UNIVERSIDAD DE
MURCIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
ANTONIO J. PALLARÉS Y SALVADOR SÁNCHEZ-PEDREÑO

CÁLCULO NUMÉRICO 1 VARIABLE CURSO 2017-2018
PRIMERA ENTREGA PRACTICA. PARA ENTREGAR ANTES DEL 13 DE DICIEMBRE.

INSTRUCCIONES PREVIAS:

Crea en tu proyecto un paquete con el nombre `primeraEntregaCN1v` donde ir colocando una clase ejecutable para cada uno de los cuatro ejercicios.

Analiza los resultados de cada ejercicio, incluyendo tu analisis como un comentario al inicio de cada clase (entre /* y*/).

Comenta los métodos que crees en las clases del paquete `auxiliar`.

Importante: AL TERMINAR COMPRIME TODO TU PROYECTO Y SÚBELO COMO ANEXO A TU RESPUESTA DE LA **TAREA** PRIMERA ENTREGA PRÁCTICA DEL AULA VIRTUAL DEL LA UMU.

2.5 puntos

Ejercicio 1 *Crea una aplicación gráfica que represente en una ventana las funciones*

1. $f(x) = \operatorname{sen}(1/x)$, $x \in [1, 10]$
2. $p(x)$ *es el polinomio interpolador de Lagrange de* f *en* N *nodos equidistribuidos en* $[1, 10]$.
3. $p(x)$ *es el polinomio interpolador de Hermite que interpola los valores de* f *en los* N *nodos equidistribuidos de* $[1, 10]$ *y los valores de las primeras derivadas en cada nodo (sólo para* $N = 5$*).*
4. $q(x)$ *es el polinomio interpolador en* f *los* N *nodos de Tchebichev de* $[1, 10]$.
5. $s(x)$ *es el spline cúbico natural correspondiente a los* N *nodos equidistribuidos.*
6. $suj(x)$ *es el spline cúbico sujeto correspondiente a los nodos anteriores sujeto a las condiciones* $suj'(x[0]) = f'(1)$ *y* $suj'(x[N-1]) = f'(10)$.

Etiqueta y colorea las gráficas. Representa en otra ventana (disjunta de la anterior) los errores relativos de las aproximaciones a f *por los polinomios interpoladores y los splines interpoladores . Utiliza distintos valores de* N *(*$N = 5, 10$ *y* 20*) y un par de ventanas para cada valor de* N*, una para la función, los polinomios interpoladores y los splines, y otra para los errores.*

2.5 puntos

Ejercicio 2 *En el artículo "Generation of finite difference fórmulas for arbitrarily spaced grids" en la zona de recursos del aula virtual, tenéis un algoritmo que proporciona fórmulas de aproximación de la derivada de orden* k *de una función* f *en un punto* x_0 *utilizando la derivada de orden* k *del polinomio interpolador de orden* $n >= k$*, utilizando los primeros* $n+1$ *puntos una lista de* $N+1$ *puntos* $L = \{(\alpha_j, f(\alpha_j)\}_{j=0}^{N}$. *Implementa este algoritmo en un método que use como datos de entrada el punto* x_0*, los enteros* k *y* n *y la lista de puntos* L *y devuelva la aproximación de* $f^{(k)}(x_0)$.

Construye el método

```
public static class DerivadaK3(Funcion f, int k,double h)implements Funcion
```

que evalúa en cada x_0 *de forma aproximada la derivada* $f^{(k)}(x_0)$ *usando el algoritmo anterior con* $n = 2*(k/2)+4$ *y la lista de puntos dada por los nodos* $a_j = x_0 + (j - (n/2)) * h$ *con* $j = 0, ..., n$.

Comprueba la bondad de tus aproximaciones con las funciones $f(x) = \cos(x)$*,* $f(x) = e^{2x}$ *y* $f(x) = e^{0.5x}$ *y* $k = 1, 3, 4, 10$ *y 11. Puedes representar los errores cometidos en paneles gráficos. (Según el artículo la aproximación será del orden de* h^3 *si* k *es impar y* h^4 *si* k *es par)*

2.5 puntos

Ejercicio 3 *La integral*

$$\int_0^{+\infty} \frac{sen\, x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$$

es semiconvergente, y su convergencia se puede comparar con la de la serie armónica $\sum \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ *que es muy, muy, lenta.*

1. *Utiliza el método de integración por partes dos veces para tener las identidades*

$$\int_\pi^{+\infty} \frac{sen\, x}{x} dx = -\frac{1}{\pi} - \int_\pi^{+\infty} \frac{cos\, x}{x^2} dx = -\frac{1}{\pi} - 2\int_\pi^{+\infty} \frac{sen\, x}{x^3} dx$$

2. *Haz el cambio de variable* $y = \frac{1}{x}$ *en las integrales anteriores para calcular las integrales en el intervalo* $[0, \frac{1}{\pi}]$.

3. *Utiliza los distintos métodos de integración aproximada para las integrales en* $[0, \frac{1}{\pi}]$. *y aproxima el valor de la integral*

$$\int_0^{+\infty} \frac{sen\, x}{x} dx = \int_0^{\pi} \frac{sen\, x}{x} dx + \int_\pi^{+\infty} \frac{sen\, x}{x} dx.$$

Utiliza distintos pasos y distintas precisiones para analizar las aproximaciones (comparalas con el valor real).

2.5 puntos

Ejercicio 4 *(Ejercicio 3, práctica 6) La integral impropia*

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}} dx$$

es convergente y su valor exacto se calcula con un cambio de variable inmediato; el valor es $2(e-1)$. *Utilicemos tres formas distintas de aproximar el valor:*

1. *Modificando el integrando en 0, asignándole el valor 0 y utilizando después la regla de Simpson.*

2. *Aproximando mediante el método de cuadratura de Gauss, lo que es posible puesto que ninguna de las evaluaciones de la función en este método se hace en el extremo 0.*

3. *Descomponemos el intervalo* $[0, 1]$ *como* $[0, 2h] \cup [2h, 1]$, $h = 1/n$. *Sobre* $[2h, 1]$ *utilizamos la regla de Simpson.*

   Sobre $[0, 2h]$ *calculamos el polinomio interpolador* $p(x)$ *de* $e^{\sqrt{x}}$ *en los nodos* 0, h *y* $2h$ *y aproximamos la integral sobre* $[0, 2h]$ *por la integral de* $p(x)x^{-1/2}$, *que puede calcularse de forma exacta.*

   En efecto, si $p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$, *resulta* $p(x)x^{-1/2} = a_0 x^{-1/2} + a_1 x^{1/2} + a_2 x^{3/2}$ *y entonces, utilizamos la aproximación:*

$$\int_0^{2h} x^{-1/2} \psi(x)\, dx \approx \int_0^{2h} x^{-1/2} p(x)\, dx = \frac{2}{15}\sqrt{2h}\big(6\psi(0) + 8\psi(h) + \psi(2h)\big).$$

Construye una tabla de aproximaciones a la integral utilizando distinto número de intervalos de división en cada uno de los tres métodos: $n = 2, 4, 8, 16, 32$ *(en el tercer método, usamos* $h = 1/n$ *y hacemos Simpson compuesto con* n *intervalos en* $[2h, 1]$*). Compara los valores obtenidos con el valor real* $2(e-1)$.