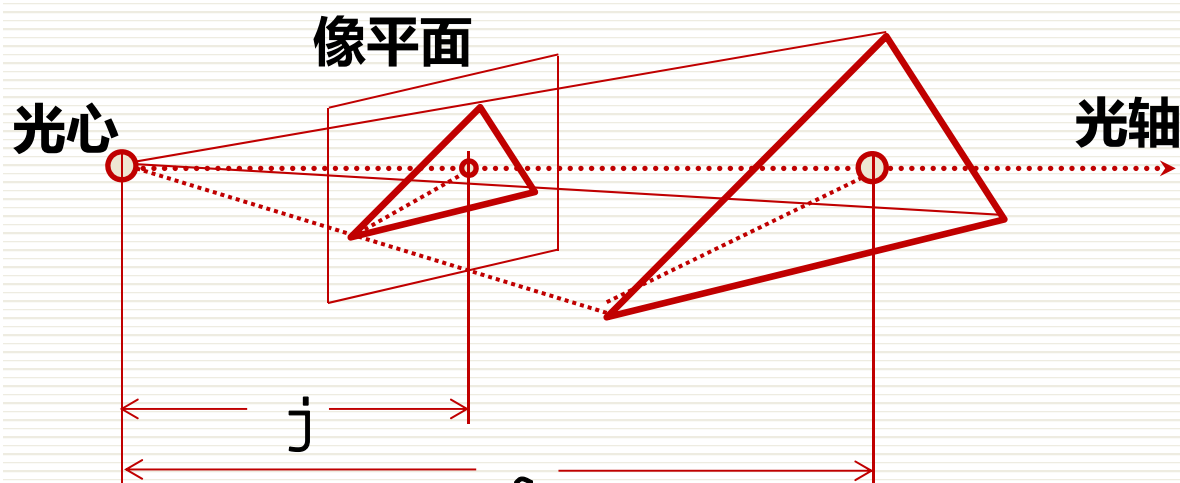


$$x_c = RX + T$$

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{00} & r_{01} & r_{02} \\ r_{10} & r_{11} & r_{12} \\ r_{20} & r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix}$$

[R,T]矩阵被称为外参数

➤ 透视投影



$$K = K_1 K_2$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} \quad \leftarrow K_1$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/dx & 0 & u_0 \\ 0 & 1/dy & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad \leftarrow K_2$$

K矩阵被称为内参数



一、单目摄像机标定

➤ 单应性映射

三维坐标点 $X_w = [X, Y, Z, 1]^T$, 二维相机平面像素坐标 $m = [u, v, 1]^T$, 标定板到图像平面的单应性关系为:

$$sm = K[R, T]X_w$$

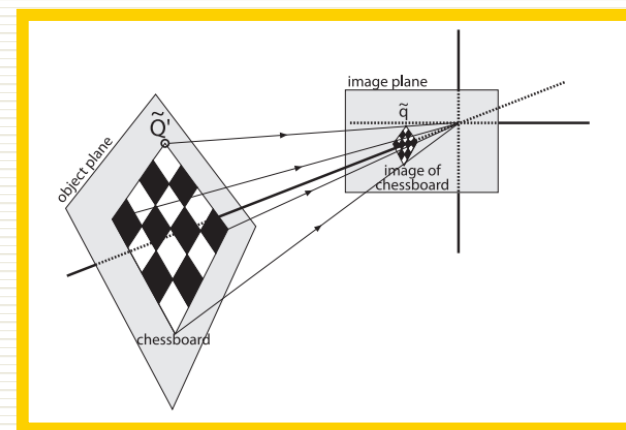
$$K = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma & \mu_0 \\ 0 & \beta & \nu_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

✓ 单应性(homography): 在计算机视觉中被定义为一个平面到另一个平面的投影映射。
内参矩阵中 $\alpha = f/dx$, $\beta = f/dy$, 因为像素不是规则的正方形, γ 代表像素点在x, y方向上尺度的偏差。

将世界坐标系移到棋盘标定平面上, 令棋盘格平面为 $Z=0$ 的平面, 可得:

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{m} = H\tilde{M} \quad H = [h_1 \ h_2 \ h_3] = \lambda K \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \end{bmatrix}$$



单应性矩阵 H 为一个齐次矩阵, 有8个未知参数, 需要四个对应点, 可推算出世界平面到图像平面的单应性矩阵 H 。



一、单目摄像机标定

$$\begin{cases} \lambda = \frac{1}{s} \\ r_1 = \frac{1}{\lambda} K^{-1} h_1 \\ r_2 = \frac{1}{\lambda} K^{-1} h_2 \end{cases}$$

由于旋转矩阵是个正交矩阵， r_1 和 r_2 正交，可得

$$r_1^T r_2 = 0$$

$$\|r_1\| = \|r_2\| = 1$$



$$h_1^T K^{-T} K^{-1} h_2 = 0$$

$$h_1^T K^{-T} K^{-1} h_1 = h_2^T K^{-T} K^{-1} h_2$$

内参阵K包含5个参数： α 、 β 、 γ 、 u_0 、 v_0 ，如果完全解出5个未知量，则需要3个单应性矩阵。3个单应性矩阵在2个约束下可以产生6个方程，即可解出全部5个内参。



一、单目摄像机标定

➤ 内外参数求解

令：

$$B = K^{-T} K^{-1} \equiv \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix}$$

$$b = [B_{11}, B_{12}, B_{22}, B_{13}, B_{23}, B_{33}]$$

化简

得： $h_i^T B h_j = [h_{i1}, h_{i2}, h_{i3}]^T B [h_{j1}, h_{j2}, h_{j3}]$

$$V_{ij} = [h_{i1}h_{j1}, h_{i1}h_{j2} + h_{i2}h_{j1}, h_{i2}h_{j2}, h_{i3}h_{j1} + h_{i1}h_{j3}, h_{i3}h_{j2} + h_{i2}h_{j3}, +h_{i3}h_{j3}]^T$$



$$\begin{bmatrix} V_{12} \\ (V_{11} - V_{22})^T \end{bmatrix} b = 0$$

✓ 由于摄像机有5个未知内参数，所以当所采集的图像数目大于等于3时，就可以线性唯一求解出K。



一、单目摄像机标定

内参数

$$\begin{cases} v_0 = (B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23}) / (B_{11}B_{12} - B_{12}^2) \\ \lambda = B_{33} - [B_{13}^2 + v_0(B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23})] / B_{11} \\ \alpha = \sqrt{\lambda / B_{11}} \\ \beta = \sqrt{\lambda B_{11} / (B_{11}B_{12} - B_{12}^2)} \\ \gamma = -B_{12}\alpha^2\beta / \lambda \\ u_0 = v_0\gamma / \beta - B_{13}\alpha^2 / \lambda \end{cases}$$

外参数

$$\begin{aligned} r_1 &= \lambda K^{-1}h_1, \\ r_2 &= \lambda K^{-1}h_2, \\ t &= \lambda K^{-1}h_3 \end{aligned}$$

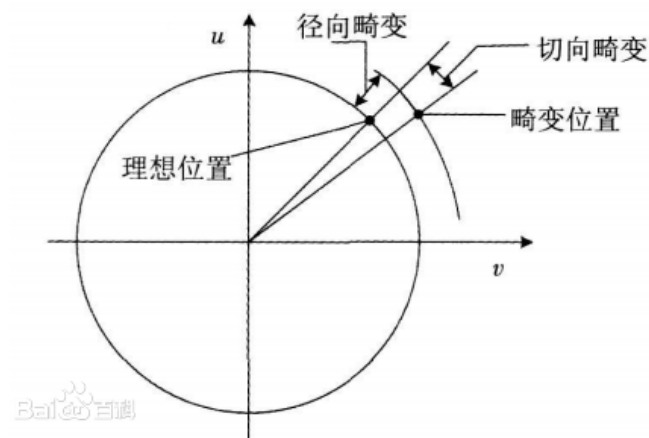
一、单目摄像机标定

4、畸变参数估计

摄像机畸变主要包含：径向畸变、切向畸变。

(1) **径向畸变**：产生原因是光线在远离透镜中心的地方比靠近中心的地方更加弯曲，径向畸变主要包含桶形畸变和枕形畸变两种。

(2) **切向畸变**：产生的原因透镜不完全平行于图像平面。



张氏标定法中只关注径向畸变。



一、单目摄像机标定

4、畸变参数估计

令 (u,v) 为理想的无畸变的像素坐标, (u',v') 为对应的实际畸变后的像素坐标。 (x,y) 为理想的无畸变的图像坐标, (x',y') 为对应的畸变后的图像坐标。

实际情况中, 可以用主点周围的泰勒级数展开的前几项进行描述。作者只考虑了**径向畸变**的前两项:

$$\begin{aligned}x' &= x + x[k_1(x^2 + y^2) + k_2(x^2 + y^2)^2] \\y' &= y + y[k_1(x^2 + y^2) + k_2(x^2 + y^2)^2]\end{aligned}$$

其中 k_1 和 k_2 为径向畸变系数。径向畸变的中心与主点 (u_0, v_0) 相同, 因此有 (主点周围的泰勒级数):



$$\begin{aligned}u' &= u + (u - u_0)[k_1(x^2 + y^2) + k_2(x^2 + y^2)^2] \\v' &= v + (v - v_0)[k_1(x^2 + y^2) + k_2(x^2 + y^2)^2]\end{aligned}$$

转为矩阵形式:

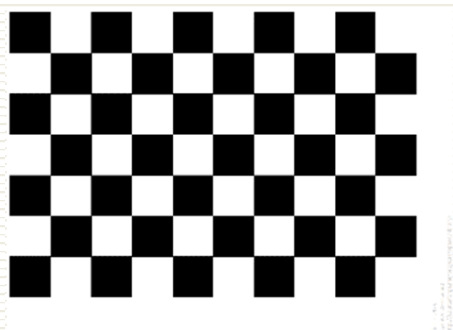
$$\begin{bmatrix}(u - u_0)(x^2 + y^2) & (u - u_0)(x^2 + y^2)^2 \\(v - v_0)(x^2 + y^2) & (v - v_0)(x^2 + y^2)^2\end{bmatrix} \begin{bmatrix}k_1 \\k_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}u' - u \\v' - v\end{bmatrix}$$

给定每张含有 m 个点的 n 张图像, 可以联立所有 $2mn$ 个方程或写为矩阵形式: $Dk=d$, 其中 $k = [k_1, k_2]^T$ 。

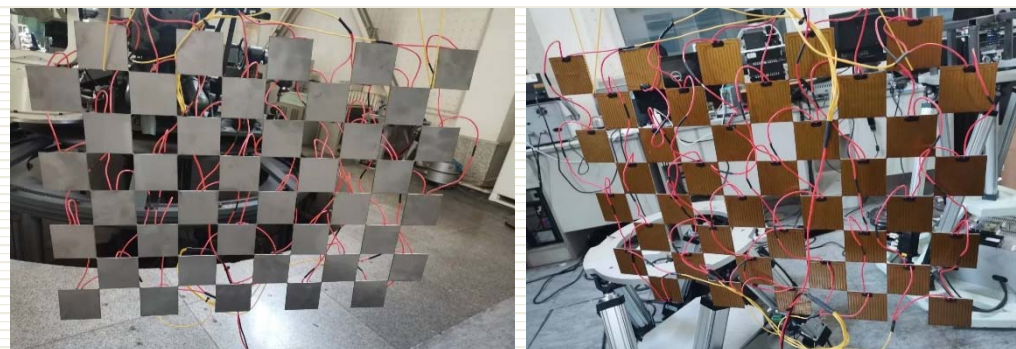
一、单目摄像机标定

5、标定步骤——Matlab标定法

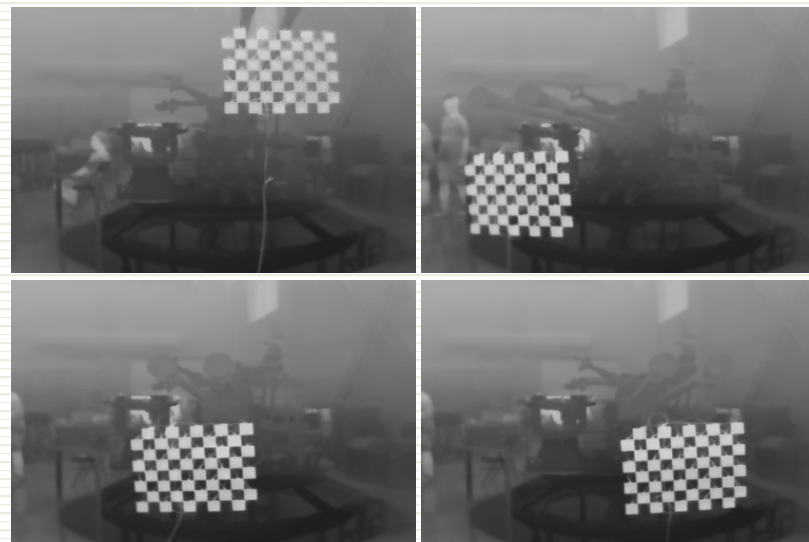
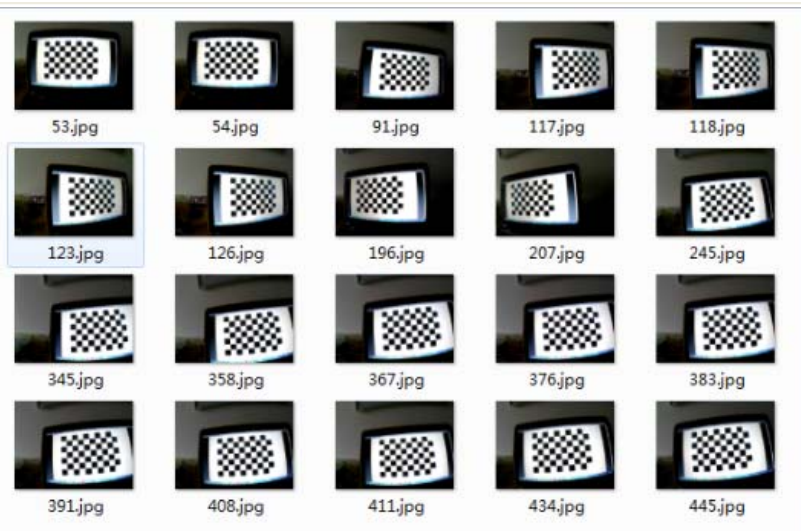
(1) 通过摄像机采集棋盘格数据



可见光图像棋盘格标定板



粘贴发热片的镂空棋盘格标定板



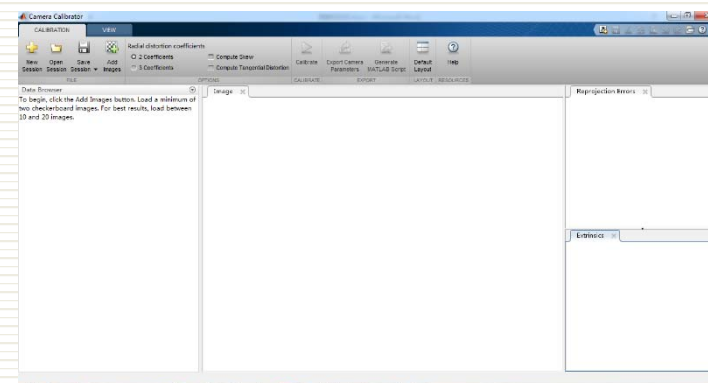
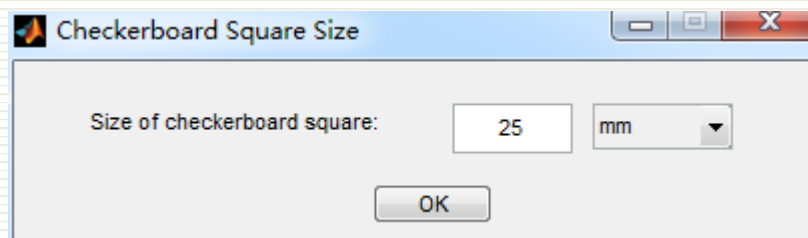


一、单目摄像机标定

(2) 标定

直接而在MATLAB的Command Window里面输入cameraCalibrator即可调用标定应用。

首先先把之前照好的图像添加进去，并设置格子大小。



径向畸变

$$x_{\text{corrected}} = x(1 + k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6)$$

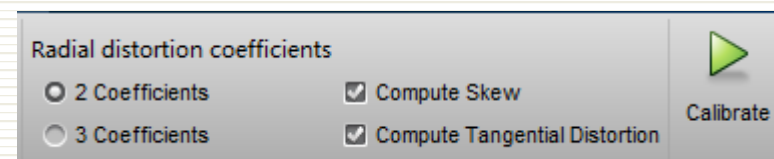
$$y_{\text{corrected}} = y(1 + k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6)$$

切向畸变

$$x_{\text{corrected}} = x + [2p_1xy + p_2(r^2 + 2x^2)]$$

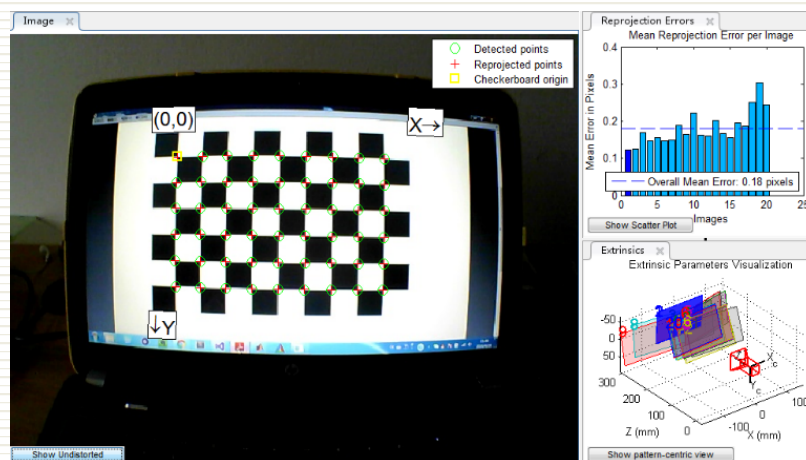
$$y_{\text{corrected}} = y + [p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2xy]$$

$$\text{Distortion_coefficients} = (k_1 \quad k_2 \quad p_1 \quad p_2 \quad k_3)$$



一、单目摄像机标定

点击开始后等待一段时间即可完成标定。



保存参数

CameraModel	1x1 struct
CameraParamet...	1x1 cameraParameters
BoardSet	1x1 vision.internal.calibration.tool.BoardSet
HasEnoughBoar...	1
CanExport	1
IsChanged	0
ExtrinsicsView	'CameraCentric'
ErrorsView	'BarGraph'
Filename	'C:\Users\QiangWang\Desktop\calibratio...
ExportVariableN...	'cameraParams'

第二行

Property	Value	Min	Max
RadialDistortion	[-0.3203,0.1177]	-0.32...	0.1177
TangentialDistor...	[-0.0055,0.0014]	-0.00...	0.0014
WorldPoints	54x2 double	0	144
WorldUnits	'mm'		
EstimateSkew	1		
NumRadialDisto...	2	2	2
EstimateTangent...	1		
TranslationVecto...	20x3 double	-169....	304.0...
ReprojectionErr...	54x2x20 double	-0.59...	0.6367
NumPatterns	20	20	20
IntrinsicMatrix	[445.0538,0,0;0.1921,447.3691,0;327.1490,...	0	447.3...
MeanReprojecti...	0.1811	0.1811	0.1811
RotationMatrices	3x3x20 double	-0.30...	0.9999



一、单目摄像机标定

其中RadialDistortion对应k1, k2, k3设置为0了。

TangentialDistortion对应p1, p2。

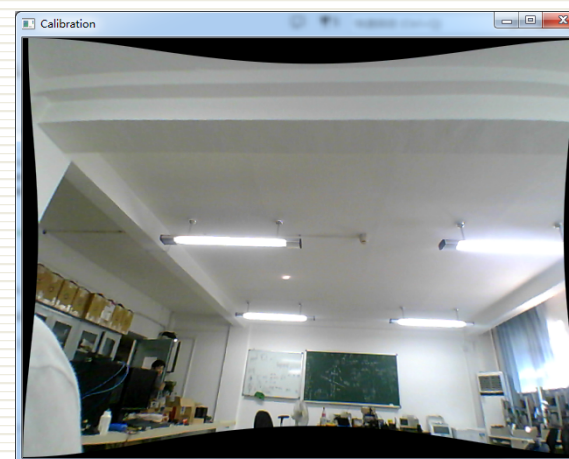
IntrinsicMatrix对应内参，注意这个和OpenCV中是转置的关系。

445.0538	0	0
0.1921	447.3691	0
327.1490	244.2735	1

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & \lambda & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}$$



畸变校正前



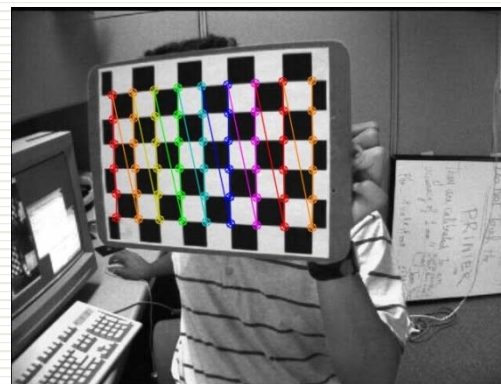
畸变校正后



一、单目摄像机标定

5、标定步骤——OpenCV标定法

- (1) 读取N幅标定图片, N可以自行设置.
- (2) 调用`findChessboardCorners()`寻找棋盘角点; 如果寻找到所有的角点, 则函数返回1, 表示成功, 并得到角点在图像坐标系下的像素坐标, 否则返回0, 角点寻找不成功.
- (3) 如果寻找角点成功, 则调用`findCornerSubPix()`进一步得到角点亚像素级坐标值, 并且保存所得到的亚像素级坐标值.
- (4) 将角点亚像素级坐标值以及角点在世界坐标系下的物理坐标值代入函数`calibrateCamera()`中, 得到摄像机内外参数值.





一、单目摄像机标定

4、摄像机标定具体实现

寻找棋盘图的内角点位置

```
int findChessboardCorners( const void* image,  
CvSize pattern_size, CvPoint2D32f* corners, int*  
corner_count=NULL, int  
flags=CV_CALIB_CB_ADAPTIVE_THRESH );
```

参数

Image 输入的棋盘图，必须是8位的灰度或者彩色图像。

pattern_size 棋盘图中每行和每列角点的个数。

Corners 检测到的角点

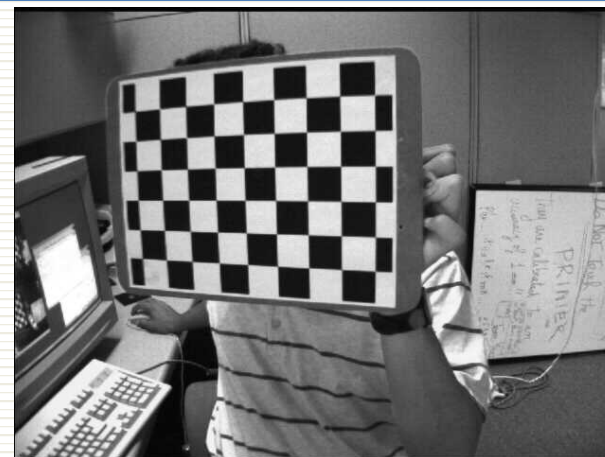
corner_count 输出角点的个数。如果不是NULL，函数将检测到的角点的个数存储于此变量。

Flags 各种操作标志，可以是0或者下面值的组合：

CV_CALIB_CB_ADAPTIVE_THRESH - 使用自适应阈值（通过平均图像亮度计算得到）将图像转换为黑白图，而不是一个固定的阈值。

CV_CALIB_CB_NORMALIZE_IMAGE - 在利用固定阈值或者自适应的阈值进行二值化之前，先使用cvNormalizeHist来均衡化图像亮度。

CV_CALIB_CB_FILTER_QUADS - 使用其他的准则（如轮廓面积，周长，方形形状）来去除在轮廓检测阶段检测到的错误方块。





一、单目摄像机标定

寻找亚像素角点

```
void findCornerSubPix( const CvArr* image, CvPoint2D32f* corners, int  
count, CvSize win, CvSize zero_zone, CvTermCriteria criteria );
```

参数

image 输入图像.

corners 输入角点的初始坐标, 也存储精确的输出坐标

count 角点数目

win 搜索窗口的一半尺寸。如果 $\text{win}=(5, 5)$ 那么使用 $5*2+1 \times 5*2+1 = 11 \times 11$ 大小的搜索窗口

zero_zone 死区的一半尺寸, 死区为不对搜索区的中央位置做求和运算的区域。它是用来避免自相关矩阵出现的某些可能的奇异性。当值为 $(-1, -1)$ 表示没有死区。

criteria 求角点的迭代过程的终止条件。即角点位置的确定, 要么迭代数大于某个设定值, 或者是精确度达到某个设定值。criteria 可以是最大迭代数目, 或者是设定的精确度, 也可以是它们的组合



一、单目摄像机标定

计算摄像机的内参数和外参数

```
void calibrateCamera( const CvMat* object_points,  
                      const CvMat* image_points,  
                      const CvMat* point_counts,  
                      CvSize image_size,  
                      CvMat* intrinsic_matrix,  
                      CvMat* distortion_coeffs,  
                      CvMat* rotation_vectors=NULL,  
                      CvMat* translation_vectors=NULL,  
                      int flags=0 );
```

参数

object_points 定标点的世界坐标。

image_points 定标点的图像坐标。

point_counts 指定不同视图里点的数目。

image_size 图像大小，只用在初始化内参数时。

intrinsic_matrix 输出**内参矩阵**(A)，如果指定CV_CALIB_USE_INTRINSIC_GUESS和（或）CV_CALIB_FIX_ASPECT_RATIO， f_x 、 f_y 、 c_x 和 c_y 部分或者全部必须被初始化。

distortion_coeffs 输出大小为 5×1 的向量，里面为**形变参数** $[k_1, k_2, p_1, p_2, k_3]$ 。

rotation_vectors 输出大小为 $3 \times M$ 或者 $M \times 3$ 的矩阵，里面为**旋转向量**

translation_vectors 输出大小为 $3 \times M$ 或 $M \times 3$ 的矩阵，里面为**平移向量**。



一、单目摄像机标定

6、畸变校正

```
void initUndistortRectifyMap( InputArray cameraMatrix, InputArray  
distCoeffs, InputArray R, InputArray newCameraMatrix, Size size, int  
m1type, OutputArray map1, OutputArray map2 );
```

cameraMatrix 摄像机内参数矩阵(A) $\begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

distCoeffs 畸变系数向量 $[k_1, k_2, p_1, p_2]$, 大小为4x1或者1x4。

R 单位阵

map1 x坐标的对应矩阵。

map2 y坐标的对应矩阵。

函数**initUndistortRectifyMap**预先计算非形变对应—正确图像的每个像素在形变图像里的坐标。这个对应可以传递给remap函数（跟输入和输出图像一起）。

```
void remap( const CvArr* src, CvArr* dst, const CvArr* mapx, const  
CvArr* mapy, int flags=CV_INTER_LINEAR+CV_WARP_FILL_OUTLIERS, CvScalar  
fillval=cvScalarAll(0) );
```

src 输入图像. **dst** 输出图像.

mapx x坐标的映射 (32fC1 image).

mapy y坐标的映射 (32fC1 image).

flags 插值方法



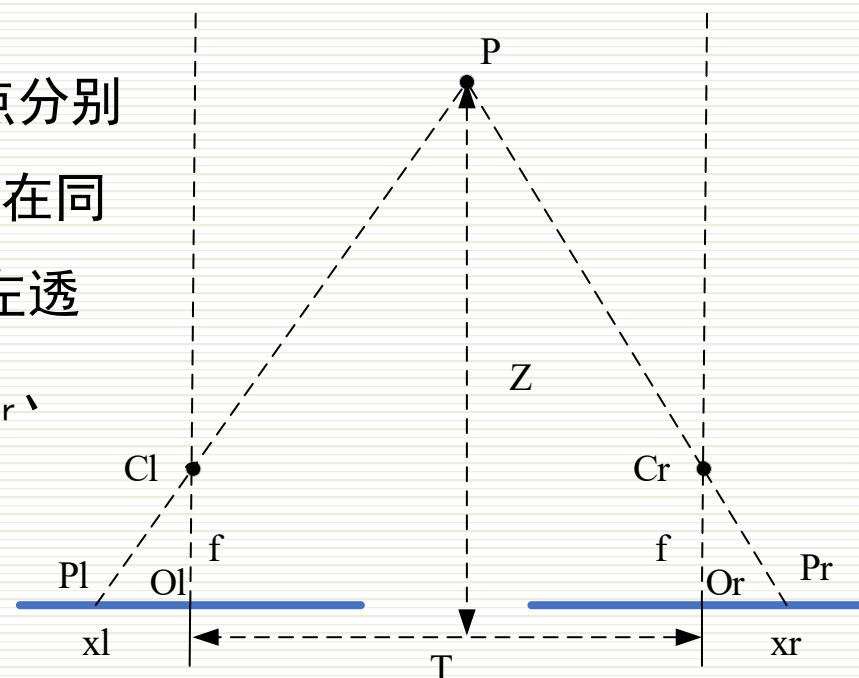
二、双目摄像机标定

1、双目摄像机成像模型

场景点P在左、右图像平面中的投影点分别为 $P_l(x_l, y_l)$ 、 $P_r(x_r, y_r)$ ，两摄像机图像在同一平面则 $y_l = y_r$ ，假设世界坐标系原点与左透镜中心重合，比较相似三角形 PP_lP_r 和 PC_lC_r 、 PNC_r 和 PrO_rC_r ，

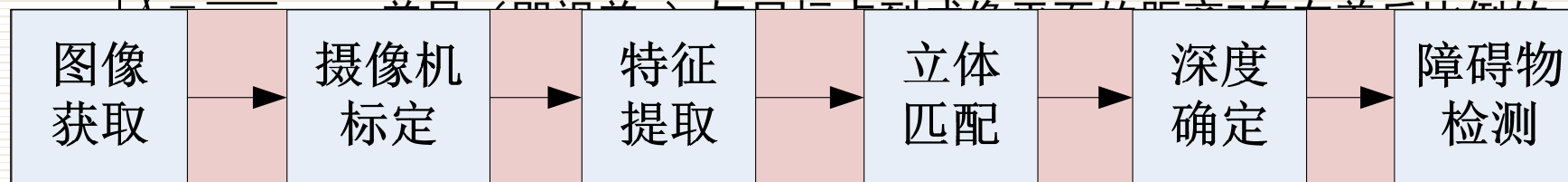
$$\frac{T - (x_l - x_r)}{Z + f} = \frac{T}{Z} \quad Z = \frac{Tf}{x_l - x_r}$$

视差 $d = x_l - x_r$



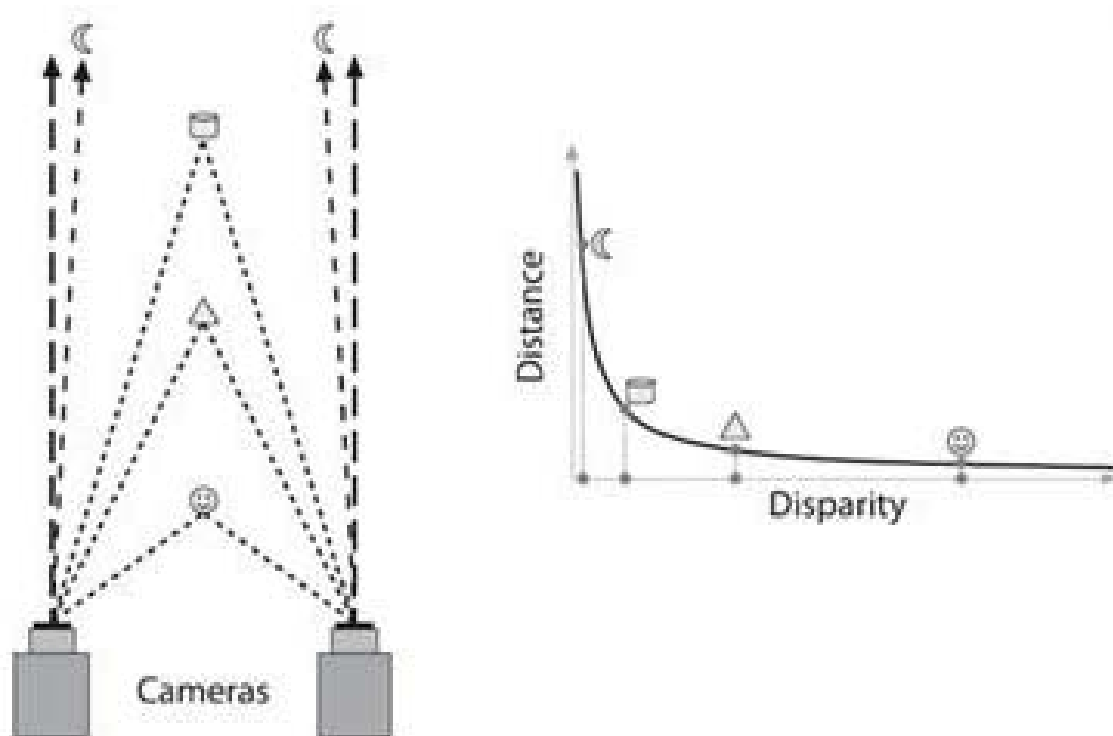
$$\begin{cases} x = \frac{T x_l}{d} \end{cases}$$

利用目标点在左右两幅视图上成像的横向坐标直接存在的



即可确定该点的三维坐标。

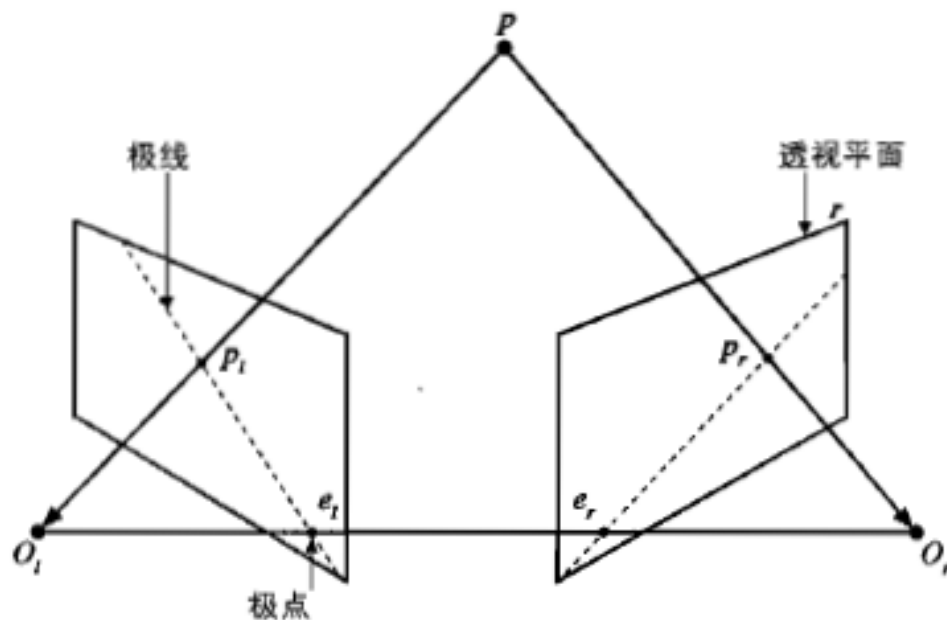
二、双目摄像机标定



深度与视差成负相关

二、双目摄像机标定

2、对极几何



极点：投影中心的连线与两个投影面的交点

极面：观测点 P 与两个投影中心 O_l 和 O_r 确定的面

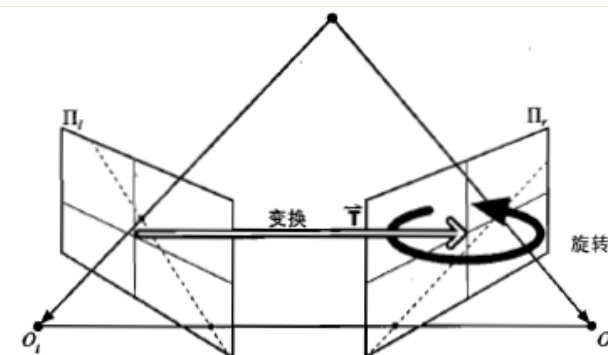
极线：线 $P_l e_l$ 和 $P_r e_r$ (投影点与对应极点之间的连线)

二、双目摄像机标定

3、立体标定

查找两个摄像机之间的旋转矩阵 R 和平移向量 T 。

具体实现：拍摄不同角度的多个棋盘图像，确定角点位置，采用函数`stereoCalibrate()`求出两台摄像机之间的旋转、平移参数以及本征矩阵和基础矩阵。



```
double stereoCalibrate(InputArrayOfArrays objectPoints, InputArrayOfArrays imagePoints1,  
InputArrayOfArrays imagePoints2, InputOutputArray cameraMatrix1, InputOutputArray distCoeffs1,  
InputOutputArray cameraMatrix2, InputOutputArray distCoeffs2, Size imageSize, OutputArray R,  
OutputArray T, OutputArray E, OutputArray F, int flags=CALIB_FIX_INTRINSIC, TermCriteria  
criteria=TermCriteria(TermCriteria::COUNT+TermCriteria::EPS, 30, 1e-6))
```

- **objectPoints** - 三维物体在M幅图像中的每一幅图像上的K个点的物理坐标
- **imagePoints1** - 通过第一台相机观测到的图像上面的点向量组.
- **imagePoints2** - 通过第二台相机观测到的图像上面的点向量组.
- **cameraMatrix1** - 输入或者输出第一个相机的内参数矩阵
- **distCoeffs1** - 输入/输出第一个相机的畸变系数向量
- **cameraMatrix2** - 输入或者输出第二个相机的内参数矩阵
- **distCoeffs2** - 输入/输出第二个相机的畸变系数向量
- **imageSize** - 图像文件的大小——只用于初始化相机内参数矩阵。
- **R** - 输出第一和第二相机坐标系之间的旋转矩阵。
- **T** - 输出第一和第二相机坐标系之间的平移向量
- **E** - 输出本征矩阵。
- **F** - 输出基础矩阵。
- **term_crit** - 迭代优化算法终止的标准



二、双目摄像机标定

4、立体校正

根据立体标定结果，可以校正两幅立体图像，使得极线沿着图像行对准，并且穿过两幅图像的扫描线也是相同的。可使得立体匹配更可靠。

```
void stereoRectify(InputArray cameraMatrix1, InputArray distCoeffs1,  
InputArray cameraMatrix2, InputArray distCoeffs2, Size imageSize,  
InputArray R, InputArray T, OutputArray R1, OutputArray R2, OutputArray P1,  
OutputArray P2, OutputArray Q, int flags=CALIB_ZERO_DISPARITY, double  
alpha=-1, Size newImageSize=Size(), Rect* validPixROI1=0, Rect* validPixROI2=0)
```

返回参数：

R1和R2左右摄像机平面间行对准的校正旋转矩阵。

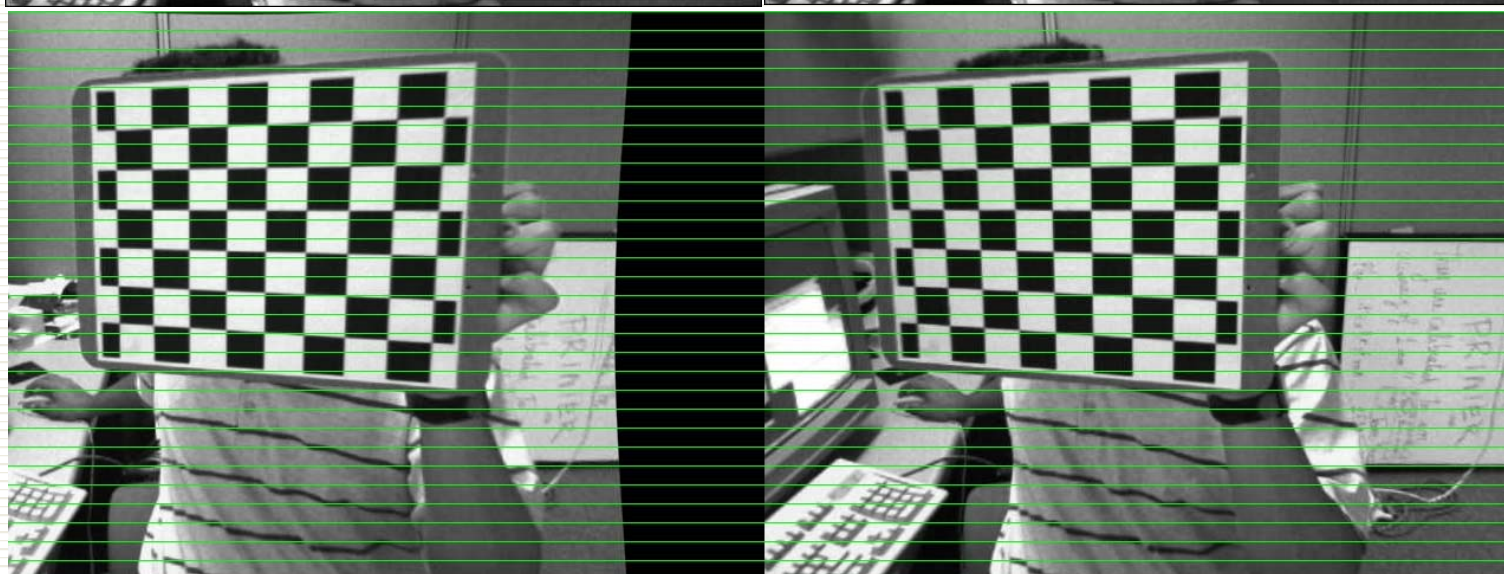
P1和P2左右投影矩阵。

二、双目摄像机标定

校正前



校正后





二、双目摄像机标定

5、立体匹配

匹配两个不同摄像机视图的3D点。可以通过两个不同摄像机视图中的匹配点之间的三角测量视差值来求取深度值。

块匹配立体算法

```
void findStereoCorrespondenceBM(const CvArr *leftImage, const CvArr  
*rightImage, CvArr *disparityResult, Cv StereoBMState *BMState)
```

返回参数：

leftImage 输入左图像

rightImage 输入右图像

disparityResult 输出视差图

BMState BM算法

二、双目摄像机标定

原图



视差图

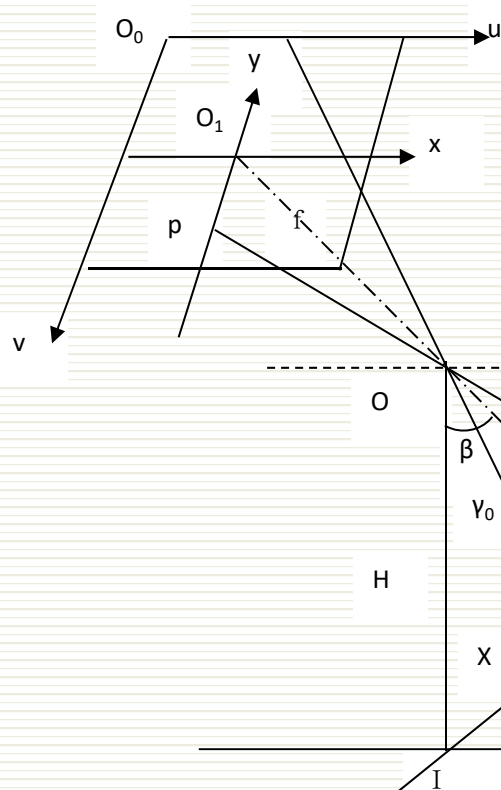




单目测距方法

Y轴方向测距模型

- XIY 为世界坐标系， xo_1y 为图像坐标系， uov 为像素坐标系。
- 摄像机的安装高度为 H ，俯视角为 α ，仰视角 $\beta = \gamma_0 + \gamma_1$ 。
- 道路平面上的一点 $Q(X, Y)$ 在 Y 轴方向上的投影为 $P(0, Y)$ ，在图像坐标系上的投影点坐标为 $p(0, y)$ ，像素坐标系上的坐标为 (u, v) 摄像机的焦距为 f 。



$$Y = H \times \tan(\beta + \gamma_2) = H \times \tan\left(\beta + \arctan\left(\frac{y}{f}\right)\right)$$

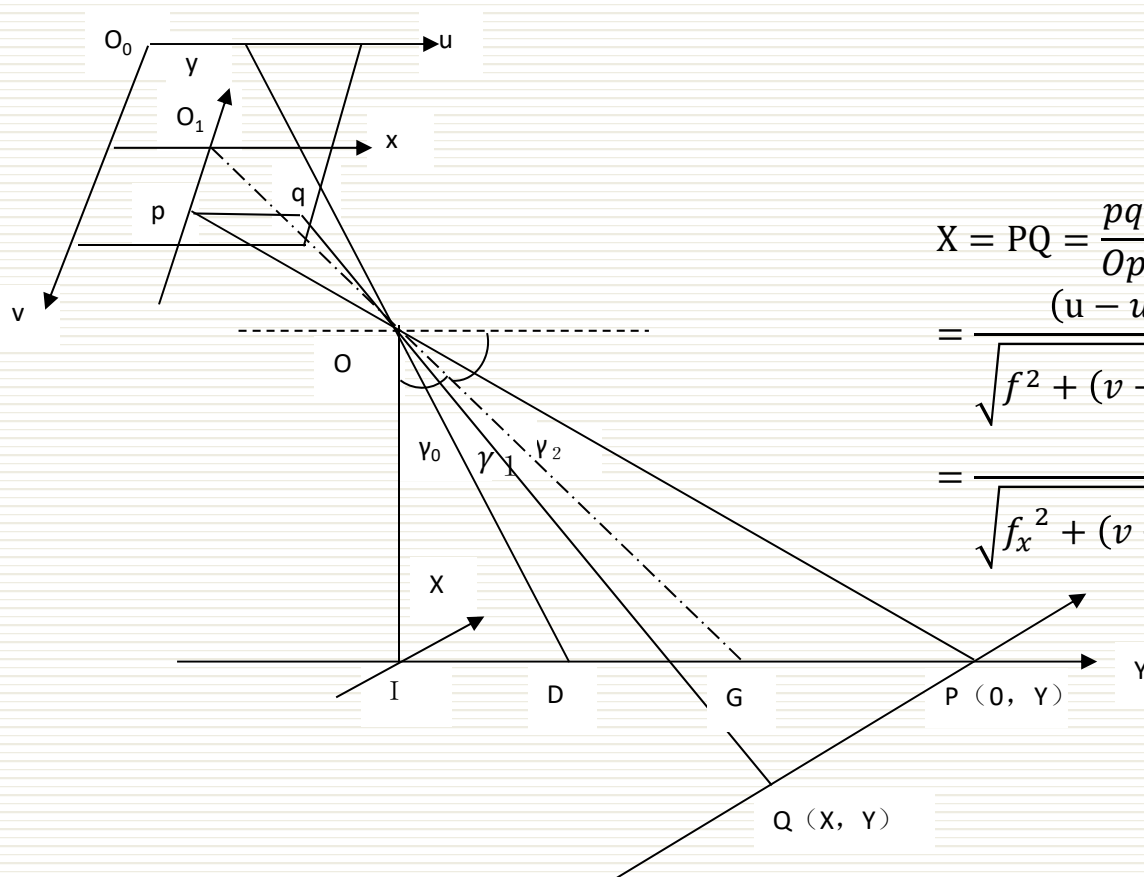
$$f_y = \frac{f}{d_y}, \quad y = (v - v_0)d_y, \quad Y = H \times \tan\left(\beta + \arctan\left(\frac{v - v_0}{f_y}\right)\right)$$



单目测距方法

X轴方向测距模型

位于道路平面上的一点Q (X, Y)，投影到Y轴上的坐标为P (0, Y)，投影到图像坐标系上的坐标为q (x, y)，像素坐标系上的坐标为Q'' (u, v)，

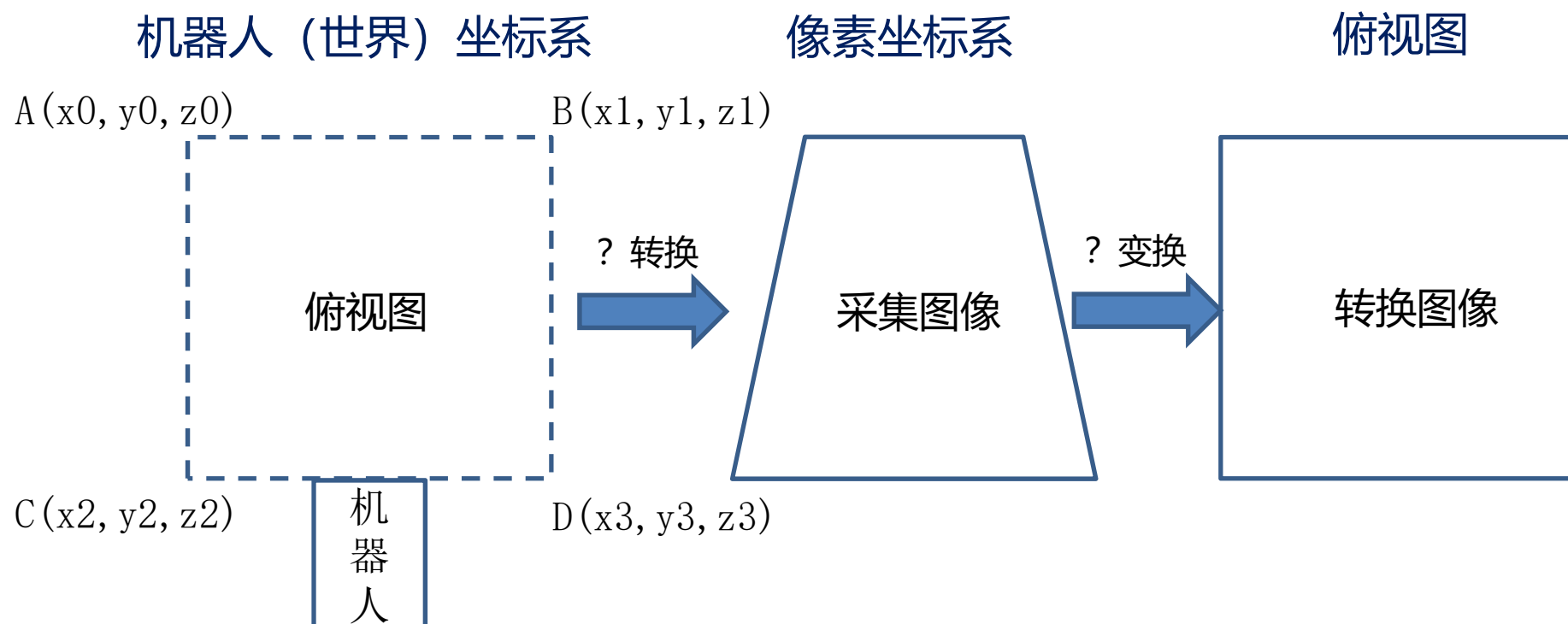


$$\frac{Op}{pq} = \frac{OP}{PQ}$$

$$\begin{aligned} X = PQ &= \frac{pq}{Op} \times OP \\ &= \frac{(u - u_0)d_x}{\sqrt{f^2 + (v - v_0)^2 d_y^2}} \times \frac{H}{\cos\left(\beta + \arctan\left(\frac{v - v_0}{f_y}\right)\right)} \\ &= \frac{(u - u_0) \times H}{\sqrt{f_x^2 + (v - v_0)^2} \times \cos\left(\beta + \arctan\left(\frac{v - v_0}{f_y}\right)\right)} \end{aligned}$$



坐标转换



查询外参关系可获得机器人坐标系base_link
到摄像机坐标系camera之间的关系。

lookupTransform

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & t \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

课堂测试6 —— 编写程序：



- 1、单目摄像机标定程序
- 2、双目摄像机标定程序