Билеты по Электричеству и Магнетизму

Илья Михеев

27 декабря 2020 г.

Часть I
Электростатика

1 Электрические заряды и электрическое поле. Закон сохранения заряда, элементарный заряд. Напряжённость электрического поля. Закон Кулона. Гауссова система единиц (СГС) и система СИ. Принцип суперпозиции. Электрическое поле диполя.

1.1 Электрические заряды

мера взаимодействия заряженного тела с полем.

1.2 Электрическое поле

область пространства, где действуют электрические силы.

1.3 Закон Сохранения Заряда

экспериментальный факт, что сумма зарядов — сохраняющаяся величина.

1.4 Элементарный заряд

в природе заряд дискретен, его минимальная порция — треть от
$e = 4{,}803 \cdot 10^{-10}$ед.СГСЭ

1.5 Напряженность электрического поля

называется сила, действующая на ед. точечный заряд. Опытным путем установили, что если поместить точечный заряд q в поле, то величина силы F, поделенная на величину заряда не зависит от этой величины.

1.6 Закон Кулона

Экспериментально установлено, что заряды одного знака отталкиваются, а разных — притягиваются.

$$\mathbf{F} = \frac{Qq}{r^3}\mathbf{r} \tag{1}$$

1.7 Гауссова система единиц (СГС) и система СИ

СГС - сантиметр, грамм, секунда, считаем разряд безразмерным. СИ — имеем константу $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 * 10^9$, заряд измеряем в кулонах.

1.8 Принцип суперпозиции

$\sum_{i=1}^{n} E_i = const$ экспериментальный факт.

1.9 Электрическое поле диполя

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_- + \mathbf{E}_+ = -\left[l_x\frac{\partial}{\partial x} + l_y\frac{\partial}{\partial y} + l_z\frac{\partial}{\partial z}\right]\mathbf{E_0}(\mathbf{r}) \equiv -(\mathbf{l}\nabla)\mathbf{E_0} = \frac{3(\mathbf{pr})\mathbf{r} - \mathbf{p}r^2)}{r^5} \tag{2}$$

2 Теорема Гаусса для электрического поля в вакууме в интегральной и дифференциальной фор-мах. Её применение для нахождения электростатических полей.

2.1 Теорема Гаусса для электрического поля в вакууме в интегральной и дифференциальной формах.

$$\Phi = \oint\limits_S \mathbf{E} d\mathbf{S} \tag{3}$$

$$div\mathbf{E} = 4\pi\rho \tag{4}$$

2.2 Доказательство Теоремы Гаусса

2.2.1 Точечный заряд q внутри сферы радиусом r

Начало кооров в центр, после $d\mathbf{S}||\mathbf{r}$. Из того, что $\mathbf{E} = q\mathbf{r}/r^3$ элементарный поток равен

$$d\Phi = \mathbf{E}d\mathbf{S} = \frac{q}{r^2}dS \tag{5}$$

откуда весь поток:

$$\Phi = \frac{q}{r^2}S = \frac{q}{r^2}4\pi r^2 = 4\pi q \tag{6}$$

2.2.2 Поверхность несферическая

$$d\Phi = \mathbf{E}d\mathbf{S} = \frac{q}{r^3}\mathbf{r}d\mathbf{S} = \frac{q}{r^2}dS_{||} \tag{7}$$

далее аналогично верхнему, тк. $dS_{||}$ это буквально часть сферы ну и про телесный угол сказать не забыть.

2.2.3 Заряд вне замкнутой поверхности

сказать, что там 2 раза протыкает заряд поверхность телесным углом (одним) с разными знаками и поэтому ноль.

2.2.4 Заряд конченый и система зарядов

Если заряд в конченой штуке — все будет ок, верим. В системе зарядов говорим про суперпозицию, пока не умрем.

2.3 Применения

Поле равномерно заряженной плоскости:

$$\Phi = 2EdS = 4\pi\sigma dS \Rightarrow E = 2\pi\sigma \tag{8}$$

3 Потенциальный характер электростатического поля. Теорема о циркуляции электростатического поля. Потенциал и разность потенциалов. Связь напряжённости поля с градиентом потенциала. Граничные условия для вектора E.

3.1 Потенциальный характер электростатического поля

$$A_{12} = \int\limits_{(1)}^{(2)} q\mathbf{E}(\mathbf{r})d\mathbf{r} = qQ\int\limits_{(1)}^{(2)} \frac{\mathbf{r}d\mathbf{r}}{r^3} = qQ(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}) \tag{9}$$

Данная шняга зависит онли от нач и кон точки *Rightarrow* поле консервативно у точечного заряда, ну и в силу суперпозиции у их системы. Таким образом вводим потенциальную энергию заряда q в этом поле: работа сил поля на пути $1 \to 2$ равна убыли потенциальной энергии заряда.

3.2 Теорема о циркуляции электростатического поля

Из того, что поле потенциально очевидна теорема:

$$\oint\limits_L \mathbf{E}d\mathbf{r} = 0 \tag{10}$$

3.3 Потенциал и разность потенциалов

Разностью потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ называют работу сил по перемещению заряда из точки 1 в точку 2. Часто за начало отсчета берут бесконечность, а сам потенциал в таком случае имеют ввиду, как функцию от $\mathbf{r}$

3.4 Связь напряжённости поля с градиентом потенциала

$$\varphi(\mathbf{r}) - \varphi(\mathbf{r} + d\mathbf{r}) = -d\varphi = \mathbf{E}(\mathbf{r})d\mathbf{r} \tag{11}$$

откуда $E = -\nabla\varphi$.

3.5 Граничные условия для вектора E

1. Очевидно из теоремы о циркуляции, что $E_{1\tau} = E_{2\tau}$. 2. Накрываем поверхность параллелепипедом и пишем:

$$\oint\limits_S \mathbf{E}d\mathbf{S} = 4\pi q \Rightarrow E_{1n} - E_{2n} = 4\pi\sigma \tag{12}$$