Instituto Tecnológico de Costa Rica Algoritmos y estructuras de datos 2 Primer semestre 2021



Integrantes: David Robles Vargas y Julio Varela Venegas

Tarea Extraclase #3

Instituto Tecnológico de Costa Rica

Algoritmos y Datos 2

Integrantes:

-David Robles Vargas

-Julio Varela Venegas

Primer semestre 2021

Instituto Tecnológico de Costa Rica Algoritmos y estructuras de datos 2 Primer semestre 2021



Integrantes: David Robles Vargas y Julio Varela Venegas

Algoritmos utilizados para la detección y corrección de errores

Los algoritmos siempre han sido un pilar fundamental en la informática como base para nuevas tecnologías, optimización de procesos, solución a problemas actuales, solución de errores presentes en un software determinado, entre otros.

En resumen se puede decir que los algoritmos también presentan cierto tipo de evolución debido a que son creados u modificados según del problema que se presente, por esa razón debe de haber una relación directa entre la creación de nuevos algoritmos, siendo más óptimos para la demanda de avances robustos en tecnología.

Los algoritmos pueden clasificarse según la estructura de los mismos la cual nos indica la función que este llevará a cabo, por ejemplo, existen algoritmos de ordenamiento que tienen como objetivo ser implementados y aplicar un orden según los datos que se posean, sin embargo en este resumen estaremos más enfocados en la detección y corrección de errores, junto con los algoritmos que son utilizados para trabajar con esta funcionalidad.

Un fallo sobre un programa en ejecución se puede producir por muchos factores y presentar de diferentes formas durante la transmisión de los datos, pero se dice que cuando el flujo de entrada no es el mismo que el de salida a estos datos que no coinciden se les denomina "Error". Estos pueden ser clasificados según el tipo y los 3 principales son los siguientes:

- Errores de un solo bit
- Errores de bits múltiples
- Errores de ráfaga

Para los errores de un solo bit tenemos que se presentan cuando existe un solo cambio en toda la secuencia de datos.

Los errores de bits múltiples se dan cuando existe un cambio de uno o más bits en una secuencia. Este tipo de error ocurre tanto en redes de comunicación de datos de tipo serie como en paralelo.

Instituto Tecnológico de Costa Rica Algoritmos y estructuras de datos 2 Primer semestre 2021



Integrantes: David Robles Vargas y Julio Varela Venegas

El cambio de conjunto de bits en la secuencia de datos se denomina "Error de ráfaga". Este tipo de error se calcula con el primer cambio de bit hasta el último cambio de bit.

Los principales algoritmos utilizados para la detección y corrección cuando se presentan este tipo de errores son los siguientes:

- Código Hamming
- Distancia Hamming
- Paridad Cruzada
- Paridad Transversal
- Códigos de Redundancia Cíclica
- Paridad de Bloque

También debemos de tener en cuenta ciertos elementos que posee un sistema de detección y corrección de errores, como los siguientes:

M: mensaje a transmitir, de mbits

K: redundancia generada, de kbits

Codificador de Canal: genera palabras de código N, a partir de los mensajes M y los bits de redundancia

N: palabra de código transmitida, de n= m+ kbits

N': palabra de código recibida

M': mensaje recibido, K': redundancia recibida

Descodificador de Canal: comprueba si hay error en N, y realiza las acciones oportunas (ARQ, FEC)

Como uno de los parámetros más importantes para el análisis de detección y corrección de errores en un código tenemos la distancia de Hamming la cual es utilizada para definir algunas nociones esenciales en teoría de códigos, tales como códigos detectores de errores y códigos correctores de errores.

La distancia de Hamming tiene las siguientes propiedades.

- d(a,b) = d(b,a)
- d(a,b) = 0 si y sólo si a = b
- $d(a,b)+d(b,c) \ge d(a,c)$

d es el n. ° de bits p en que son diferentes el mensaje emitido del recibido.

Instituto Tecnológico de Costa Rica Algoritmos y estructuras de datos 2 Primer semestre 2021



Integrantes: David Robles Vargas y Julio Varela Venegas Si $d \ge p+1$, entonces se puede detectar un error de peso p

Si $d \ge 2 p + 1$ entonces se puede corregir p dígitos.

Entonces tenemos que si quisiéramos detectar 3 errores entonces la distancia mínima de Hamming debe ser de (3) + 1 = 4 Si queremos corregir 3 errores entonces la distancia mínima de Hamming debe ser de 2 * (3) + 1 = 7.

La distancia Hamming nos ayuda a determinar la capacidad de detección y corrección de errores en un código.

Ahora bien, para el **código Hamming** tenemos que este sirve para detectar los errores en una secuencia de bits determinada por medio de un control de paridad. La paridad consiste en agregar un bit, llamado bit de paridad, que indique si el número de los bits de valor 1 en los datos precedentes es par o bien impar. Si un solo bit cambiara por fallo en la transmisión, el mensaje cambiará de paridad y el fallo se puede advertir. Se entiende que un valor de paridad de 1 señala que existe un número impar de unos en los datos, mientras que un valor de 0 señala que hay un número impar de unos.

El uso de este se puede ver de la siguiente manera, representado en tablas:

Tenemos por bits de paridad:

$$2^{n}(1, 2, 4, 8, 16, 32, 64...)$$

Tenemos por bits de datos:

Si tenemos lo siguiente:

1	0	1	0	1	0	1	0	1	Paridad
P1	P2	D3	P4	D5	D6	D7	P8	D9	
1		1		1		1		1	1
	0	1			0	1			0
			0	1	0	1			0
							0	1	1

Posición 2^{n-1} : salta 2^{n-1} -1, comprueba 2^{n-1} , salta 2^{n-1} , comprueba 2^{n-1} ,...

1	0	1	0	1	0	1	0	0	Paridad
P1	P2	D3	P4	D5	D6	D7	P8	D9	
1		1		1		1		0	0
	0	1			0	1			0
			0	1	0	1			0
							0	0	0

Instituto Tecnológico de Costa Rica Algoritmos y estructuras de datos 2

Primer semestre 2021

Integrantes: David Robles Vargas y Julio Varela Venegas

Tenemos que observar los bits de datos, estos nos brindan el valor original:

$$D3 = 1$$
, $D5 = 1$, $D6 = 0$, $D7 = 1$, $D9 = 0$

Valor original: 1 1 0 1 0

También tenemos los códigos de paridad los cuales fueron mencionados anteriormente debido a que son de igual manera utilizados para detectar y en algunos casos corregir errores en la transmisión de datos. Para ellos se añade en origen un bit adicional el cual es llamado "bit de paridad" a los n bits que forman el carácter original.

Paridad Transversal:

- Se agrega 1 bit de redundancia (k= 1) a cada mensaje M a transmitir
- Hay dos variantes:
 - Paridad Par: el número total de '1' de la palabra de código N debe de ser par.
 - Paridad Impar: el número total de '1' de la palabra de código N debe de ser impar

Ejemplo:

• Código de mensajes de m = 7 bits, con 1 bit de paridad par

Mi	Ki
0 0 0 0 0 0 0	0
0 0 0 0 0 0 1	1
111111	1

- La Distancia de Hamming es: **d**_{min}= 2
- Se detectará hasta d= 1error (y algunas combinaciones de más de 1 bit, como las de cualquier número impar de errores)
- La redundancia para el ejemplo es

$$R = \frac{k}{n} = \frac{1}{8} = 0.125 = 12,5\%$$



Instituto Tecnológico de Costa Rica Algoritmos y estructuras de datos 2 Primer semestre 2021



Integrantes: David Robles Vargas y Julio Varela Venegas

Paridad de Bloque:

• Los mensajes M son bloques de caracteres

• Se añade un 1 bit de paridad por cada posición de carácter dentro del bloque

 Ejemplo: código con mensajes formados por bloques de 4 caracteres de 7 bits, empleando paridad de bloque par

1° carácter	0	0	1	0	1	1	0	M	N
2° carácter	1	1	1	0	0	1	1	M	N
3° carácter	0	1	1	1	1	0	0	M	N
4° carácter	1	1	0	0	0	1	1	M	N
Paridad de Bloque	0	1	1	1	0	1	0	K	N

• La palabra de código N tiene 35 bits

• La Distancia de Hamming de estos códigos es dmin= 2

• Si cambia un bit de M se modifican dos de N

• Se detectan todos los errores de 1 bit, y algunas combinaciones de errores de más de 1 bit

• En el ejemplo, la Redundancia será:

$$R = \frac{k}{n} = \frac{7}{5x7} = 0.2 = 20$$

Paridad de Cruzada:

• Combinación de paridad de Carácter y Bloque

• Ejemplo:

0	0	0	0	0	1	0	0	C 0
0	1	0	1	0	0	0	1	C 1
1	0	0	0	1	1	0	0	C 2
0	1	0	0	0	0	0	0	C 3
0	1	0	1	1	0	1	1	C 4
1	0	0	0	0	0	0	0	C 5
1	1	0	0	0	1	1	1	C 6
0	0	0	0	0	1	1	1	C 7
1	0	0	0	0	0	1	1	C 8
В0	B1	B2	В3	B4	B5	В6		

B0a **B**6: bits de paridad de bloque (par) o BCC **C**0 a **C**8: bits de paridad de carácter (impar)

Instituto Tecnológico de Costa Rica Algoritmos y estructuras de datos 2 Primer semestre 2021



Integrantes: David Robles Vargas y Julio Varela Venegas

Ejemplo:

0	0	0	0	0	1	0	0	C 0
0	1	0	1	0	0	0	1	C 1
1	0	0	0	1	1	0	0	C 2
0	1	0	0	0	0	0	0	C 3
0	1	0	1	1	0	1	1	C 4
1	0	0	0	0	0	0	0	C 5
1	1	0	0	0	1	1	1	C 6
0	0	0	0	0	1	1	1	C 7
1	0	0	0	0	0	1	1	C 8
В0	B1	B2	В3	B4	B5	В6		

- La distancia de Hamming es dmin= 4, si cambiamos uno de los m bits del mensaje cambian 4 bits de la palabra de código **N**
- Se detectará cualquier combinación de hasta 3 bits erróneos

$$d = dmin - 1 = 4 - 1 = 3$$

• Se corregirá cualquier combinación de hasta 1 bit erróneo

$$4=2*t+1 \Rightarrow t=ENT[(4-1)/2]=1$$

Ejemplo:

0	0	0	0	0	1	0	0	C 0
0	1	0	1	0	0	0	1	C 1
1	0	0	0	1	1	0	0	C 2
0	1	0	0	0	0	0	0	C 3
0	1	0	1	1	0	1	1	C 4
1	0	0	0	0	0	0	0	C 5
1	1	0	0	0	1	1	1	C 6
0	0	0	0	0	1	1	1	C 7
1	0	0	0	0	0	1	1	C 8
В0	B1	B2	В3	B4	B5	В6		

- Si se produce un error de 1 bit, se localiza y corrige por que fallan los bits B i y Ci de su columna y fila (FEC)
- Si se producen errores de 2 o 3 bits, el receptor solicitará la retransmisión de la palabra de código (ARQ)
- También es posible detectar algunas combinaciones de más de 3 bits erróneos (ejemplo: toda una fila errónea)

Instituto Tecnológico de Costa Rica Algoritmos y estructuras de datos 2 Primer semestre 2021



Integrantes: David Robles Vargas y Julio Varela Venegas

Ejemplo:

- o Como d_{min}= 4 no es posible detectar todos los errores de 4 bits
- o Ejemplo: errores en posiciones de bits situadas de la forma siguiente:

0	0	0	0	0	1	0	0	C 0
0	1	0	1	0	0	0	1	C 1
1	1	0	0	0	1	0	0	C 2
0	1	0	0	0	0	0	0	C 3
0	1	0	1	1	0	1	1	C 4
1	1	0	0	1	0	0	0	C 5
1	1	0	0	0	1	1	1	C 6
0	0	0	0	0	1	1	1	C 7
1	0	0	0	0	0	1	1	C 8
В0	B1	B2	В3	B4	B5	B6		

Códigos de Redundancia Cíclica (CRC):

Es para la detección de errores en el cual se procede con el cálculo de una división sumamente larga en la cual se descartan los cocientes, mientras el residuo se convierte en el resultado, estos son más adecuados para errores de ráfaga.

El algoritmo utilizado por la verificación por redundancia cíclica es el siguiente:

Se agregan r bits "0" a la derecha del mensaje (se añaden tantos ceros como grado tenga el polinomio generador).

Se divide el polinomio obtenido por el polinomio generador. La división se realiza en módulo 2, que es igual que la división binaria, con dos excepciones:

- 1 + 1 = 0 (no hay acarreo)
- 0 1 = 1 (no hay acarreo)

Esto es igual que aplicar una operación OR exclusiva (XOR) bit a bit

Después se añade el resto de la división a la derecha del mensaje original.

La elección del polinomio generador es esencial si queremos detectar la mayoría de los errores que ocurran. Uno de los polinomios generadores que más se suelen utilizar es el estándar CCITT:

$$x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$$
.

Este polinomio permite la detección de:

- 100% de errores simples.
- 100% de errores dobles (salvo el caso excepcional que estén separados exactamente (2^16)-1 bits)
- 100% de errores de un número impar de bits.

Instituto Tecnológico de Costa Rica Algoritmos y estructuras de datos 2 Primer semestre 2021



Integrantes: David Robles Vargas y Julio Varela Venegas

- 100% de errores en ráfagas (en una serie sucesiva de bits) de 16 o menos bits.
- 99.99% de errores en ráfagas de 18 o más bits.