Ejercicios Tema 2

1. Obtener los polinomios interpoladores de las siguientes tablas:

a)

x	-1	0	1
y	0	3	0

b)

x	0	1	2
y	-2	0	2

c)

x	-1	0	1	2
y	-1	-2	0	2

a) $-3.0x^2 + 0.0x + 3.0$

b) $2.0x - 2.0$

c) $-0.5x^3 + 1.5x^2 + x - 2.0$

2. Utilizando los polinomios de Lagrange, obtener los polinomios interpoladores de las siguientes tablas:

a)

x	-1	0	1
y	0	3	0

b)

x	0	1	2
y	-2	0	2

c)

x	-1	0	1	2
y	-1	-2	0	2

a) $-3\,(x+1)(x-1)$

b) $-(x-1)(x-2) + (x-1)x$

c) $\frac{1}{6}\,(x-1)(x-2)x - (x+1)(x-1)(x-2) + \frac{1}{3}\,(x+1)(x-1)x$

3. Obtener los polinomios interpoladores de las siguientes tablas mediante el método de Newton:

a)

x	-1	0	1
y	0	3	0

b)

x	0	1	2
y	-2	0	2

c)

x	-1	0	1	2
y	-1	-2	0	2

a) $0 + 3(x+1) - 3\,(x+1)x$

b) $-2 + 2\,x$

c) $-1 - (x+1) + \frac{3}{2}\,(x+1)x - \frac{1}{2}\,(x+1)(x-1)x$

4. Obtener los splines cúbicos naturales que interpolan las siguientes tablas:

a)

x	-1	0	1
y	0	3	0

b)

x	0	1	2
y	-2	0	2

c)

x	-1	0	1	2
y	-1	-2	0	2

a)

$$\begin{cases} -\frac{3}{2}\,x^3 - \frac{9}{2}\,x^2 + 3 & \text{en } (-1,0) \\ \frac{3}{2}\,x^3 - \frac{9}{2}\,x^2 + 3 & \text{en } (0,1) \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} 2\,x - 2 & \text{en } (0,1) \\ 2\,x - 2 & \text{en } (1,2) \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} \frac{4}{5}\,x^3 + \frac{12}{5}\,x^2 + \frac{3}{5}\,x - 2 & \text{en } (-1,0) \\ -x^3 + \frac{12}{5}\,x^2 + \frac{3}{5}\,x - 2 & \text{en } (0,1) \\ \frac{1}{5}\,x^3 - \frac{6}{5}\,x^2 + \frac{21}{5}\,x - \frac{16}{5} & \text{en } (1,2) \end{cases}$$

5. Obtener la curva polinomial que interpola los siguientes puntos, considerados en los momentos $t = 0$, $t = 1$ y $t = 2$:

a)

x	-1	0	-1
y	0	3	0

b)

x	0	-1	2
y	-2	0	2

c)

x	-1	0	1
y	-1	-2	0

a) $(-x^2 + 2.0x - 1.0, -3.0x^2 + 6.0x + 0.0)$

b) $(2.0x^2 - 3.0x - 0.0, 2.0x - 2.0)$

c) $(x - 1.0, 1.5x^2 - 2.5x - 1.0)$

6. Obtener las curvas de Bezier determinadas por los siguientes puntos:

a)

x	-1	0	-1
y	0	3	0

b)

x	0	-1	2
y	-2	0	2

c)

x	-1	0	-1	0
y	1	1	-1	-1

d)

x	-1	1	2	4
y	-2	2	4	8

a) $B(t) = (-(t-1)^2 - t^2, -6(t-1)t)$

b) $B(t) = (2(t-1)t + 2t^2, -2(t-1)^2 + 2t^2)$

c) $B(t) = ((t-1)^3 + 3(t-1)t^2, -(t-1)^3 + 3(t-1)^2t + 3(t-1)t^2 - t^3)$

d) $B(t) = ((t-1)^3 + 3(t-1)^2t - 6(t-1)t^2 + 4t^3, 2(t-1)^3 + 6(t-1)^2t - 12(t-1)t^2 + 8t^3)$

7. Calcular mediante el método del trapecio simple una aproximación de las siguientes integrales:

$a)$ $\int_0^1 (1+x^3)^{1/2}\,dx$ $\quad$ $c)$ $\int_0^2 (1+x^3)^{-1/2}\,dx$ $\quad$ $e)$ $\int_0^1 xe^x\,dx$

$b)$ $\int_1^2 (1+x^4)^{-1}\,dx$ $\quad$ $d)$ $\int_0^{\pi/2} \cos(x)\,dx$ $\quad$ $f)$ $\int_0^2 e^{x^2}\,dx$

$a)$ 1.20710678118655	$c)$ 1.33333333333333	$e)$ 1.35914091422952
$b)$ 0.279411764705882	$d)$ 0.785398163397448	$f)$ 55.5981500331442

8. Calcular mediante el método de Simpson una aproximación de las siguientes integrales:

$a)$ $\int_0^1 (1+x^3)^{1/2}\,dx$ $\quad$ $c)$ $\int_0^2 (1+x^3)^{-1/2}\,dx$ $\quad$ $e)$ $\int_0^1 xe^x\,dx$

$b)$ $\int_1^2 (1+x^4)^{-1}\,dx$ $\quad$ $d)$ $\int_0^{\pi/2} \cos(x)\,dx$ $\quad$ $f)$ $\int_0^2 e^{x^2}\,dx$

$a)$ 1.10947570824873	$c)$ 1.38725348602651	$e)$ 1.00262072830988
$b)$ 0.203102890640792	$d)$ 1.00227987749221	$f)$ 22.1570924489935

9. Calcular mediante el método del trapecio compuesto con tres intervalos una aproximación de las siguientes integrales:

$a)$ $\int_0^1 (1+x^3)^{1/2}\,dx$ $\quad$ $c)$ $\int_0^2 (1+x^3)^{-1/2}\,dx$ $\quad$ $e)$ $\int_0^1 xe^x\,dx$

$b)$ $\int_1^2 (1+x^4)^{-1}\,dx$ $\quad$ $d)$ $\int_0^{\pi/2} \cos(x)\,dx$ $\quad$ $f)$ $\int_0^2 e^{x^2}\,dx$

$a)$ 1.12133567357593	$c)$ 1.39312100781485	$e)$ 1.04094480554267
$b)$ 0.211499575326302	$d)$ 0.977048616656853	$f)$ 23.5169280698955

10. Calcular mediante cuadratura apaptativa una aproximación con error menor de 10^{-1} de las siguientes integrales:

$a)$ $\int_0^1 (1+x^3)^{1/2}\,dx$ $\quad$ $c)$ $\int_0^2 (1+x^3)^{-1/2}\,dx$ $\quad$ $e)$ $\int_0^1 xe^x\,dx$

$b)$ $\int_1^2 (1+x^4)^{-1}\,dx$ $\quad$ $d)$ $\int_0^{\pi/2} \cos(x)\,dx$ $\quad$ $f)$ $\int_0^2 e^{x^2}\,dx$

$a)$ 1.11148906719824	$c)$ 1.40638733861507	$e)$ 1.00000560172911
$b)$ 0.203031634090378	$d)$ 0.999991565472993	$f)$ 16.4537461252335