AI Mastery Course

Kampus Merdeka INDONESIA JAYA

orbit FUTURE ACADEMY | Skills For Future Jobs

Artificial Intelligence Mastery Program

Module 1

Introduction to everything

Section

Mathematics for AI

Artificial Intelligence Mastery Program

Kampus Merdeka INDONESIA JAYA

orbit FUTURE ACADEMY | Skills For Future Jobs

Matematika Dasar untuk Kecerdasan Buatan

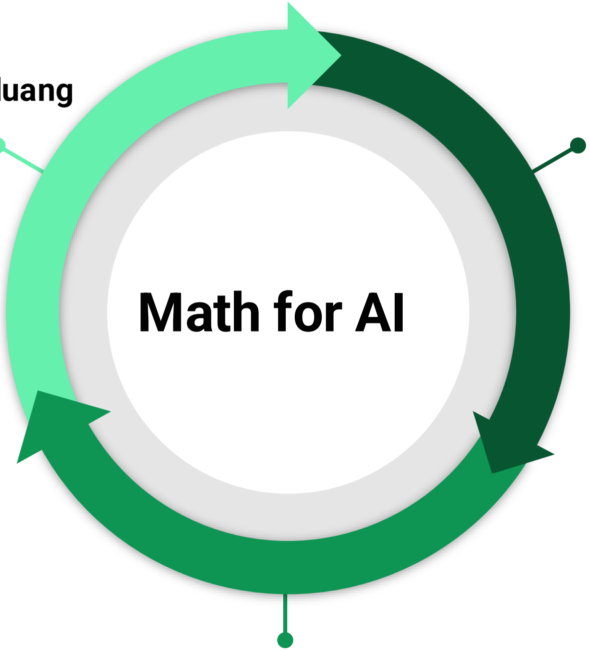
Pengenalan

Peluang

Konsep dasar peluang, peluang bersyarat, teorema bayes

Aljabar Linier

Matriks, Vektor, Nilai & Vektor Eigen



Kalkulus

Fungsi, Turunan, optimisasi

Video Aljabar Linier di Artificial Intelligence

Image to Matrix :

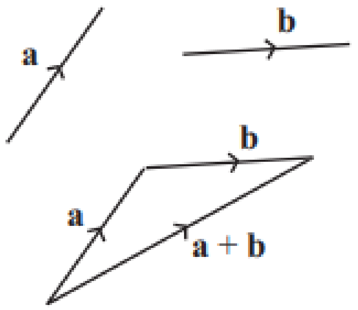
httpshttps://youtu.be/X0HXnHKPXSo://youtu.be/X0HXnHKPXSo

(menit ke 3:41 - 7:10)

Aljabar Linier: Vektor

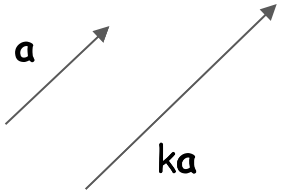
- **Vektor** → besaran yang memiliki nilai dan arah
- Dalam ilmu data, vektor adalah kumpulan nilai dari variabel tertentu
- **Skalar** → konstanta atau besaran yang memiliki nilai
- Vektor berdimensi sama dapat dioperasikan.

Penjumlahan vektor



$a+b = (a_1+b_1, \ldots, a_n+b_n)$

perkalian skalar



$ka = (ka_1, \ldots, ka_n)$

Dot product

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \sum_{i=1}^{n} a_i b_i = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

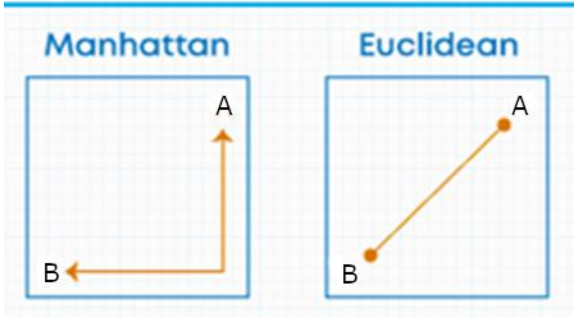
Jarak & sudut antar vektor

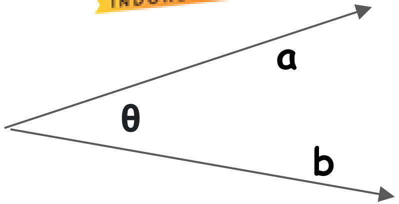
- **Jarak Euclidean**

$$d(a,b) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(a_i - b_i)^2}$$

- **Jarak Manhattan**

$$d(a,b) = \sum_{i=1}^{n}|a_i - b_i|$$





- **Sudut antar vektor (cosine similarity)**

$$\cos\theta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\|\vec{a}\|\|\vec{b}\|}$$

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \cdots + a_n^2}$$

$$\|\vec{b}\| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 + \cdots + b_n^2}$$

Aljabar Linier: Matriks

- **Matriks** → kumpulan nilai dari beberapa variabel yang disusun menjadi baris dan kolom. Matriks berukuran mxn memiliki m baris dan n kolom:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad a_{ij} \in \mathbb{R}$$

Data pembelian motor

Nama	Kategori harga	Pekerjaan	Brand/ Merk
A	1	2	1
B	2	1	1
C	3	1	2
D	2	2	2

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Operasi Matriks

- **Penjumlahan matriks: A, B matriks berukuran mxn**
  A+B = $(a_{ij}) + (b_{ij}) = (a_{ij}+b_{ij})$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 7 & 5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+0 & 3+0 & 1+5 \\ 1+7 & 0+5 & 0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 8 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

- **Perkalian matriks dengan matriks:**
  A matriks berukuran mxn, B matriks berukuran nxp, maka C=AxB matriks berukuran mxp

$$2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 8 & -3 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cdot 1 & 2\cdot 8 & 2\cdot -3 \\ 2\cdot 4 & 2\cdot -2 & 2\cdot 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 16 & -6 \\ 8 & -4 & 10 \end{bmatrix}$$

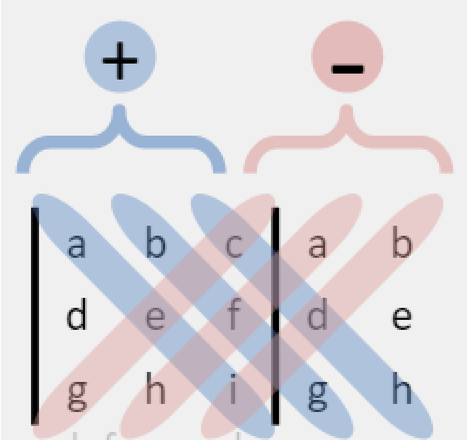
$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax+by \\ cx+dy \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 8 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 7+4\cdot 8 & 1\cdot 9+4\cdot 0 \\ 2\cdot 7+5\cdot 8 & 2\cdot 9+5\cdot 0 \\ 3\cdot 7+6\cdot 8 & 3\cdot 9+6\cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 39 & 9 \\ 54 & 18 \\ 69 & 27 \end{pmatrix}$$

Determinant & invers

- **Misalkan A matriks persegi, determinant dari A:**

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} =$$



$$= aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$$

- **Misalkan A matriks persegi, invers dari A adalah matriks persegi A^{-1} dengan $AA^{-1} = A^{-1}A = I$ (matriks identitas)**

$$I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \operatorname{adj}(A).$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

determinant

Aljabar Linier: penerapan invers

Misalkan kita memiliki data berikut, lalu ingin mencari tahu seberapa besar pengaruh jam belajar (x), jam tidur (y), dan tingkat gizi (z) terhadap nilai di sekolah. Sehingga dapat diformulasikan: $AX = B \rightarrow A^{-1}AX = A^{-1}B \rightarrow X = A^{-1}B$. X adalah vektor (jam belajar (x), jam tidur (y), tingkat gizi(z))

Nama	Jam belajar	Jam tidur	Gizi	Nilai
D	5	7	8	90
E	2	10	7	70
F	4	9	6	80

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 5 & 7 & 8 \\ 2 & 10 & 7 \\ 4 & 9 & 6 \end{pmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 90 \\ 70 \\ 80 \end{pmatrix}$$

A X = B

$$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 0.038 & -0.380 & 0.392 \\ -0.203 & 0.025 & 0.241 \\ 0.278 & 0.215 & -0.456 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 90 \\ 70 \\ 80 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8.228 \\ 2.785 \\ 3.671 \end{pmatrix}$$

→ pengaruh jam belajar

→ pengaruh jam tidur

→ pengaruh tingkat gizi

LATIHAN Tim 1

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

1. Hitung AB, BA, BC, CB, AB(C), dan A(BC)
2. Jawab pertanyaan berikut:

a. Dimensi dari AB
b. Dimensi dari BA
c. Apakah BC = CB?
d. Apakah (AB)C = A(BC)?

Artificial Intelligence Mastery Program

LATIHAN Tim 2

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

1. Hitung 3xA, Ax3, invers A, dan invers B
2. Jawab pertanyaan berikut:

a. Apakah 3xA = Ax3

b. Apakah A dan B punya invers?

c. Apakah $AA^{-1} = I$? apakah $B^{-1}B = I$?

ISTIRAHAT & TANYA JAWAB

Jawaban Tim 1

Jawabannya:

a. 3x2, matriks mxn dikali nxp hasilnya mxp
b. Tidak bisa dikalikan, karena jumlah kolom di B tidak sama dengan jumlah baris A
c. Tidak sama, jadi perkalian matriks tidak komutatif (BC ≠ CB)
d. Sama, sifat assosiatif (AB)C = A(BC)

Artificial Intelligence Mastery Program

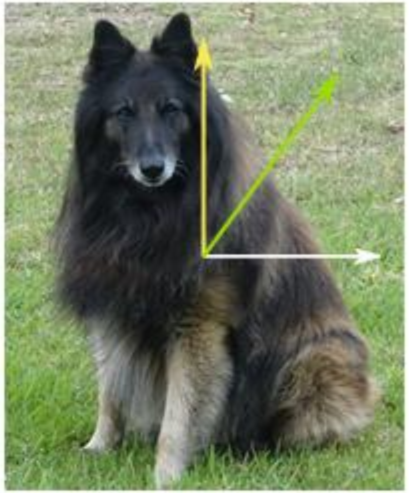
Jawaban Tim 2

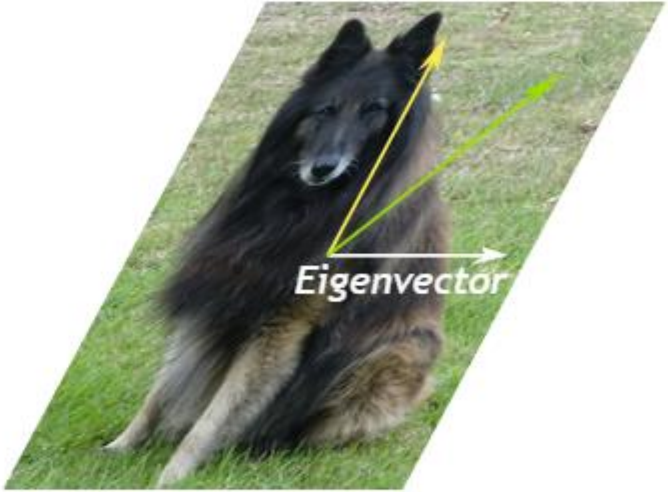
Jawabannya:

a. Sama, perkalian matriks dengan skalar bersifat komutatif
   $kA = Ak$
b. A tidak punya invers karena determinannya 0, B punya invers karena determinannya tidak 0
c. A tidak punya invers, untuk B jika hitungan inversnya benar maka $BB^{-1} = B^{-1}B = I$

Aljabar Linier: Nilai & Vektor eigen

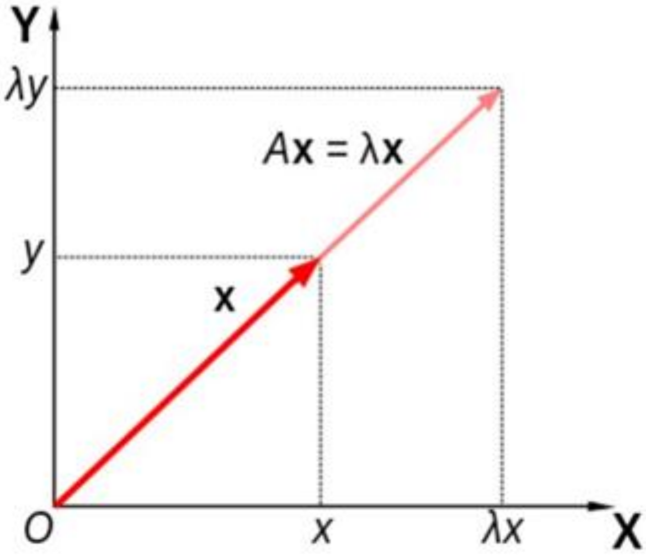
- Eigen berasal dari bahasa Jerman yang berarti karakteristik. Vektor eigen adalah vektor yang menjadi karakteristik sebuah matriks dimana arahnya tidak berubah meski dilakukan transformasi





Aljabar Linier: Nilai & Vektor eigen

- Sementara nilai eigen adalah bilangan yang berasosiasi dengan panjang vektor yang berubah setelah ditransformasi oleh matriks
- Pada gambar berikut, A adalah matriks persegi, x adalah vektor eigen, dan ƛ adalah nilai eigen



Dari gambar disamping kita bisa menulis:

Ax = ƛx

Ax - ƛx = 0

Ax - ƛIx = 0

(A - ƛI) x = 0

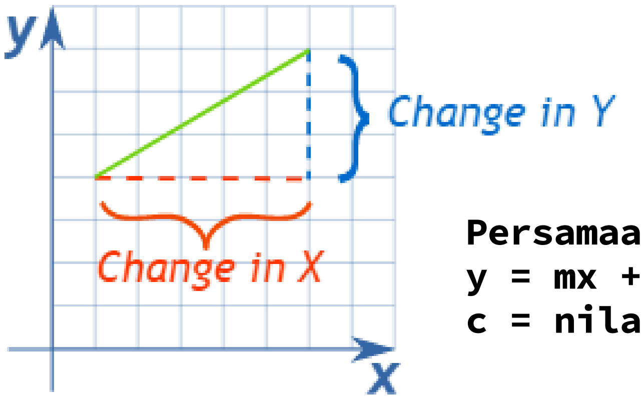
Jika x bukan vektor 0, maka kita bisa menemukan nilai eigen dengan menghitung determinant matriks (A - ƛI). Lalu mensubtitusi nilai eigen tsb ke Ax = ƛx untuk menemukan vektor eigennya

Kalkulus: fungsi & gradient

- **Fungsi adalah aturan yang memetakan antara 2 himpunan**
- **Gradient adalah besaran perubahan atau kemiringan**

$$\textbf{Gradient} = \frac{\text{Change in Y}}{\text{Change in X}}$$

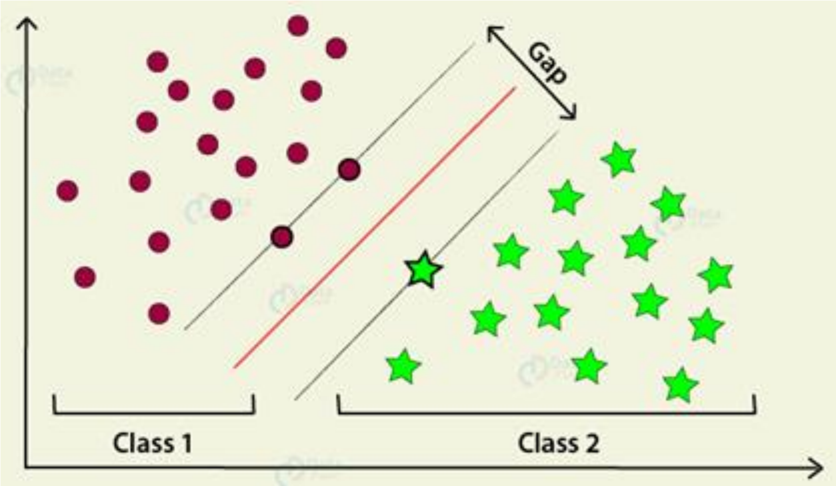
$$m = \frac{Y1 - Y2}{X1 - X2}$$

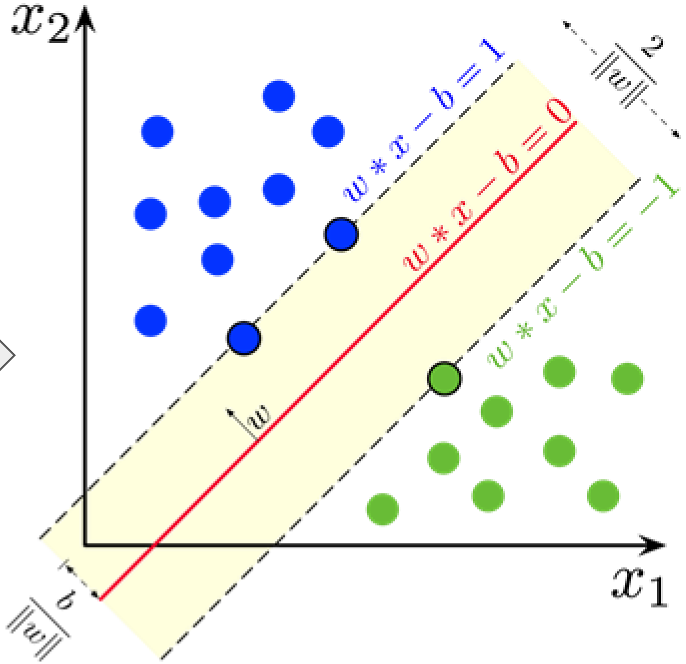


Persamaan garis lurus:
$y = mx + c$
c = nilai y saat $x=0$

Contoh penggunaan gradient

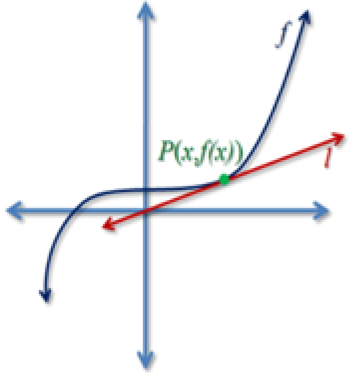
- **Contoh penerapan di algoritma Support Vector Machine (SVM)**
- **Menentukan garis pembatas antar 2 kelas**





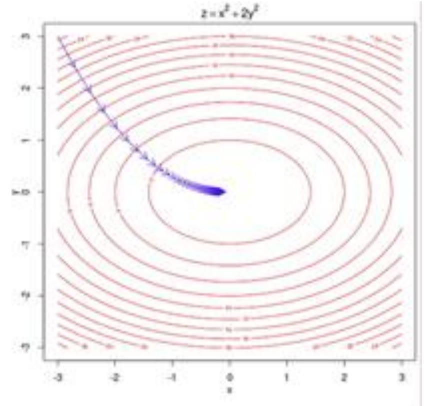
Kalkulus: turunan & optimisasi

- Turunan (differensial) merupakan pengembangan dari gradient. Turunan dari sebuah fungsi didefinisikan sebagai berikut



$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} := \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

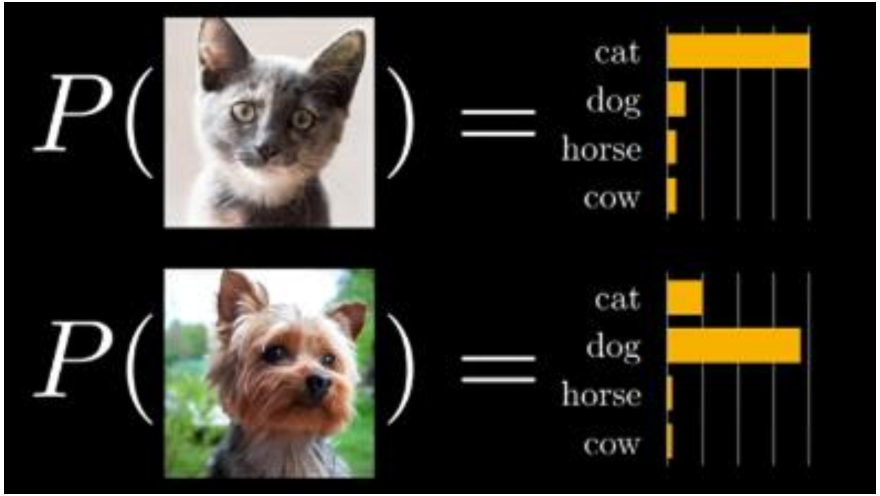
- Turunan sering digunakan untuk mencari nilai maksimum atau minimum
- Titik maksimum/minimum ditemukan dengan menemukan x yang memenuhi f'(x) = 0
- Nilai maksimum/minimum digunakan untuk memperkecil error atau memaksimalkan jarak 2 kelas yang berbeda.



Peluang: konsep dasar

Dalam Artificial Intelligence, kita perlu:

1. Menghitung peluang suatu prediksi
2. Menghitung peluang error atau kegagalan
3. Memahami distribusi data
4. Memperkirakan pengaruh suatu variabel terhadap hasil prediksi
5. Memperkirakan hal-hal lain yang berpotensi mempengaruhi performance program
6. dsb



Konsep dasar:

- Ruang sample (S): himpunan dari semua kemungkinan dari suatu percobaan
- Peluang suatu kejadian A adalah banyaknya himpunan A dibagi banyaknya himpunan S. P(A) = n(A) / n(S)

Peluang Bersyarat

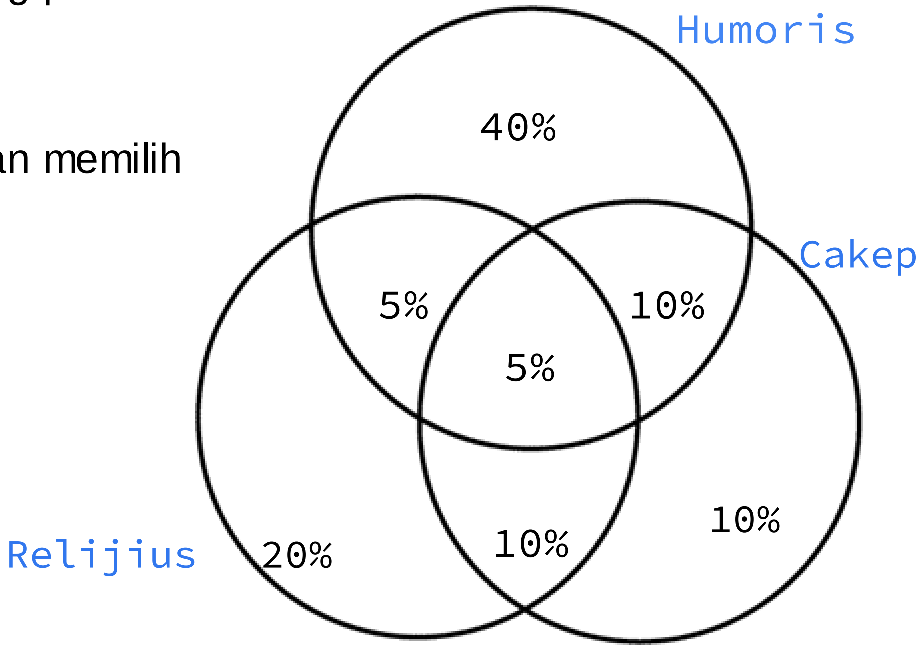
- 2 kejadian A dan B dikatakan **saling lepas** jika $A \cap B = \emptyset$, misalnya kejadian munculnya angka ganjil dan genap saat melempar 1 dadu.
  Pada kejadian ini $P(A \cap B) = 0$.
- Jika kejadian A tidak mempengaruhi kejadian B (dan sebaliknya) maka A dan B dikatakan **saling bebas.** Peluang munculnya kejadian A dan B = $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. Misalnya kejadian terjadinya kecelakaan dan hujan

- Peluang kejadian A atau B = $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- Peluang terjadi suatu kejadian H bila diketahui bahwa kejadian X telah terjadi disebut **peluang bersyarat** yang dikenal dalam **teorema bayes**

$$P(H|X) = \frac{P(H \cap X)}{P(X)} = \frac{P(X|H)P(H)}{P(X)}$$

Tebak-tebakan matematika

1. Manakah yang lebih baik dalam hidup ini? Menjadi skalar atau vektor?
2. Jika e^x, $1/x$, dan x^2 diibaratkan peluang gubernur petahana yang akan maju dalam pilkada tahun ini, manakah yang pasti tidak bisa diturunkan dari jabatannya?
3. d(sapi) /d(daging) = ?
4. Bayangkan anda pemimpin partai yang akan memilih kandidat untuk maju ke pilkada daerah A.
   Setelah disurvey:



Mana kandidat yang lebih potensial?

a. Kandidat humoris + relijius?
b. Kandidat humoris + cakep
c. Kandidat relijius + cakep

Tebak-tebakan matematika

1. Vektor, karena hidup itu harus punya nilai dan juga arah
2. e^x, karena $d(e^x) = e^x$, diturunkan berapa kali pun tetap e^x
3. d(sapi) /d(daging) = ? Bisa rendang, sop, sate, dll

4. Mana kandidat yang lebih potensial?
   a. Kandidat yang humoris dan relijius?

P(humoris) = 0.4 + 0.05 + 0.05 + 0.1 = 0.6

P(relijius) = 0.2 + 0.05 + 0.05 + 0.1 = 0.4

P(h ∩ r) = 0.05 + 0.05 = 0.1

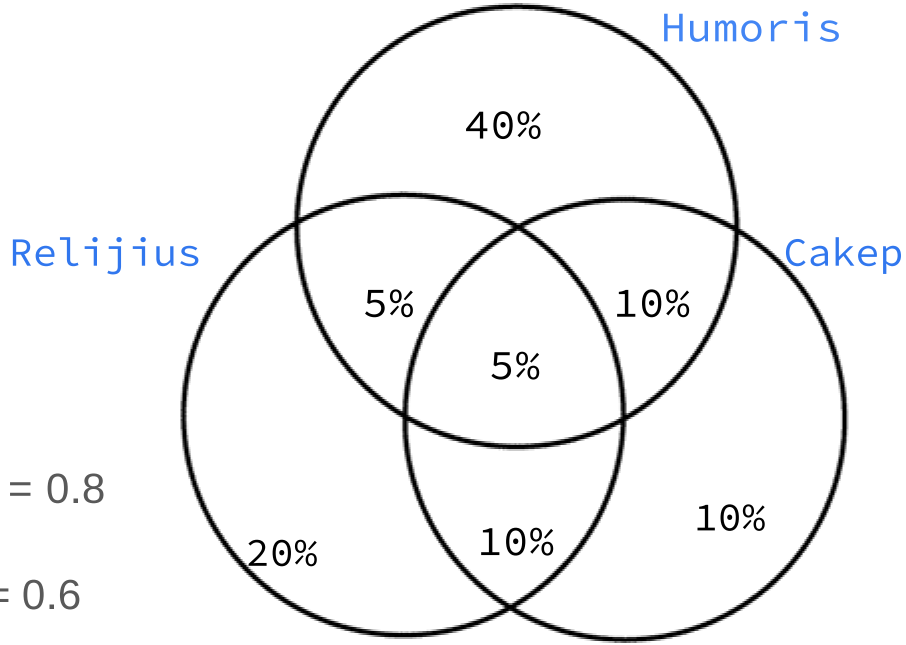
P(h ∪ r) = 0.6 + 0.4 - 0.1 = 0.9

b. Kandidat humoris dan cakep

P(h∪c) = P(h) + P(c) - P(h∩c) = 0.6 + 0.35 - 0.15 = 0.8

c. Kandidat relijius dan cakep

P(r∪h) = P(r) + P(c) - P(r∩h) = 0.4 + 0.35 - 0.15 = 0.6



Video lainnya seputar matematika di Artificial Intelligence

1. FBI menggunakan aljabar untuk mengolah data fingerprint: https://youtu.be/fRjFwTbJfes
2. Jarak Euclidean vs Manhattan distance : https://youtu.be/Usngvpiv_LI
3. Visualisasi Nilai Eigen dan Vektor Eigen : https://youtu.be/PFDu9oVAE-g

Operasi Matematika & NumPy

NumPy

Library Python untuk membantu operasi matematika

Image Source: https://numpy.org/

Operasi Matematika & NumPy

1) Contoh Penggunaan

- Meng-import library NumPy:

```
import numpy as np
```

- Membuat 1D array (vektor)

```
a = np.array([3, 1, 5, 6])
```

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

- Membuat 2D array (matriks)

```
A = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

begitupun 3D (tensor)

Operasi Matematika & NumPy

2) Indexing & Slicing (Pemisahan)

Index array NumPy dimulai dari **0**

- Array 1D (vektor)

a = np.array([3, 1, 5, 6]) → $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ →

a[0] = 3
a[1] = 1
a[2] = 5
a[3] = 6

banyaknya entri → **a.size** : 4

dimensi array → **a.ndim** : 1 (menunjukkan vektor)

ukuran array → **a.shape** : (4,)

Operasi Matematika & NumPy
2) Indexing & Slicing (Pemisahan)

Index array NumPy dimulai dari **0**

- Array 1D (vektor)

a = np.array([3, 1, 5, 6]) ⇨ $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ ➡

a[0] = 3
a[1] = 1
a[2] = 5
a[3] = 6

banyaknya entri → **a.size** : 4

dimensi array → **a.ndim** : 1 (menunjukkan vektor)

ukuran array → **a.shape** : (4,)

Operasi Matematika & NumPy
2) Indexing & Slicing (Pemisahan)

- Array 1D (vektor)

a = np.array([3, 1, 5, 6])

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

a[0] = 3
a[1] = 1
a[2] = 5
a[3] = 6

Slicing:

a[1:] : array([1, 5, 6])

a[1:3] : array([1, 5])

a[:3] : array([3, 1, 5])

Operasi Matematika & NumPy

2) Indexing & Slicing (Pemisahan)

- Array 2D (matriks)

A = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])

$$\begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \\ & \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \end{array}$$

banyaknya entri → **A.size** : 9

dimensi array → **A.ndim** : 2 (menunjukkan matriks)

ukuran array → **A.shape** : (3,3)

A[0][2] = 3
A[0, 2] = 3
A[2][0] = 7
A[2, 0] = 7

Operasi Matematika & NumPy

2) Indexing & Slicing (Pemisahan)

- Array 2D (matriks)

A = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])

$$\begin{array}{cc} \begin{matrix}0\\1\\2\end{matrix} & \begin{bmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{bmatrix} \\ & \begin{matrix}0&1&2\end{matrix}\end{array}$$

Slicing:

A[1] : array([4,5,6])
A[1, 1:] : array([5, 6])
A[:2] : array([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
A[:2, 1] : array([2, 5])

A[0][2] = 3
A[0, 2] = 3
A[2][0] = 7
A[2, 0] = 7

Operasi Matematika & NumPy

3) Operasi Matematika

A) Penjumlahan/Pengurangan Array & Dot Product Vektor

Misal:

A = np.array([[1, 2], [7,8]])

B = np.array([[3, 5], [1,6]])

2*A : array([[2, 4], [14, 16]])

2+A : array([[3, 4], [9, 10]])

A+B : array([[4, 7], [8, 14]])

A-B : array([[-2, -3], [6, 2]])

Misalkan :

$$\begin{array}{cc} C & D \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \end{array}$$

$C \bullet D =$

1x3 + 2x5=13

Perkalian dot product vektor:

np.dot(C, D)

Operasi Matematika & NumPy

3) Operasi Matematika

B) Perkalian Matriks

Perkalian antar entri

$$\underset{A}{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}} * \underset{B}{\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}} =$$

$$\begin{bmatrix} 1x3 & 2x5 \\ 7x1 & 8x6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 10 \\ 7 & 48 \end{bmatrix}$$

A*B: array([[3, 10], [7, 48]])

Perkalian matriks A & B

$$AB = \begin{bmatrix} (1x3)+(2x1) & (1x5)+(2x6) \\ (7x3)+(8x1) & (7x5)+(8x6) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & 17 \\ 29 & 83 \end{bmatrix}$$

np.matmul(A, B):

array([[5, 17], [29, 83]])

Operasi Matematika & NumPy

3) Operasi Matematika

C) Operasi Matematika Lainnya

- mean → np.mean(A)
- median → np.median(A)
- nilai maksimum → np.max(A)
- sorting → np.sort(A)
- transpose → np.transpose(A)
- determinan → np.linalg.det(A)
- invers → np.linalg.inv(A)
- eigen value & vector → np.linalg.eig(A)
- generate matriks yg entrinya 0 semua ukuran pxq→ np.zeros(p,q)
- generate matriks identitas ukuran pxp → np.identity(p)

References

- “Mathematics for Machine Learning”, by M. P. Deisenroth, A. A. Faisal, and C. S. Ong (Cambridge University Press). https://mml-book.com.
- “Kalkulus” by Dale Varberg, Edwin Purcell, and Steven E. Rigdon
- “Aljabar Linier Elementer” by Anton and Rorres
- “Pengantar Statistika” by Ronald E Walpole
- “Statistika Tanpa Stres” by Sarini A. dan Taufik E.S.

Let's Code!

Artificial Intelligence Mastery Program

Kampus Merdeka INDONESIA JAYA

orbit FUTURE ACADEMY | Skills For Future Jobs

TERIMA KASIH

Orbit Future Academy

PT Orbit Ventura Indonesia
Center of Excellence (Jakarta Selatan)
Gedung Veteran RI, Lt.15
Unit Z15-002, Plaza Semanggi
Jl. Jenderal Sudirman Kav.50, Jakarta
12930, Indonesia

- Jakarta Selatan/Pusat
- Jakarta Barat/BSD
- Kota Bandung
- Kab. Bandung
- Jawa Barat

Hubungi Kami

Director of Sales & Partnership
ira@orbitventura.com
+62 858-9187-7388

Social Media

Orbit Future Academy
@OrbitFutureAcademyIn1
OrbitFutureAcademy
Orbit Future Academy