DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CÁLCULO NUMÉRICO EN UNA VARIABLE CURSO 2023–24

Prof. S. Sánchez-Pedreño

$\begin{array}{c} {\rm PR\acute{A}CTICA~1} \\ {\rm 25~v~29~de~septiembre~de~2023} \end{array}$

Es importante haber leído con atención (y practicado) el documento CN1V_OctaveIntroduccion.pdf incluido en los recursos del Aula Virtual antes de abordar la realización de esta práctica. Recuerda que el código de las prácticas debes guardarlo en la carpeta /CN1V_2023_24/CodigoPracticas. Dentro de ésta debes colocar la carpeta /Biblioteca y crear la carpeta Practica1 (dentro de /CodigoPracticas, al mismo nivel que /Biblioteca). Cada uno de los tres ejercicios de esta práctica dará lugar a un archivo: Ejercicio1.m, etc., todos ellos debes colocarlos en la carpeta Practica1. No utilices nunca caracteres acentuados ni espacios en los nombres de archivos o carpetas.

En la carpeta /Biblioteca se ha incluido la función redondeo.m. Dado un valor numérico x, de cualquier tipo (incluso matricial), y un entero numdig, redondeo(x,numdig) devuelve el valor de x redondeado al número de cifras decimales indicado por la variable numdig. Estudia el código de esta función teniendo en cuenta para ello que:

- 1. $\mathtt{mat2str(x,n)}$ convierte el valor de x en una cadena de caracteres, redondeando x a n dígitos de precisión.
- 2. eval(cad) ejecuta la cadena cad como si fuera código de OCTAVE. El resultado en la función redondeo.m es un valor numérico (o matricial) en coma flotante.

Ejercicios

- 1. Trabajando en aritmética finita con ocho dígitos en mantisa, con la ayuda de la función redondeo, comprueba las afirmaciones siguientes:
 - a) Para $a = 1.11111113 \cdot 10^7$, $b = -1.11111111 \cdot 10^7$, c = 7.51111111, se tiene

$$(a \oplus b) \oplus c \neq a \oplus (b \oplus c).$$

b) Para $a = 2 \cdot 10^4$, b = -6, $c = 6.000\,000\,3$, se tiene

$$(a \otimes b) \oplus (a \otimes c) \neq a \otimes (b \oplus c).$$

Calcula, para cada uno de los valores calculados antes, el error relativo, respecto al valor «real» que se obtiene con Octave en precisión doble habitual.

2. Consideremos la ecuación de segundo grado

$$1.002 x^2 - 11.01 x + 0.01265 = 0$$

Trabajando con la función redondeo, calcula las soluciones de la ecuación realizando todos los cálculos con cuatro cifras significativas de las dos formas detalladas a continuación. Para una ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ las raíces se pueden calcular:

- a) mediante las expresiones bien conocidas $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, y
- b) calculando una raíz x_1 de forma que se evite la pérdida de cifras significativas y teniendo en cuenta entonces que las raíces verifican $x_1x_2 = \frac{c}{a}$.

Para hacernos una idea de la precisión de ambos cálculos vamos a reconstruir el polinomio original utilizando las dos funciones siguientes.

- La función poly[x1,x2,...,xn] de OCTAVE devuelve un vector compuesto por los coeficientes del polinomio cuyas raíces son x1,x2,...,xn; los coeficientes están ordenados de forma decreciente, es decir, desde el coeficiente del término de mayor grado, hasta el término independiente.
- La función polyout(v,'x') de Octave, devuelve una cadena igual a la expresión del polinomio en la variable x que tiene los coeficientes incluidos en el vector v.

Realiza los mismos cálculos con 2 y 8 cifras significativas.

3. De acuerdo con el ejercicio 1.26 (con las precauciones sugeridas por el apartado c) del mismo ejercicio) parece que será más preciso realizar una suma de términos positivos de forma que el tamaño de los sumandos sea creciente. Vamos a realizar la experiencia con una suma bien conocida:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

El objetivo es calcular las sumas

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}$$

para distintos valores de n en orden creciente y decreciente y comparar los resultados.

Al final del enunciado de este ejercicio se incluyen detalles sobre las órdenes de OCTAVE necesarias para desarrollar el ejercicio.

- a) Calcula, **en precisión simple**, la suma en orden creciente y decreciente de sumandos para n igual a 50, 100, 500, 1000, 10000, 100000. Haz una tabla con los valores de n, los dos valores de la suma y los respectivos errores relativos (usando el valor exacto $\pi^2/6$).
- b) Haz lo mismo en precisión doble.
- c) Repite el resultado utilizando la función redondeo con cinco cifras decimales (evita en principio el caso n = 100000 en este apartado, porque es muy lento).
- d) Una vez hayas depurado todos los apartados anteriores introduce los comandos tic y toc que permiten controlar el tiempo de ejecución: tic inicia el cronómetro, toc lo detiene. Puedes asignar el valor de toc a una variable (por ejemplo, t=toc), y así mostrar el tiempo de ejecución de un proceso en el formato que desees.

Observaciones.

- a) Para realizar un cálculo en precisión simple basta escribir single(calculo). Incluso puedes escribir single(a) siendo a un valor fijo o una variable numérica. Para realizar los cálculos en precisión doble no hay que tomar ninguna precaución, OCTAVE los hace con esta precisión por defecto.
- b) Los bucles en Octave los puedes escribir de varias formas

for
$$k=1:n$$
 for $k=n:-2:1$ for $k=[n1,n2,\ldots,np]$... endfor endfor endfor

c) Una idea para obtener tablas en la salida de OCTAVE es utilizar especificaciones de formato en la orden de escritura. Por ejemplo:

escribirá las variables x1, x2 y x3 con el formato indicado por la especificación form, que es una cadena o una variable de tipo cadena que debemos haber definido previamente. Por ejemplo, podríamos definir (o utilizar la cadena siguiente directamente en printf):

form=', %12.7e, %16.8f, %6u';

lo que significa que: la primera variable se imprimirá ocupando el ancho de 12 caracteres con 7 cifras decimales en notación exponencial, la segunda ocupará el ancho de 16 caracteres con 8 decimales y la tercera será un entero sin signo (de «unsigned») ocupando el ancho de 6 caracteres.