Métodos Numéricos: Ejercicios

1. Aplicar 3 pasos del método de la bisección para aproximar una raíz de $3x^3 - 2x^2 - 0{,}1$ en el intervalo [0,1]. ¿Qué error cometemos?

2. Se sabe que la función $f(x) = \operatorname{sen}(x)$ presenta una raíz en el intervalo $[3, 3{,}5]$. Sin aplicar el método de la bisección, ¿qué errror se comete si se aplican 2 pasos?

3. Resuelve, aplicando un método numérico, la ecuación $e^x + 3x = 0$ con un error máximo de 0.05.

4. Aplica 3 pasos del método de Newton para encontrar una solución de $x = 3\operatorname{sen}(x)$ partiendo de $x_0 = 1$. ¿Qué error se comete? Si aplicamos 3 pasos del método de la Secante, ¿el error cometido es mayor o menor? Comentario: considera $x_0 = 1, x_1 = 1{,}5$.

5. Con una precisión de 3 cifras decimales significativas, encuentra una solución de la ecuación $x^3 + x = 6$. Aplica 2 métodos numéricos y decide, justificadamente, cuál de los dos es más eficiente.

6. La ecuación $\cos(x) - \operatorname{sen}(2x) = x$ tiene una solución entre 0 y 1, aplica el método de la bisección para encontrar dicha solución con un error menor de 10^{-2}.

7. Sea la ecuación $2x = \sin(x) + \cos(x)$. Encuentra la solución en el intervalo [0,1] con una precisión de 2 cifras decimales significativas.

8. Dada la función $f(x) = -x^3 - \cos(x)$, encuentra una raíz utilizando el método de Newton con una precisión de 3 cifras decimales significativas. Comentario: toma $x_0 = -1$.

9. Se sabe que la función $f(x) = -\frac{1}{2}\ln x + e^{-x} - \frac{1}{5}$ presenta una raíz próxima a 1.5. Encuentra dicha raíz con un error máximo de 10^{-3}.

10. Encuentra una raíz de la función $f(x) = x - 2^{-x}$ en el intervalo [0,1] con una precisión de 4 cifras decimales significativas. Aplica dos métodos numéricos, calculando el error cometido en cada caso. ¿Qué método escogerías?

11. Aplicar tres pasos del método de Jacobi a los sistemas (partiendo de (0,0,0,0))

$$a)\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases} \qquad b)\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_4 = 1 \\ 2x_1 - 8x_2 - 4x_3 = 0 \\ x_1 + 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ 5x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 0 \end{cases} \qquad c)\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - 2x_3 - 4x_4 = 2 \\ x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 3 \\ 5x_1 + 3x_2 + 5x_4 = 4 \end{cases}$$

12. Aplicar tres pasos del método de Gauss-Seidel a los sistemas (partiendo de (0,0,0,0))

$$a)\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases} \qquad b)\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_4 = 1 \\ 2x_1 - 8x_2 - 4x_3 = 0 \\ x_1 + 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ 5x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 0 \end{cases} \qquad c)\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - 2x_3 - 4x_4 = 2 \\ x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 3 \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_4 = 4 \end{cases}$$

13. Calcular un cero del sistema

$$\begin{aligned} \exp(xy) - 6xy &= 0, \\ -\exp(y) + 6x &= 0, \end{aligned}$$

mediante tres pasos del método de Newton, comenzando en $(1, 1)$.

14. Calcular un cero del sistema

$$\begin{aligned} \sin(x) - y^2/\pi &= 0, \\ \sin(xy) &= 0, \end{aligned}$$

mediante tres pasos del método de Newton, comenzando en $(2{,}5, 1)$.

15. Obtener los polinomios interpoladores de las siguientes tablas:

a) $\begin{array}{c|ccc} x & -1 & 0 & 1 \\ \hline y & 0 & 3 & 0 \end{array}$ *b)* $\begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & -2 & 0 & 2 \end{array}$ *c)* $\begin{array}{c|cccc} x & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & -1 & -2 & 0 & 2 \end{array}$

16. Utilizando los polinomios de Lagrange, obtener los polinomios interpoladores de las siguientes tablas:

a) $\begin{array}{c|ccc} x & -1 & 0 & 1 \\ \hline y & 0 & 3 & 0 \end{array}$ *b)* $\begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & -2 & 0 & 2 \end{array}$ *c)* $\begin{array}{c|cccc} x & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & -1 & -2 & 0 & 2 \end{array}$

17. Obtener los polinomios interpoladores de las siguientes tablas mediante el método de Newton:

a) $\begin{array}{c|ccc} x & -1 & 0 & 1 \\ \hline y & 0 & 3 & 0 \end{array}$ *b)* $\begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & -2 & 0 & 2 \end{array}$ *c)* $\begin{array}{c|cccc} x & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & -1 & -2 & 0 & 2 \end{array}$

18. Calcular mediante el método del trapecio una aproximación de las siguientes integrales:

a) $\int_0^1 (1+x^3)^{1/2}\,dx$ *c)* $\int_0^2 (1+x^3)^{-1/2}\,dx$ *e)* $\int_0^1 xe^x\,dx$

b) $\int_1^2 (1+x^4)^{-1}\,dx$ *d)* $\int_0^{\pi/2} \cos(x)\,dx$ *f)* $\int_0^2 e^{x^2}\,dx$

19. Calcular mediante el método de Simpson una aproximación de las siguientes integrales:

a) $\int_0^1 (1+x^3)^{1/2}\,dx$ *c)* $\int_0^2 (1+x^3)^{-1/2}\,dx$ *e)* $\int_0^1 xe^x\,dx$

b) $\int_1^2 (1+x^4)^{-1}\,dx$ *d)* $\int_0^{\pi/2} \cos(x)\,dx$ *f)* $\int_0^2 e^{x^2}\,dx$