

Группа Р3211

К работе допущен

Студент Калиев Александр Дмитриевич

Работа выполнена

Преподаватель Иванов Владимир Сергеевич

Отчет принят

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1

1. Цель работы.

Исследование распределения случайной величины на примере многократных измерений определённого интервала времени.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

- Провести многократные измерения определенного интервала времени.
- Построить гистограмму распределения результатов измерения.
- Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
- Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

3. Объект исследования.

Распределение плотности физической величины.

4. Метод экспериментального исследования.

Прямое многократное измерение с использованием секундомера, фиксирование результатов и последующий статистический анализ сформированной выборки.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n t_i$$

$$\sigma_N^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^n (t_i - \langle t \rangle_N)^2$$

$$\sigma_{\langle t \rangle}^2 = \frac{\sigma_N^2}{N}$$

$$m \stackrel{\text{def}}{=} \lceil \sqrt{N} \rceil$$

$$\rho(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2} \right)$$

$$\rho_{\max} = \rho(\langle t \rangle)$$

$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$$

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	Цифровой	0 – 60 с	0,0005 с

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

В работе используются устройство или прибор, в котором происходит периодический процесс с частотой порядка нескольких десятых долей герца (часы с секундной стрелкой, стрелочный секундомер, математический или физический маятник) и цифровой секундомер, с ценой деления не более 0,001 с. Первый прибор задает интервал времени, который многократно измеряется цифровым секундомером.

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 1: результаты прямых измерений

№	t_i, c	$t_i - \langle t \rangle_N, c$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2, c^2$
1	7.899	-0.1159	0.0134421
2	7.904	-0.1109	0.0123077
3	8.013	-0.0019	0.0000038
4	7.974	-0.0409	0.0016761
5	8.048	0.0331	0.0010930
6	8.012	-0.0029	0.0000086
7	8.013	-0.0019	0.0000038
8	7.976	-0.0389	0.0015163
9	7.939	-0.0759	0.0057669
10	8.046	0.0311	0.0009647
11	7.975	-0.0399	0.0015952
12	8.008	-0.0069	0.0000482
13	8.009	-0.0059	0.0000353
14	8.113	0.0981	0.0096158
15	8.043	0.0281	0.0007874
16	7.940	-0.0749	0.0056160
17	8.009	-0.0059	0.0000353
18	7.973	-0.0419	0.0017590
19	7.973	-0.0419	0.0017590
20	8.010	-0.0049	0.0000244
21	8.008	-0.0069	0.0000482
22	8.078	0.0631	0.0039766
23	7.973	-0.0419	0.0017590
24	8.044	0.0291	0.0008445
25	8.115	0.1001	0.0100120
26	8.041	0.0261	0.0006791
27	8.077	0.0621	0.0038514

28	8.077	0.0621	0.0038514
29	7.937	-0.0779	0.0060746
30	8.078	0.0631	0.0039766
31	8.008	-0.0069	0.0000482
32	8.040	0.0251	0.0006280
33	8.043	0.0281	0.0007874
34	8.075	0.0601	0.0036072
35	8.045	0.0301	0.0009036
36	8.150	0.1351	0.0182412
37	8.188	0.1731	0.0299498
38	7.869	-0.1459	0.0212985
39	7.974	-0.0409	0.0016761
40	8.044	0.0291	0.0008445
41	8.008	-0.0069	0.0000482
42	7.974	-0.0409	0.0016761
43	8.044	0.0291	0.0008445
44	7.938	-0.0769	0.0059198
45	8.007	-0.0079	0.0000630
46	8.041	0.0261	0.0006791
47	8.007	-0.0079	0.0000630
48	8.044	0.0291	0.0008445
49	8.077	0.0621	0.0038514
50	7.866	-0.1489	0.0221831
	$\langle t \rangle_N = 8.01494 \text{ c}$	$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N) = 3.01981 \cdot 10^{-14} \text{ c}$	$\sigma_N = 0.0643877 \text{ c}$ $\rho_{\max} = 6.19594 \text{ c}^{-1}$

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 2: Данные для построения гистограммы

Границы полуинтервалов ¹ , с	ΔN	$\frac{\Delta N}{N \Delta t}, c^{-1}$	t, c	ρ, c^{-1}
7.86600	4	1.98758	7.88612	0.83750
7.90625				
7.90625	4	1.98758	7.92638	2.40584
7.94650				
7.94650	8	3.97516	7.96663	4.67562
7.98675				
7.98675	12	5.96273	8.00688	6.14752
8.02700				
8.02700	12	5.96273	8.04713	5.46827
8.06725				
8.06725	6	2.98137	8.08737	3.29071
8.10750				
8.10750	2	0.99379	8.12763	1.33973
8.14775				
8.14775	2	0.99379	8.16788	0.36901
8.18800				

Таблица 3: Стандартные доверительные интервалы

	Интервал, с		ΔN	$\frac{\Delta N}{N}$	P
	От	До			
$\langle t \rangle_N \pm \sigma_N$	7.95055	8.07933	38.00000	0.76000	0.683
$\langle t \rangle_N \pm 2\sigma_N$	7.88616	8.14372	46.00000	0.92000	0.954
$\langle t \rangle_N \pm 3\sigma_N$	7.82178	8.20810	50.00000	1.00000	0.997

Отметим, что закономерность чётко прослеживается и остаётся точно такой же, как и для приведённых заранее значений P .

¹. Исключением является крайний правый отрезок

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

Рассчитаем стандартную ошибку средней величины, зная среднеквадратичное отклонение.

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \frac{\sigma_N}{\sqrt{N}} = 0.00910580 \text{ с}$$

$t_{0.95,50} = 2.01$ – коэффициент Стьюдента для проведённых ранее измерений.

Теперь несложно вычислить погрешность и определить доверительный интервал:

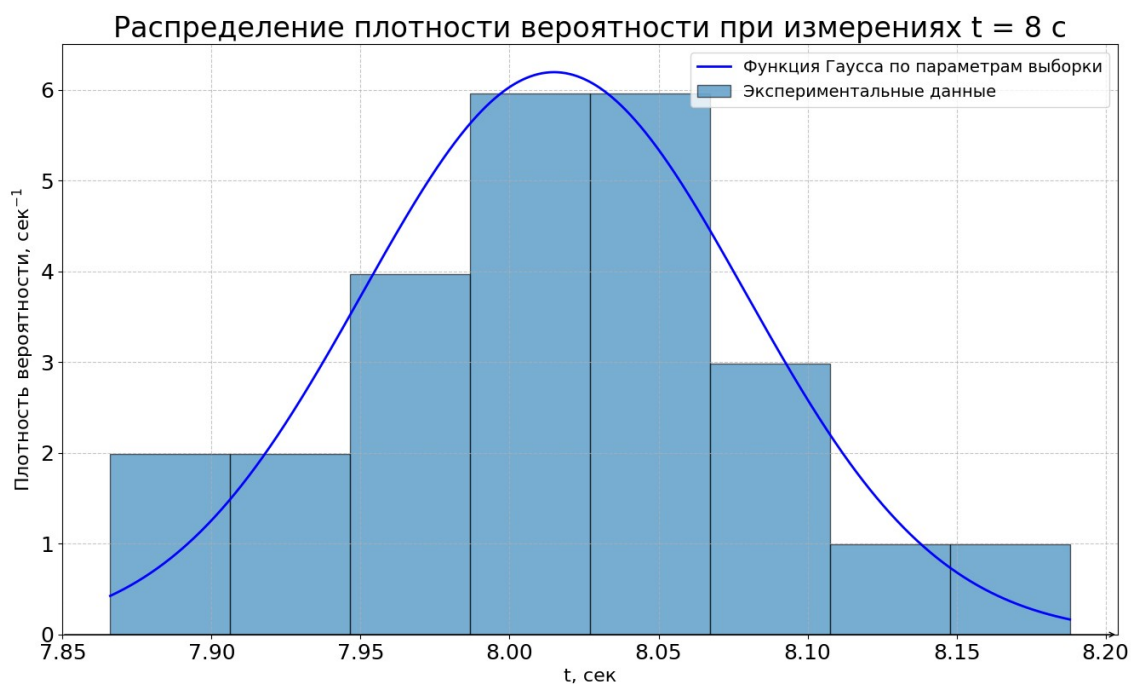
$$\Delta t = t_{\alpha,N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle} = 0.018 \text{ с}$$

$$P(t \in [7.997, 8.033]) = 0.95$$

Помня о погрешности секундомера, вычислим абсолютную погрешность с учётом погрешности прибора:

$$\Delta = \sqrt{\Delta t^2 + (2/3 \cdot \Delta_s)^2} = 0.010 \text{ с}$$

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).



12. Окончательные результаты.

$$\langle t \rangle_N \approx 8.015 \text{ c}$$

$$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N) \approx 3.020 \cdot 10^{-14} \text{ c}$$

$$\sigma_N \approx 0.06439 \text{ c}$$

$$\rho_{\max} \approx 6.196 \text{ c}^{-1}$$

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \frac{\sigma_N}{\sqrt{N}} \approx 0.009106 \text{ c}$$

$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle} \approx 0.018 \text{ c}$$

$$P(t \in [7.997, 8.033]) \approx 0.9500$$

$$\Delta = \sqrt{\Delta t^2 + (2/3 \cdot \Delta_s)^2} \approx 0.009 \text{ c}$$

13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе исследования распределения плотности было проведено множество независимых друг от друга прямых измерений, после чего их значения сформировали выборку. Отрезок, в который вошли значения выборки, был разбит на 8 равных по длине непересекающихся подотрезков. Разделив значения на группы, была составлена гистограмма.

Далее, после подсчёта таких величин, как среднее арифметическое (мы естественно предполагаем, что матожидание случайной величины стремится к среднему значению выборки при достаточно большом количестве прямых измерений) и среднеквадратичное отклонение, был построен график нормального распределения для нашей выборки. График нормального распределения совпадает с гистограммой, но отличается, так как было проведено малое количество измерений. При таких исследованиях стоит также брать во внимание человеческий фактор и погрешность прибора.

Были подсчитаны случайная и абсолютная погрешности измерения, определён доверительный интервал: $t = 8.015 \pm 0.009 \text{ c}$.

14. Дополнительные задания.

15. Выполнение дополнительных заданий.

16. Замечания преподавателя (*исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт*).

Примечание:

1. Пункты 1-6,8-13 Протокола-отчета **обязательны** для заполнения.
2. Необходимые исправления выполняют непосредственно в протоколе-отчете.
3. При ручном построении графиков рекомендуется использовать миллиметровую бумагу.
4. Приложения 1 и 2 вкладывают в бланк протокола-отчета.