

# Design and Analysis of Algorithms

## Tutorial 8: Graph Algorithms



童咏昕

北京航空航天大学 计算机学院

[yxtong@buaa.edu.cn](mailto:yxtong@buaa.edu.cn)

# 问题1

---

- 令图  $G = (V, E)$  为一个连通的无向图。证明：
$$\log(E) = \Theta(\log V)$$

## 问题2

---

- 带权无向图  $G = (V, E)$ , 其边所带权值均非负,  $T$  为  $G$  的一颗最小生成树。现将图  $G$  的每条边的权值  $w$  替换为  $w^2$ , 得到一个新的图  $G'$ .
    - $T$  是否仍为所得新的图的最小生成树?
    - 原图  $G$  中由结点  $u$  到结点  $v$  的一条最短路径  $u \rightarrow v$  是否仍为新的图中由  $u$  到  $v$  的最短路径?
- 请证明或推翻上述两个猜想。

## 问题3

---

- 无向图  $G = (V, E)$ , 每条边的权值  $c_e \geq 0$ .  $T$  为图  $G$  的一个最小生成树。现向图  $G$  中添加一条新的边  $(u, v)$ , 其权值为  $c$ . 请给出一个算法测试  $T$  是否仍为新得到的图的最小生成树。算法的时间复杂度要求为  $O(|V|)$ .