Vol. 39 No. 2 Feb. 2018

基于简正波和波叠加法的水下非自由声场 重建技术仿真研究

周思同,何琳,帅长庚,杨家轩

(海军工程大学 船舶振动噪声重点实验室,湖北 武汉 430033)

摘要:为了解决大型结构体声场重建过程中需要大面积的测点布放难题,提出一种可利用水平直线阵进行声场重建的计算方法。该方法通过结构体表面振速确定直线和圆形虚拟源分布,然后利用波叠加法进行声场重建。在此基础上,通过插值迭代法提高少测点条件下的重建精度。提出基于简正波原理的波叠加技术,修正了浅海信道中能量分布的不均匀性对重建结果影响。从虚拟源形状、收发距离、信号频率、水深等方面分析了声场重建性能。理论及仿真结果表明,提出的声场重建方法在非自由场环境下简单有效,联合虚拟源分布对复杂结构体的适应性较强,为今后水下复杂结构体的声场重建工程应用提供了参考和依据。

关键词: 声场重建; 波叠加法; 简正波; 线列阵

中图分类号: TB532 文献标志码: A 文章编号: 1000-1093(2018)02-0338-07

DOI: 10.3969/j. issn. 1000-1093. 2018. 02. 017

Simulation Research on Underwater Non-free Sound Field Reconstruction Based on Normal Mode and Wave Superposition

ZHOU Si-tong HE Lin SHUAI Chang-geng YANG Jia-xuan

(National Key Laboratory on Ship Vibration and Noise Naval University of Engineering , Wuhan 430033 Hubei China)

Abstract: Considering that amounts of measuring points need to be laid for reconstructing the sound field of large structure, a calculation method of using a horizontal linear array to reconstruct the sound field is proposed. The distribution of circular and straight-line virtual sources is determined from the vibrating velocity of structural surface, and the sound field is reconstructed by using wave superposition method. On this basis, the interpolation iteration method is adopted to improve the reconstruction accuracy under the condition of less measuring points. The influence of the uneven distribution of energy in shallow water channel on reconstruction is corrected according to the principle of normal mode. The reconstruction performance of sound field is analyzed from the aspects of virtual source shape, transmitting or receiving distance, signal frequency and water depth. The theoretical and simulated results show that the proposed method is simple and effective for reconstruction of sound field in the non-free field environment. The distribution of complex virtual source is more adaptable to complex structures.

Key words: sound field reconstruction; wave superposition; normal mode; linear array

收稿日期: 2017-04-19

作者简介: 周思同(1989—) ,男 ,博士研究生。E-mail: eilzhou@163.com

通信作者: 帅长庚(1975—) ,男 ,教授 ,博士生导师。E-mail: chagshuai@163.com

0 引言

声辐射快速预报对声场监测及减振降噪有重要 的意义。目前 针对大型结构体的辐射噪声预报主 要通过在结构体附近布放大量声压或振速传感器, 利用近场声全息(NAH)技术[1]进行结构体的声场 重建。如声辐射模态法可以利用结构体表面的少量 法向振速、声压数据进行复杂结构体的辐射噪声重 建 但需要解决模态阶数的选取、测点优化布置等问 题[2]; 基于空间 Fourier 变换法的 NAH 虽然原理简 单 但是要求测量面和声源面都为规则形状(如平 面、柱面、球面和椭球面等);基于边界元法的 NAH 虽然可以对任意形状的振源进行分析,但计算量大, 而且其中存在的奇异积分处理和特征波数处解的非 惟一性等问题[3];基于 Helmholtz 最小二乘法的 NAH 是将振源分解成有限个数模态的正交球面波 的叠加 而随着分解数目的增加计算量急剧上升 而 且对干非球形结构体,其计算精度也受到影响[4]。 互易法是通过结构内部振动与辐射噪声之间的传递 函数 结合噪声源特性,评估其辐射噪声,但对于流 激噪声、螺旋桨等噪声源并不适用。

波叠加法^[5]虽然不存在边界元法中奇异积分处理问题 实现过程简单 具有较高的计算精度与计算效率 ,且不要求测量面与辐射面共型 ,但是需要解决虚拟源优化配置的问题。近年来国内不少学者对波叠加方法进行了研究 ,将其运用于大型结构体的声辐射预报。如李冰茹等^[6] 采用结构表面振动数据作为全息面 利用波叠加法进行大型结构体的声场重建 ,并指出对于虚拟源的布置需要进一步研究。孙超等^[7]用边界元软件重建了大型圆柱壳的辐射声场 ,并将结果与叠加法进行对比 ,证明了波叠加法对其声场,进行全息重建方法的有效性。陈鸿洋等^[8]提出声场匹配波叠加方法 ,得到最优等效源位置。但上述波叠加方法仅针对规则圆柱形结构体进行了缩比虚拟源的研究 ,对于非规则结构体的虚拟源确定较为复杂。

综上所述,目前 NAH 方法存在的问题可归纳为两点:一是对重建的声源表面形状的适应性差,不适合大型复杂结构体的声场重建;二是对于工程实际中的水下大尺寸结构,进行近距离、大面积的测点布放实施难度较大,成本较高。针对上述测量方式的不足,本文提出在大型结构体周围布放水平直线阵,通过 Patch 波叠加法进行结构体水平方向辐射噪声声场重建。同时考虑浅海非自由场环境对重建结果

的影响 利用简正波模型进行声场修正。进一步分析了虚拟源形状、收发距离、信号频率、水深对声辐射预报的影响 以期更好地将波叠加法运用于水下声辐射预报。该方法利用少量阵元即可实现在浅海复杂环境中对大型结构体水平方向声场重建及声源级评估,计算量低,对复杂圆柱结构体的适应性较好,对水听器阵列布放要求较低。

1 基于波叠加法的自由声场重建理论及 仿真

波叠加法也称等效源法(WSM),由 Koopmann于 20 世纪 80 年代末首次提出。其基本思想是: 假想结构体内部存在无数个不同强度、不同相位的点源。这些点源的声场相叠加等效为结构体声场。如图 1 所示: 0 为这些点源的中心,A 为其中 1 个点源,该点距结构中心 0 的距离为 r_i ; B 为结构体外部一点,该点距结构中心 0 的距离为 r_k . 通过将振动体表面的法向振速或近场声压数据计算得到点源的源强,然后将点源的辐射声场进行叠加来估计振动体表面的声学量和预测整个外部声场。

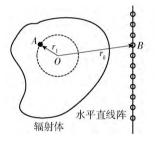


图 1 结构体内等效源分布

Fig. 1 Equivalent sources in radiator

波叠加的公式推导如下: 辐射体 R 在 B 处的声压是辐射体内部所有简单辐射源贡献的积分 即

$$p(r_k) = i\rho_0 \omega \int_{\mathbb{R}} q(r_1) g(|r_k - r_1|) dR(r_1) , (1)$$

式中: ρ_0 为介质的平均密度; ω 为结构体振动角频率; $q(r_1)$ 为结构体内部 A 处简单源强度。点源 A 自由空间格林函数定义为

$$g(|r_k - r_1|) = \frac{e^{-ik|r_k - r_1|}}{(4\pi |r_k - r_1|)}, \qquad (2)$$

式中: k 为波数。为了方便求解 $_{i}$ $_$

$$p(r_k) = \sum_{i=1}^{N} Q_i i\omega \rho_0 g(|r_k - r_i|) , \qquad (3)$$

式中: N 为简单源的个数; Q_i 为第 i 个简单源的强度。

(3) 式给出了分布在结构体内部 N 个简单源在任意处的声场。设向量 $P = [p(r_1), p(r_2), \cdots, p(r_M)]^T$ 为水平阵列 M 个接收测点的复声压 $r_1 \sim r_M$ 分别为 M 个接收测点距结构中心 O 的距离。 $Q = [Q_1, Q_2, \cdots, Q_N]^T$ 为 N 个简单源的源强向量,即体积速度向量。(3) 式转换成矩阵形式为

$$P = MQ. (4)$$

系数矩阵 M 中各元素为

$$M_{ki}(|r_k - r_i|) = i\omega \rho_0 g(|r_k - r_i|). \tag{5}$$

因此 通过水平直线阵接收复声压向量 P 可求得体积速度向量 Q 向量 Q 包含了等效源的相位信息与强度信息 ,再通过(3) 式可计算出任意位置的声压分布[9]。

通过仿真来检验基于水平线阵的声场重建技术 的有效性。首先通过有限元自动匹配边界(AML) 方法建立了结构体辐射噪声分析模型,得到结构体 在自由场条件下振速分布及辐射噪声分布。AML 技术是经历了声学无限元技术和完全匹配层技术 后 由多求解器有限元建模与分析软件 LMS Virtual. Lab10 开发出的新技术。这种方法不需要添加人 工声学吸收层网格,只要画出声学有限元声辐射边 界条件 就会自动定义吸收层和吸收系数 从而提高 了计算精度 也提高了计算速度 针对计算外场辐射 噪声的问题具有巨大优势。仿真参数如下: 模型长 70 m ,直径约 6 m ,材料密度 7 850 kg/m³ ,杨氏模量 2.1 × 10¹¹ N/m²,泊松比为 0.3,网格单位长度 0.2 m ,可计算信号最高频率 1 250 Hz. 流体介质密 度 1 000 kg/m³ ,声速 1 500 m/s. 在模型上取 3 点作 为单频激励源,频率 500 Hz,激励大小均为 100 N. 图 2 为辐射体表面振速云图 ,图 3 为辐射体轴向若 干位置的振速值。从图 3 可看出,结构体振动的不 均匀性 在其轴向 - 26 ~ - 10 m、20 ~ 30 m 之间具 有不同程度的振动。



图 2 结构体表面振速分布

Fig. 2 Vibrating velocity on structural surface

利用 WSM 进行大型结构体的声场重建时,由于直阵列所包含的水听器个数有限,测量范围存在盲区,需要合理配置虚拟源,获得较高的重建精度。在这里采用直线虚拟源、直线与圆形联合虚拟源

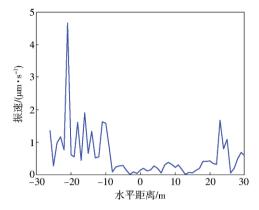


图 3 结构体轴向振速分布

Fig. 3 Structural longitudinal vibration velocity

两种方式进行声场重建。直线虚拟源采用单极子形式 沿结构体轴向均匀分布 ,虚拟源间隔 1 m ,虚拟源个数为 150; 圆形虚拟源根据结构体表面振速来确定。因此选择 9 个圆形虚源面 ,虚源点以半径 r=2.2 m 孤度 $\theta=4^\circ$ 均匀分布 ,共 810 个虚源点 ,圆心坐标分别为(0,-11 m)、(0,-14 m)、(0,-16 m)、(0,-18 m)、(0,-21 m)、(0,-26 m)、(0,23 m)、(0,24 m)、(0,25 m). 全息面选择距离模型 200 m处与模型平行的直线阵 ,阵元数为 150 ,阵元间距为 1 m ,声场重建结果如图 $4 \sim 图 6$ 所示。

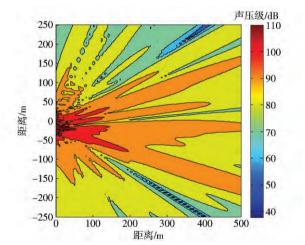


图 4 有限元理论声场

Fig. 4 Sound field by FEM

图 4 为通过有限元求得结构体右舷辐射声场的俯视图 其中结构体中心位于坐标原点 沿 y 轴方向放置。从图 4 可看出 ,结构体的辐射噪声指向性复杂 ,存在多个波瓣。图 5、图 6 为不同虚拟源方式的重建水平声场。图 4~图 6 对比可看出 ,由于接收阵列长度有限 ,直线虚拟源分布的重建声场存在较大的测量盲区 ,仅能实现声源中心到阵列两端扇形范围的声场重建 ,而圆形与直线的联合虚源重建声

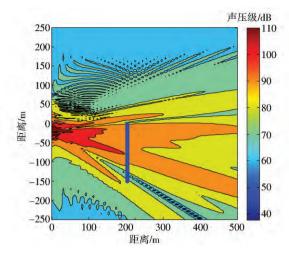


图 5 直线虚拟源重建声场

Fig. 5 Linear equivalent sources

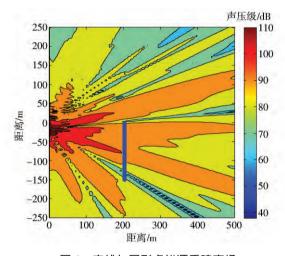


图 6 直线与圆形虚拟源重建声场

Fig. 6 Complex equivalent sources

场较为理想,重建范围较大。这是由于根据结构体表面振速来确定圆形虚拟源分布,提高主要辐射位置的贡献度。

由于主要关心结构体远场声源级 ,因此选取距离结构体中心 500 m 处 -90° ~90°(x 轴方向为 0°) 均匀分布的若干声压数据 ,通过球面扩展损失转化得到结构体 1 m 处的声源级作为理论值 ,对比不同虚源的重建范围与精度。如图 7 所示 ,可看出圆形 +直线虚源声源级预报较为理想 ,在 -40° ~40°方向内预报误差小于 3 dB ,重建声场在艏艉部位存在一定误差。

需要注意: 由于仅采用水平线阵进行声场重建,缺少垂直声压信息,因此本文所提出方法只能进行结构体水平方向的声场重建。且接收阵元个数小于虚拟源个数,矩阵 P = MQ 属于欠定方程,求解体积速度矩阵 Q 需要进行正则化处理来解决不适定问

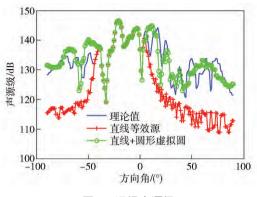


图 7 远场声源级

Fig. 7 Far-field source levels

题 ,如采用 Tikhonov 方法 + L^[10] 曲线法。

2 直线阵列的 Patch 波叠加声场重建理论 及仿真

Patch 近场声全息(Patch NAH)是一种可以在小全息测量孔径条件下实施的 NAH 技术 其基本方法是通过较小全息面数据的内插与外推 扩大重建精度与重建范围。Sarkissian^[11]将 WSM 用于全息面的扩展和插值。徐亮等^[12]提出基于 WSM 的 Patch NAH 技术 并对重建误差和正则化方法做了详细讨论。而上述方法主要应用于平面接收阵列的插值与外推 并未考虑直线阵列的声场重建性能。由于船舶拖曳阵的水听器数量有限及阵元间距较大 为了控制重建误差 提出基于直线阵列的 Patch 波叠加方法。如图 8 所示 在相邻阵元、等间距的位置进行插值迭代 实现对声场预测的误差修正 具体步骤如下:

步骤 1 由(4)式可知,对通过传感器接收的场外声压向量 P_m 进行声场重建,获取插值点声压向量 P_n^1 为

$$P_{v}^{1} = M_{v}Q_{1} = M_{v}(M_{m}^{-1}P_{m}) , \qquad (6)$$

式中: M_m 、 M_v 分别为接收传感器、插值点与虚拟源的传递系数矩阵; M_m^{-1} 为 M_m 的广义逆矩阵。将外场



图 8 数据内插示意图

Fig. 8 Model of data interpolation

声压向量 P_m 与插值声压向量 P_v^1 联合进行声场重建 *重新*获取插值点声压向量 P_v^2 为

$$\boldsymbol{P}_{v}^{2} = \boldsymbol{M}_{v} \boldsymbol{Q}_{2} = \boldsymbol{M}_{v} \begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_{m} \\ \boldsymbol{M}_{v} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{P}_{m} \\ \boldsymbol{P}_{v}^{1} \end{bmatrix}. \tag{7}$$

步骤 2 将新获取声压向量 P_v^2 代替 P_v^1 进行迭代计算 直至归一化均方误差(NMSE) 收敛或达到最大迭代次数。

NMSE 其表达式为

$$NMSE = \frac{\sum_{i=1}^{M} |p(r_i) - \hat{p}(r_i)|^2}{\sum_{i=1}^{M} |p(r_i)|^2}.$$
 (8)

式中: $p(r_i)$ 为 M 个接收点的复声压测量值; $\hat{p}(r_i)$ 表示对应的重建值。 NMSE 反映了 $p(r_i)$ 与 $\hat{p}(r_i)$ 之间的接近程度。

通过仿真验证直线阵列的 Patch 波叠加算法的有效性 ,全息面选择距离模型 200 m 处与模型平行的直线阵 ,阵元数为 30 ,阵元间距为 5 m 相邻阵元之间添加 4 个插值点 插值点间距为 1 m ,其余仿真参数与第 1 节一致。对比不同迭代次数下远场声源级预测准确性。由图 9 可看出 ,由于测点较少 不经过迭代的预测误差在 5 ~ 10 dB 之间 ,经过 15 次迭代后 在 ~ 40° ~ 0°方向内预测值与理论值基本吻合。通过图 10 可看出 ,经过 5 次以上循环迭代 , NMSE 趋近于稳定 重建结果收敛。由此可知 ,基于直线阵列的 Patch 波叠加方法可有效实现少测点条件下的声场重建 ,提高重建精度。

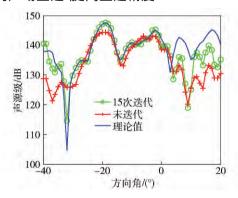


图 9 远场声源级 Fig. 9 Far-field source levels

3 浅海环境下声场重建理论及仿真

考虑实际工程中,传感器需要与结构体保持一定的安全距离,此时需要解决半空间声场重建问题,如火车行驶时的铁轨噪声,水下航行器靠近海底或

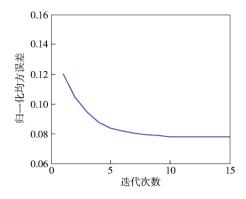


图 10 迭代重建误差

Fig. 10 Reconstruction error

海面时的边界反射等。为了方便、高效地计算半空间声学问题,研究人员发展出半空间 BEM^[13] 将半自由 Green 函数引入 WSM 中,通过射线法分析了半自由声场的重建问题。但射线法是波动声学理论在高频远场条件下的近似,即信号频率需要满足:

$$f > 10c/H , (9)$$

式中: f 是频率; H 是波导深度; c 是声速。由(9) 式可知 射线法适用于高频信号或深海环境 针对低频噪声在浅海环境的辐射声场情况,射线法不适合进行声场重建,因此考虑将 WSM 与简正波模型相结合的方式进行结构体声场重建。

简正波理论中声压表达式为

$$p(r z t) = \frac{i e^{-i\pi/4}}{\rho(z_s) \sqrt{8\pi r}} \sum_{m=1}^{\infty} Z_m(z_s) Z_m(z) \frac{e^{ik_m r}}{\sqrt{k_m}} e^{-j\omega t} ,$$
(10)

式中: m 为简正波阶数; $Z_m(z)$ 为深度 z 下 m 阶简正波特征向量; z_s 为信号深度; k_m 为对应的第 m 阶特征值。可通过有限差分法进行特征值与特征向量的求解 $^{[14]}$ 。

由波叠加原理可知,声场某点处的声压可由所有简单辐射源贡献的积分,将(3)式、(10)式联立可得:

$$p(r_{k}) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{m=1}^{\infty} Z_{m}(z_{s}) Z_{m}(z) \frac{e^{ik_{m}|r_{k}-r_{i}|}}{\sqrt{k_{m}}} \frac{1}{\sqrt{|r_{k}-r_{i}|}} Q_{i}.$$
(11)

由于 Q_i 包含了简单元的强度与相位信息 因此 (10) 式中常数项部分可忽略。(4) 式中的系数矩阵 可改写成如下形式:

$$M_{ki}(|r_{k} - r_{i}|) = \frac{1}{\sqrt{|r_{k} - r_{i}|}} \sum_{m=1}^{\infty} Z_{m}(z_{s}) Z_{m}(z) \frac{e^{ik_{m}|r_{k} - r_{i}|}}{\sqrt{k_{m}}}.$$
 (12)

与射线法相比,简正波方法更加简洁,计算量低,在环境参数及信号频率确定的条件下可直接求解得到不同深度的特征向量,不需要因收发位置的变化而重新进行计算。

由于通过有限元法进行结构体在复杂海洋环境 下声场数值分析较为复杂,因此采用"点源替代 法"[15] 进行复杂结构声源在浅海环境下的声场重建 仿直及误差分析。将复杂的大型水下目标看成多个 声源的复合。如船舶螺旋桨空化时产生脉动空泡, 为单极子声源; 低航速非空化时螺旋桨噪声具有偶 极子声源特性;结构体内部激励源,如主机、柴油机 等设备通过基座激励壳体 属于单极子声源。各声 源的类型和复合方式必将影响整个复杂声源的辐射 指向性 造成声场空间分布的不均匀。仿真参数如 下: 水深 150 m ,沉积层深度 10 m ,沉积层衰减系数 $0.8 \, \mathrm{dB}/\lambda$,海水密度 $\rho_s = 1.02 \, \mathrm{kg/m^3}$,沉积层密度 $\rho_a = 1.86 \text{ kg/m}^3$. 信号频率 200 Hz ,深度收发 50 m 复合声源由1个偶极子与3个单极子组成。其中, 偶极子由 2 个单极子组成 ,其坐标分别为(5 , -40) 和(-5,-40) 其余 3 个单极子坐标分别为(0,0), (0 20) (0 60). 各极子初始相位与幅度相同。水 平接收阵距离坐标原点 200 m ,与坐标 y 轴方向平 行 阵元个数 100 阵元间距 1 m. 直线虚拟源沿坐 标 y 轴均匀分布 间隔 1 m 共 140 个等效源。选择 4 个圆形虚源面 虚源点以半径 r=1 m 弧度 $\theta=15^{\circ}$ 均匀分布的,共96个虚源点,圆心坐标分别为(0, -40) (0 0) (0 20) (0 60).

由图 11、图 12 可知,通过 WSM 与简正波法的联合,可有效地进行复杂海洋环境的声场重建。

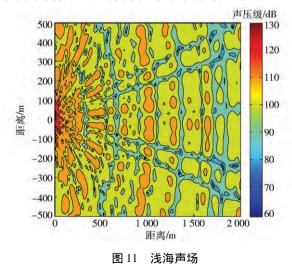


Fig. 11 Sound field in shallow sea

对比不同接收阵列位置、不同频率下的声场重

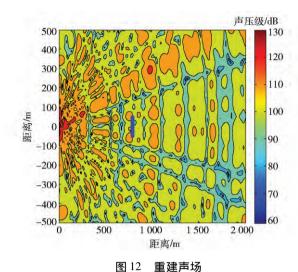


Fig. 12 Reconstructed sound field

建性能 如图 13 所示。

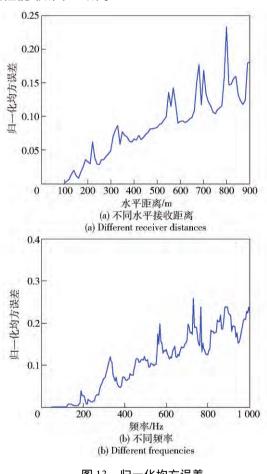


图 13 归一化均方误差 Fig. 13 NMSE

图 13(a) 为 100~900 m 不同水平接收距离条件下 NMSE 此时声源频率 200 Hz. 由图 13(a) 可看出 均方误差随着距离的增加而缓慢增加 这是由于水平距离增加 声场重建范围减小 艏艉部分声压数

据误差较大。而个别位置处出现误差尖峰是由于接收阵列处于声压传播损失曲线的波谷导致。即接收阵列位于传播损失曲线波谷时,误差较大;位于波峰时,误差较小。

图 13(b) 为 50~1 000 Hz 声源频率下的 NMSE, 此时接收阵列选择距声源 200 m 的水平直线阵。由图 13(b) 可看出,均方误差随着频率的增加而缓慢增加,这是由于高频声场指向性较多,声场特性复杂,需要对等效源面与全息面进行更加细致的划分。而在个别频点存在的误差尖峰是由于 WSM 在特征频率存在非唯一性,从而导致出现较大误差。

4 结论

本文将简正波方法与 WSM 相联合,进行复杂海洋信道下复合声源的水平方向声场重建仿真。通过改变接收拖曳阵长度或空间位置,可实现多角度的声场重建,全息面不必包围整个结构体,减少了测量难度和计算量。通过分析得到具体结论如下:

- 1) 利用 WSM 进行大型结构体声场重建时,圆形虚源位置可由结构体表面振速决定,直线虚源沿结构体轴向均匀分布,采用这种直线与圆形虚拟源相结合的方式增加了主要辐射位置的贡献度,重建稳健性较好。通过5~10次的插值迭代方式可以有效地提高少测点条件下的重建精度。
- 2) 声场重建精度随着接收阵列水平距离的增加缓慢降低 这是由于随着水平距离的增加声场重建范围减小 部分声压数据误差较大 且全息面尽量选择传播损失曲线的波峰位置 避开波谷位置。
- 3) 考虑海洋深度减小及信号频率的增加时,多阶的简正波相干涉,能量起伏现象增强。接收阵列的空间位置存在一定误差时,声压起伏过快会导致声场重建误差较大,因此尽量选择较深海域进行高频噪声测量,减小接收阵列空间位置的误差对重建结构的影响。

参考文献(References)

- Williams E G. Fourier acoustics: sound radiation and nearfield acoustical holography [M]. Londn, UK: Academic Press, 1999.
- [2] 郭亮 朱海潮 毛荣富. 声辐射模态和球谐波函数在球源声场重建中的比较[J]. 声学学报 2016;41(2): 203-210.

 GUO Liang ZHU Hai-chao MAO Rong-fu. Comparison of acoustic radiation modes and spherical harmonic functions in the acoustic field reconstructions of spherical sources [J]. Acta Acustica, 2016 41(2): 203-210. (in Chinese)
- [3] Gardner K ,Bernhard R J. A noise source identification technique

- using an inverse Helmholtz integral equation method [J]. Journal of Vibration & Acoustics 1988 110 (1):84-90.
- [4] Wu S F, Zhao X. Combined Helmholtz equation least squares (CHELS) method for reconstructing acoustic radiation [J] Journal of the Acoustical Society of America 2002, 112(1):179-188.
- [5] Koopmann G H Song L Fahnline J B. A method for computing a-coustic fields based on the principle of wave superposition [J] Journal of the Acoustical Society of America, 1989, 86 (6): 2433 2438.
- [6] 李冰茹,王宣银,葛辉良. 圆柱壳体近场辐射噪声预报与实验研究[J]. 浙江大学学报 2010 44(3):564-568.

 LI Bing-ru ,WANG Xuan-yin ,GE Hui-liang. Prediction and experiment for near-field sound radiation of cylindrical shells [J]. Journal of Zhejiang University 2010 44(3):564-568. (in Chinese)
- [7] 孙超 何元安 刘月婵. 水下大型结构声场全息重建的波叠加方法研究[J]. 船舶力学 2013 ,17(5):567-575.

 SUN Chao, HE Yuan-an, LIU Yue-chan. Investigation on holographic reconstruction of large underwater structures sound field using wave superposition method [J]. Journal of Ship Mechanics, 2013 ,17(5):567-575. (in Chinese)
- [8] 陈鸿洋,商德江,李琪. 声场匹配波叠加法的水下结构声辐射预报[J]. 声学学报 2013 38(2):138-146.

 CHEN Hong-yang SHANG De-jiang LI Qi. Sound radiation prediction for underwater structure by field-matching wave superposition method [J]. Acta Acustica, 2013 38(2):138-146. (in Chinese)
- [9] 周思同 何琳 帅长庚 等. 基于拖曳阵的本船辐射声场重建技术研究[J]. 华中科技大学学报. 2017 45(9):96-100.

 ZHOU Si-tong HE Lin SHUAI Chang-geng et al. Investigation on reconstruction of own ship sound field using towed array [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2017, 45(9):96-100. (in Chinese)
- [10] Hansen P C. Regularization tools: a Matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed problems [J]. Numerical Algorithms ,1994 $\beta(1):1-35$.
- [11] Sarkissian A. Extension of measurement surface in near-field acoustic holography [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2004, 105(4):1593-1596.
- [12] 徐亮 毕传兴 陈剑. 基于波叠加法的 Patch 近场声全息及其实验研究[J]. 物理学报 2007 56(5):2776-2783.

 XU Liang BI Chuan-xing CHEN Jian. Algorithm and experimental investigation of patch near-field acoustic holography based on wave superposition approach [J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(5):2776-2783. (in Chinese)
- [13] Li W L ,Wu T W ,Seybert A F. A half-space boundary element method for acoustic problems with a reflecting plane of arbitrary impedance [J]. Journal of the Acoustical Society of America , 1994 ,171(2): 173 – 184.
- [14] Jensen F B ,Kuperman W A ,Porter M B. Computational ocean acoustic [M]. Woodbury , NY ,US: American Institute of Physics Press ,1994.
- [15] 刘宁. 典型潜艇水下辐射噪声空间分布特性测试与分析技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学 2005.

 LIU Ning. The test and analysis technique research of space distributing characteristic on typical submarine's radiated noise[D].

 Harbin: Harbin Engineering University 2005. (in Chinese)