



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E AUTOMAÇÃO
CURSO DE ENGENHARIA MECATRÔNICA

RELATÓRIO DA EXPERIÊNCIA 1
Modelos Matemáticos de Sistemas:
simulação de um sistema de tanques acoplados Quanser

TURMA: 01
GRUPO 2

JOÃO MATHEUS BERNARDO RESENDE: 20210072270

LUCAS BATISTA DA FONSECA: 20210072299

STHEFANIA FERNANDES SILVA: 20210072430

Natal-RN
2022

JOÃO MATHEUS BERNARDO RESENDE: 20210072270

LUCAS BATISTA DA FONSECA: 20210072299

STHEFANIA FERNANDES SILVA: 20210072430

**Modelos Matemáticos de Sistemas:
simulação de um sistema de tanques acoplados Quanser**

Primeiro Relatório Parcial apresentado à disciplina de Laboratório de Sistemas de Controle, correspondente à avaliação da 1ª unidade do semestre 2022.1 do 7º período do curso de Engenharia Mecatrônica na Universidade Federal do Rio Grande do Norte, sob orientação do **Prof. Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo.**

Professor: Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo.

Natal-RN
2022

RESUMO

Em posse de conhecimentos sobre modelagem de sistemas dinâmicos e métodos matemáticos foram feitas duas simulações utilizando a bancada de tanque acoplados Quanser e o Simulink do MATLAB. Na primeira simulação foram coletados os valores de tensão do sensor da bancada, os quais foram medidos ao encher o tanque 1 em diferentes alturas. Já na simulação 2, foi medido o tempo necessário para encher 25 cm do tanque 1, quando submetido a diferentes valores de tensão de entrada. Em ambos os casos foi feita a regressão a linear, através do MMQ, para verificar a relação tensão do sensor-altura e tensão da bomba-vazão nas simulações 1 e 2, respectivamente. Na simulação 2, também foi encontrada a equação diferencial (não-linear) que descreve a dinâmica do nível do tanque 1 e a função de transferência $G(s) = \frac{L(s)}{V_p(s)}$. Os resultados encontrados foram condizentes com o esperado.

Palavras-chave: Modelagem de Sistemas, Sistemas de Controle, Tanque Acoplados, Regressão Linear, Mínimos Quadrados.

Lista de Figuras

1	Bancada Quanser	10
2	Modelo da simulação 1	11
3	Modelo da simulação 2	12
4	Gráfico da simulação 1	14
5	Gráfico da simulação 2	16

Sumário

1	INTRODUÇÃO	6
2	REFERENCIAL TEÓRICO	7
2.1	Modelagem de Sistemas	7
2.2	Regressão Linear	7
2.3	Método dos Mínimos Quadrados (MMQ)	7
2.4	Equação Diferencial Não-Linear	8
3	METODOLOGIA	9
3.1	Ferramentas de Simulação	9
3.1.1	MATLAB/Simulink	9
3.1.2	Tanques Quanser	9
3.1.3	Google Colab	10
3.2	Leitura e Coleta de Dados	10
3.2.1	Análise do problema	10
3.2.2	Simulação 1	11
3.2.3	Simulação 2	11
3.2.4	Coleta de Dados	12
4	RESULTADOS	13
4.1	Simulação 1: Curva de Resposta do Sensor de Nível	13
4.2	Simulação 2: Modelo de 1ª Ordem do Sistema de Tanques Acoplados	14
5	CONCLUSÃO	19

1 INTRODUÇÃO

O objetivo de um projeto de engenharia de controle é encontrar as configurações, especificações e identificar os parâmetros chave do sistema proposto para atender uma necessidade pontual. Um importante aliado do engenheiro projetista são os modelos computacionais que permitem visualizar o comportamento do sistema, sem necessariamente construí-lo (DORF; BISHOP, 2001).

Assim, a simulação computacional fará o uso de um modelo com as condições e as entradas reais em que o sistema será submetido. Com um modelo e simulação fundamentalmente exatos pode-se observar o desempenho do sistema sob todas as condições possíveis, extrapolar resultados para prever algum comportamento, dentre outras vantagens (DORF; BISHOP, 2001).

Nesse contexto, através de um modelo computacional do sistema de tanques acoplados Queremos verificar, para variados valores de níveis de água no tanque 1, quais valores de tensão estão sendo lidos pelo sensor. Além disso, também será avaliado, para diferentes valores de tensão da bomba em quanto tempo o tanque 1 tem 25cm de altura preenchido de água.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesse tópico apresentamos o embasamento teórico no qual este trabalho se fundamenta.

2.1 Modelagem de Sistemas

Um modelo pode ser compreendido, de modo geral, como sendo qualquer representação ou aproximação simplificada da realidade. Dessa forma, o modelo possibilita a previsão de comportamentos e a reconstrução matemática da realidade.

"O modelo é uma estrutura simplificada da realidade que supostamente apresenta, de tal forma generalizada, características ou relações importantes. Por não incluírem todas as observações ou medidas associadas, mas são valiosos por obscurecem detalhes acidentais e por permitirem o aparecimento dos aspectos fundamentais" (CHORLEY RICHARD; HAGGETT, 2013).

Os modelos experimentais fundamentam-se em experimentos que visam simular, ou seja, se aproximar o máximo possível das características e da composição do sistema, tendo como objetivo ter o controle sobre as grandezas que o compõe e compreender a dinâmica dos processos (CHRISTOFOLLETTI, 1999).

2.2 Regressão Linear

A análise de regressão linear é usada para prever o valor de uma variável com base no valor de outra. A variável que se objetiva prever é chamada de variável dependente. Já a variável que é usada para prever o valor da variável dependente é chamada de variável independente (IBM, 2022).

Essa forma de análise estima os coeficientes da equação linear, envolvendo uma ou mais variáveis independentes que melhor preveem o valor da variável dependente. A regressão linear se ajusta a uma linha reta ou superficial que minimiza as discrepâncias entre os valores de saída previstos e reais.

Há calculadoras de regressão linear simples que usam um método dos mínimos quadrados para descobrir a linha de melhor ajuste para um conjunto de dados emparelhados (IBM, 2022). Em seguida, o valor de X (variável independente) de Y (variável dependente) é estimado, através da Equação 1.

$$Y = F(x) = aX + b \quad (1)$$

A inclinação da reta é dada pelo coeficiente "a" e o coeficiente "b" nos informa o valor de Y quando X é zero.

2.3 Método dos Mínimos Quadrados (MMQ)

É uma técnica de otimização matemática que busca fazer o melhor ajuste para um conjunto de dados. Para isso, o MMQ minimiza a soma dos quadrados das diferenças entre o valor obtido e o valor estimado, vide Equação 2. Então, o erro da estimativa também é minimizado (FILHO, 2021).

$$S = \sum_{i=1}^N (y_i^0 - y_i)^2 \quad (2)$$

onde: y_i^0 = valores observados de y e y_i = valores calculados de y.

Assim, com o uso do MMQ é possível determinar os coeficientes angular, Equação 3, e linear, Equação 4, da equação da regressão linear.

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (3)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4)$$

Onde \bar{y} é a média amostral de y e \bar{x} é a média amostral de x.

2.4 Equação Diferencial Não-Linear

Para reconhecer equações diferenciais não lineares, é preciso primeiro entender o que são equações diferenciais lineares, e a partir delas, identificar a não linearidade. Equações lineares são equações cujo ambos os lados da igualdade são funções lineares, sendo a potência de cada termo que envolve y de grau 1, em relação a suas variáveis de derivação. O formato da equação é o mostrado na Equação 5.

$$a_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x) \quad (5)$$

Para ser linear é necessário satisfazer duas propriedades. A primeira afirma que a variável dependente de y e todas as suas derivadas são de grau 1, já a segunda diz que cada coeficiente depende apenas de uma variável independente x. Qualquer equação diferencial que não satisfaça essas duas condições, são consideradas não lineares (NÓBREGA, 2016.)

3 METODOLOGIA

Neste capítulo serão explicados os materiais e métodos utilizados na elaboração do relatório, desde as ferramentas de simulação à coleta dos dados.

3.1 Ferramentas de Simulação

3.1.1 MATLAB/Simulink

O MATLAB, do inglês *MATrix LABoratory*, é um ambiente de programação de alto nível interativo voltado para o cálculo numérico e elaboração de gráficos. Diferente das linguagens clássicas de programação, como C, no MATLAB não é necessário declarar variáveis, alocar memória ou utilizar ponteiros. Além de contar com um acervo de funções matemáticas implementadas, disponíveis para ser utilizadas pelo usuário (PET, 2014).

No ambiente do MATLAB há o Simulink, uma ferramenta que permite simulação e a modelagem de sistemas dinâmicos e embarcados. Com uma interface amigável, o Simulink permite criar modelos através de diagramas de blocos. Nele é possível simular qualquer máquina por meio da modelagem matemática (PET, 2014).

3.1.2 Tanques Quanser

Quanser é uma empresa especializada em fabricar equipamentos laboratoriais, para estudo e pesquisa, das áreas de controle; robótica e mecatrônica (QUANSER, 2022). Dentre os produtos fabricados pela Quanser há o sistema de dois tanques acoplados, objeto de estudo deste relatório.

A bancada Quanser é formada por dois tanques acoplados, uma bomba, tubos e conexões hidráulicas e um reservatório de água na parte inferior do sistema, que possui recirculação de água. Em ambos os tanques, o líquido é retirado pelo fundo do cilindro através de um orifício de saída na parte de baixo. Um sensor, localizado na parte inferior de cada tanque, mede o nível da água em cada um deles. Na Figura 1 podemos observar a bancada de tanques acoplados utilizada nesse estudo.

Figura 1: Bancada Quanser



Fonte: Quanser.

3.1.3 Google Colab

O Colab é um ambiente construído para engenharia, mas que é flexível o suficiente para atender as necessidades de qualquer equipe. No ambiente do Colab foi possível elaborar um programa que, pelo MMQ, monta uma função que representa a regressão linear.

Utilizamos o Colab por ser um programa *web* em que podemos compartilhar o mesmo código, ter o controle da versão e também pela possibilidade de gerar um gráfico com todas as informações, tamanhos e cores adequados. Tal gráfico é gerado por programação utilizando algumas das bibliotecas presentes no Python.

3.2 Leitura e Coleta de Dados

3.2.1 Análise do problema

Em posse dos roteiros, foi preciso compreender os conceitos de modelagem de sistemas dinâmicos e o funcionamento de tanques acoplados para executar as simulações. Para isso, foram utilizados: o sistema de tanques acoplados da Quanser; uma placa de aquisição de dados (Q8-USB da Quanser); um módulo de potência (VoltPAQ-X1) e o Simulink do MATLAB.

Para a representação matemática do sistema, foi preciso entender os conceitos de regressão linear e de equação diferencial não-linear. A linguagem Python, através da interface do Colab, foi utilizada para gerar os gráficos e resultados do experimento.

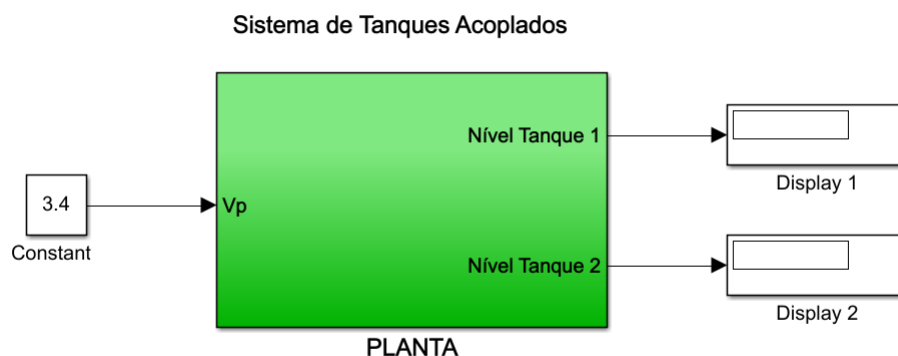
3.2.2 Simulação 1

A primeira simulação, modelada no Simulink, foi feita considerando o curso da água partindo do reservatório para o tanque 1, cujo orifício está aberto. Então, a água escoar para o tanque 2, que também está com o orifício aberto, e depois volta para o reservatório.

Na Figura 2, pode-se observar o modelo utilizado nessa simulação. A entrada é uma tensão constante que pode variar de 1V até no máximo 4V. A saída é a tensão medida pelo sensor ao atingir os níveis selecionados do tanque, que vão de 5cm a 25cm com passo de 5cm. O valor medido é exibido nos *displays* respectivos aos tanques.

O intuito da prática é mapear o comportamento do tanque 1, então somente o conteúdo do *display* 1 importa.

Figura 2: Modelo da simulação 1



Fonte: Autores.

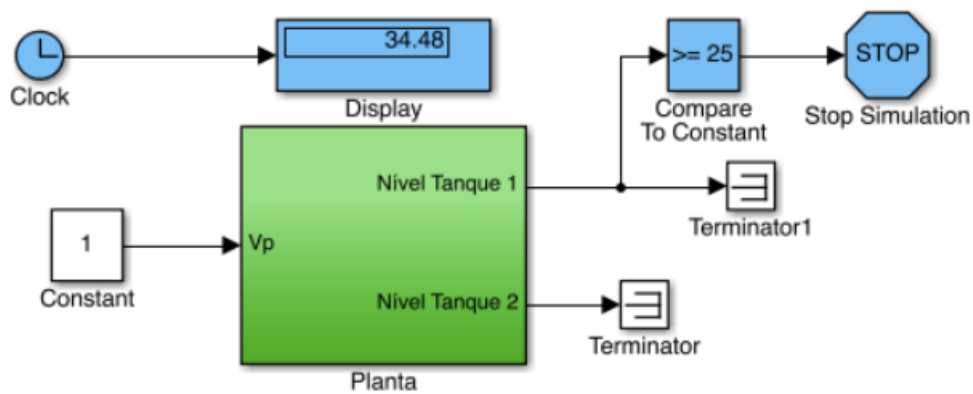
3.2.3 Simulação 2

A segunda simulação, igualmente modelada no Simulink, foi feita considerando o tempo (s) em que a água sai do reservatório e preenche 25 cm de altura do tanque 1. O orifício do tanque 1 está fechado, portanto não há escoamento de água para o tanque 2.

Na Figura 3, pode-se observar o modelo utilizado nessa simulação. A entrada é uma tensão constante que aumenta 0,3, a cada iteração, até atingir o valor máximo de 4v. Como o módulo contido no *hardware* tem um ganho de valor 3, a cada iteração - além do aumento de 0,3 - a tensão de entrada é multiplicada por 3. Quando se inicia o programa, inicia-se também um cronômetro (*clock*) que irá parar de contar quando a água no reservatório atingir o valor de altura definido (25 cm).

O intuito dessa prática é fazer a coleta dos dados referente ao tempo, para que possa ser feita uma regressão linear.

Figura 3: Modelo da simulação 2



Fonte: Autores.

3.2.4 Coleta de Dados

A primeira simulação foi feita empiricamente. Com cautela, foram alterados os valores da tensão de entrada, de forma que o tanque 1 atingisse os níveis: 5cm; 10cm; 15cm; 20cm; 25cm, respectivamente. Esse passo foi executado 5 vezes, totalizando 5 experimentos diferentes. Os valores de tensão medidos pelo sensor foram registrados em uma tabela.

Na segunda simulação os valores de tensão eram pré-definidos indo de 1v até 4v com passo 0,3. Dessa vez o valor verificado é o tempo (s), para uma dada tensão, necessário para encher o tanque 1 até 25cm de altura. Os valores de tempo contados pelo *clock* foram registrados em uma tabela.

4 RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentados e descritos os resultados obtidos dos experimentos. As tabelas; gráficos; coeficientes e erros calculados estão presentes neste tópico.

4.1 Simulação 1: Curva de Resposta do Sensor de Nível

Na primeira parte do experimento foram atribuídas entradas constantes - empiricamente - de modo que o tanque 1 fosse preenchido de água até os níveis (em cm): 5, 10, 15, 20 e 25. Os valores de tensão lidos pelo sensor da bancada Quanser foram registrados na Tabela 1. Note que foram feitas 5 medições, como o intuito de se ter um número de amostras aceitável para a regressão linear. Além disso, foi feita a média das 5 tensões medidas em cada nível.

Tabela 1: Tensão, em volts, captada pelo sensor.

Altura (cm)	Tensão (v) 1ª medição	Tensão (v) 2ª medição	Tensão (v) 3ª medição	Tensão (v) 4ª medição	Tensão (v) 5ª medição	Tensão Média (v)
5	0,839	0,853	0,857	0,905	0,907	0,872
10	1,661	1,666	1,638	1,705	1,709	1,676
15	2,466	2,510	2,555	2,568	2,521	2,524
20	3,300	3,302	3,388	3,333	3,311	3,327
25	4,100	4,190	4,160	4,167	4,174	4,158

Fonte: Autores.

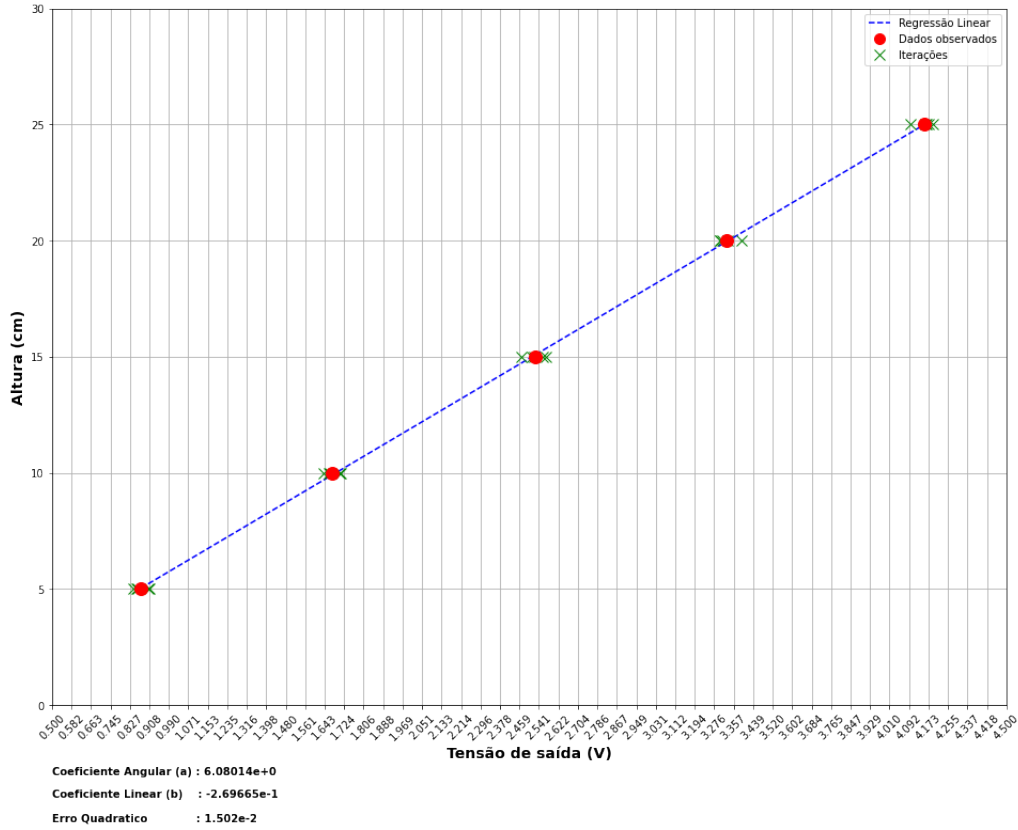
Com os valores da tensão média, foi feita uma regressão linear para encontrar a reta que melhor relaciona a altura dos tanques acoplados com a média da tensão do sensor. Nesse contexto, a variável independente é a média da tensão do sensor (x), já a variável dependente é a altura (y). Dado que a expressão que rege a regressão linear é dada pela Equação 1, resta apenas, através do MMQ, definir os valores dos coeficientes a e b.

Utilizando o Colab, foram encontrados os valores dos coeficientes e o gráfico da regressão linear foi gerado, como mostra a Figura 4. Observe no gráfico que os dados observados (pontos vermelhos) são os valores da média da tensão do sensor e as iterações (x verde) são os valores de tensão do sensor medidas 5 vezes para cada um dos níveis do tanque. Por fim, a linha pontilhada é a reta que descreve o comportamento de um sistema dado 5 valores observados.

Pelo gráfico é possível perceber que a regressão linear é um bom método para mapear a relação da tensão do sensor com a altura do tanque, visto que, a reta encontrada passa por todos os dados observados. Outro dado que corrobora isso, é o erro quadrático encontrado, cujo valor é 1,5%.

No que tange os coeficientes, temos o coeficiente angular "a" e o coeficiente linear "b". O coeficiente "a", nessa simulação, é a constante do sensor cuja unidade é cm/v permitindo a conversão de volts para centímetros. Já o coeficiente "b" é pequeno o suficiente para ser desprezado.

Figura 4: Gráfico da simulação 1



Fonte: Autores.

4.2 Simulação 2: Modelo de 1ª Ordem do Sistema de Tanques Acoplados

Na segunda parte do experimento foram atribuídas entradas constantes de 1v a 4v com passo 0,3. Mas, na verdade, o valor de tensão da bomba do tanque Quanser é 3 vezes maior que o atribuído na entrada, devido a um ganho de 3. Nessa simulação, é verificado quanto o tempo (s), para uma dada tensão, é necessário para encher o tanque 1 até 25 cm de altura. Novamente são feitas 5 medições e os valores de tempo contados pelo *clock* foram registrados na Tabela 2.

Semelhante à simulação 1, a média também foi feita. Mas dessa vez é a média do tempo de enchimento do tanque 1 para cada uma das tensões de entrada. Além disso, também foi calculada a vazão (cm^3/s) do tanque, utilizando a Equação 6, onde A é a área do tanque, L é a altura (25 cm), t é o tempo e Q é a vazão. Sabendo que a área do cilindro é dada por $\frac{\pi * D^2}{4}$, onde D é o diâmetro do cilindro (4,445 cm), a vazão calculada tem como fórmula a Equação 7.

$$Q = \frac{A * L}{t} \quad (6)$$

$$Q = \frac{\pi * d^2 * L}{4t} \quad (7)$$

Assim, a vazão foi calculada utilizando o tempo médio, como mostrado na Equação 8. Tanto a média do tempo, quanto a vazão estão registradas na Tabela 3.

$$Q = \frac{\pi * 4,445^2 * 25}{4 * t_{medio}} \quad (8)$$

Tabela 2: Tempo para encher o tanque 1.

Tensão de Entrada(v)	Tensão na Bomba (v)	Tempo (s) 1ª medição	Tempo (s) 2ª medição	Tempo (s) 3ª medição	Tempo (s) 4ª medição	Tempo (s) 5ª medição
1,000	3,000	34,120	33,940	35,660	33,860	32,780
1,300	3,900	23,730	25,400	25,960	23,330	23,300
1,600	4,800	18,940	19,750	19,390	19,310	19,050
1,900	5,700	16,170	17,750	16,140	15,840	16,140
2,200	6,600	14,950	14,230	14,070	14,760	15,400
2,500	7,500	12,970	13,190	12,640	12,600	12,740
2,800	8,400	11,990	11,500	11,390	11,410	11,570
3,100	9,300	10,48	10,440	11,450	10,350	10,360
3,400	10,200	9,856	9,674	9,688	10,220	10,030
3,700	11,100	9,778	9,294	8,812	9,018	9,004
4,000	12,000	8,414	8,950	8,436	8,766	8,604

Fonte: Autores.

Tabela 3: Tempo médio e vazão da simulação 2.

Tempo Médio (s)	Vazão (cm ³ /s)
34,072	11.386
24,344	15.936
19,288	20.113
16,408	23.643
14,682	26.423
12,828	30.242
11,572	33.524
10,650	36.427
9,894	39.210
9,181	42.255
8,634	44.932

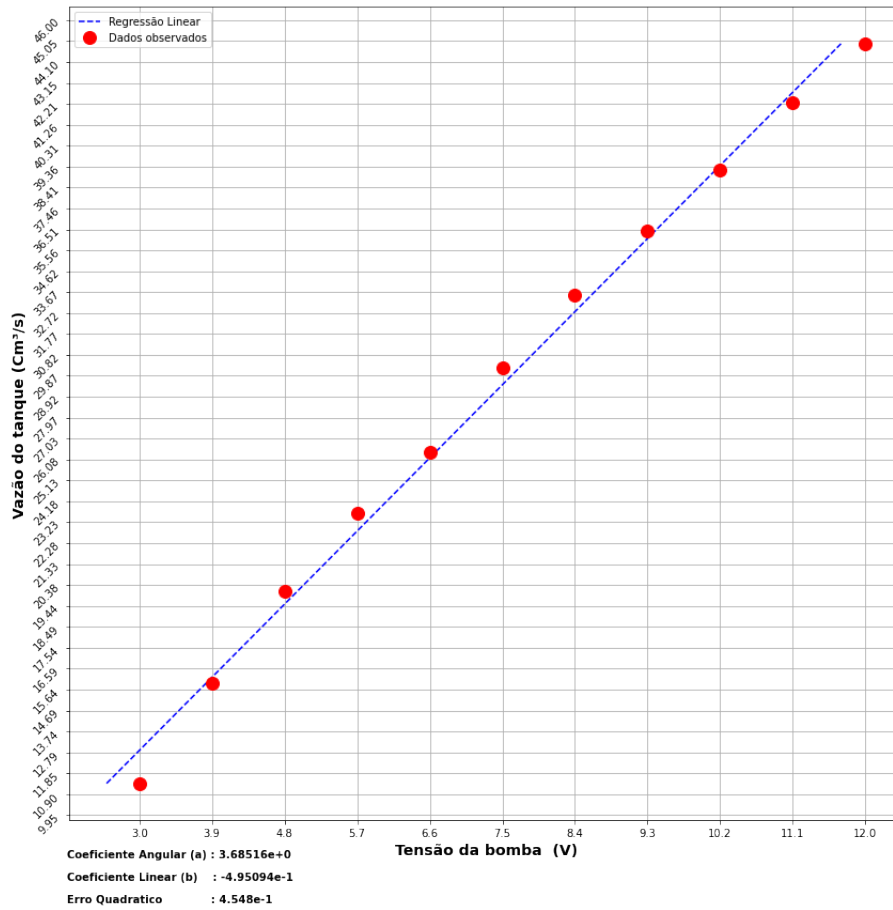
Fonte: Autores.

De maneira análoga à simulação 1, com os valores do tensão da bomba, foi feita uma regressão linear para encontrar a reta que melhor relaciona a tensão da bomba com a vazão do tanque 1. Nesse contexto, a variável independente é a tensão da bomba (x), já a variável dependente é a vazão (y). Dado que a expressão que rege a regressão linear é dada pela Equação 1 resta apenas, através do MMQ, definir os valores dos coeficientes a e b.

Utilizando o Colab, foram encontrados os valores dos coeficientes e o gráfico da regressão linear foi gerado, como mostra a Figura 5. Observe no gráfico que os dados observados (pontos vermelhos) são os valores da tensão da bomba e a linha pontilhada é a reta que descreve o comportamento de um sistema dado 5 valores observados.

No que tange os coeficientes, temos o coeficiente angular "a" e o coeficiente linear "b". O coeficiente "a", nessa simulação, é a constante da bomba cuja unidade é $\text{cm}^3/\text{v}*\text{s}$ permitindo a conversão de volts para centímetros cúbicos por segundos. Já o coeficiente "b" é pequeno o suficiente para ser desprezado.

Figura 5: Gráfico da simulação 2



Fonte: Autores.

Na segunda simulação, também foi preciso encontrar a equação diferencial (não-linear) que descreve a dinâmica do nível do tanque 1. Assim, sabendo que a vazão de entrada é dada pela Equação 9, onde k_m é o "a" encontrado e V_p é a tensão da bomba em [v]. E que a vazão de saída é dada pela Equação 10, onde a_1 é a área do orifício de saída do tanque 1 em cm^2 , cujo diâmetro é 0,47625 cm, g é a aceleração da gravidade em cm/s^2 e L é o nível de água no tanque 1 (25 cm).

$$F_{in} = k_m * V_p \quad (9)$$

$$F_{out} = a_1 \sqrt{2 * g * L} \quad (10)$$

Para descrever a dinâmica do nível do tanque 1 $L(t)$ em função da tensão na bomba $V_p(t)$, Equação 11, vamos considerar que a vazão pode ser reescrita como a Equação 12. Substituindo os valores e isolando \dot{L} , achamos que a equação diferencial (não-linear) que descreve a dinâmica do nível do tanque 1 é a Equação 13.

$$\dot{L}(L, V_p) = f(L, V_p) \quad (11)$$

$$A * \frac{dL}{dt} = F_{in} - F_{out} \quad (12)$$

$$\dot{L} = \frac{k_m * V_p}{A} - \frac{a_1 \sqrt{2 * g * L}}{A} \quad (13)$$

Por fim, foi preciso obter a função de transferência $G(s) = \frac{L(s)}{V_p(s)}$. Para isso, primeiramente foi necessário linearizar a Equação 13 com $L_0 = 0$.

Para linearizar a EDO, foi utilizado o teorema da expansão por série de Taylor. Como a EDO possui duas variáveis, altura e tensão da bomba, e grau 1, a aproximação será uma reta. Dessa forma, a série de Taylor deverá ter no máximo grau 1. Assim, a série de Taylor ficará como mostrado na Equação 14.

$$f(L, V_p) = f(L_0, V_{p0}) + \frac{\partial f}{\partial L}(L_0, V_{p0})(L - L_0) + \frac{\partial f}{\partial V_p}(L_0, V_{p0})(V_p - V_{p0}) \quad (14)$$

Em posse da série de Taylor, é necessário identificar o ponto onde será calculada a linearização, (L_0, V_{p0}) . Como o tanque 1 possui a altura máxima de 30 cm, utilizamos o ponto médio da altura do tanque 1, logo foi utilizado $L_0 = 15$ cm. A partir desse ponto, utilizamos a Equação 15 para calcular o valor da tensão da bomba, quando a altura do tanque 1, em regime estacionário $\frac{dL}{dt} = 0$, for igual a 15 cm.

$$0 = \frac{k_m * V_p - a_1 \sqrt{2 * g * L}}{A} \quad (15)$$

$$V_{p0} = \frac{a_1 \sqrt{2 * g * L}}{k_m} \quad (16)$$

Resolvendo a equação 15, temos o valor de V_{p0} , na Equação 17.

$$L_0 = 15 \therefore V_{p0} = \frac{0,178 \sqrt{2 * 980 * 15}}{3,685} = 8,291 \quad (17)$$

Dessa forma, obtemos o ponto na qual será calculada a série de Taylor, $(L_0, V_{p0}) = (15; 8,291)$, bastando apenas resolvê-la para linearizar a EDO.

$$f(L_0, V_{p0}) = \dot{L}_0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial f}{\partial L}(15, 8,291)(\Delta L) = 6,556 * 10^{-2} \Delta L \quad (19)$$

$$\frac{\partial f}{\partial V_p}(15, 8,291)(\Delta V_p) = 2,374 * 10^{-1} \Delta V_p \quad (20)$$

$$f(L, V_p) = \dot{L}_0 + 6,556 * 10^{-2} \Delta L + 2,374 * 10^{-1} \Delta V_p \quad (21)$$

$$\dot{L} = \dot{L}_0 + 6,556 * 10^{-2} \Delta L + 2,374 * 10^{-1} \Delta V_p \quad (22)$$

$$\Delta \dot{L} = 6,556 * 10^{-2} \Delta L + 2,374 * 10^{-1} \Delta V_p \quad (23)$$

Resolvida as equações acima, temos a Equação 23 que representa a EDO linearizada. Para encontrar a função de transferência, foi aplicada a transformada de Laplace em ambos os lados da EDO linearizada. Em seguida, foi isolado L/V .

$$sL - L(0) = 6,556 * 10^{-2} L + 2,374 * 10^{-1} V_p \quad (24)$$

Como a condição inicial dada é igual a 0, temos:

$$L(s - 6,556 * 10^{-2}) = 2,374 * 10^{-1} V_p \quad (25)$$

Logo, a função de transferência é dada pela Equação 26.

$$G(s) = \frac{L}{V} = \frac{2,374 * 10^{-1}}{s - 6,556 * 10^{-2}} \quad (26)$$

5 CONCLUSÃO

No presente relatório, foi feito um estudo sobre a modelagem de sistemas dinâmicos e representações matemáticas através da simulação e análise dos Tanques Acoplados Quanser.

A primeira simulação foi feita empiricamente, alterando os valores da tensão de entrada, de forma que o tanque 1 atingisse os níveis: 5cm; 10cm; 15cm; 20cm; 25cm, respectivamente. Tal procedimento foi executado 5 vezes, totalizando 5 experimentos diferentes. Os valores de tensão medidos pelo sensor foram usados para tirar uma média referente a cada nível.

Com a média e a altura atingida foi feita a regressão linear e os coeficientes angular e linear foram encontrados. Dessa simulação, concluiu-se que a regressão linear é um bom método para relacionar altura e tensão do sensor.

Na segunda simulação os valores de tensão eram pré-definidos indo de 1v até 4v com passo 0,3. Dessa vez o valor verificado é o tempo (s), para uma dada tensão, necessário para encher o tanque 1 até 25cm de altura. Os valores de tempo contados pelo *clock* foram usados para tirar uma média referente a cada nível.

Nesse experimento a regressão linear e os coeficientes angular e linear foram igualmente encontrados. Além disso, foram encontradas a equação diferencial (não-linear) que descreve a dinâmica do nível do tanque 1 e a função de transferência $G(s) = \frac{L(s)}{V_p(s)}$. Os resultados encontrados foram satisfatórios.

Por fim, o estudo permitiu uma maior entendimento de modelagem de sistemas dinâmicos e nos métodos matemáticos utilizados na modelagem.

Referências

CHORLEY RICHARD; HAGGETT, P. **Integrated Models in Geography (Routledge Revivals)**. [S.l.]: Routledge, 2013.

CHRISTOFOLETTI, A. **Modelagem de sistemas ambientais**. [S.l.]: Blucher, 1999.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Sistemas de Controle Modernos**. [S.l.]: LTC, 2001.

FILHO, K. de S. O. **Mínimos Quadrados**. 2021. Acessado em: 9 mai. 2022. Disponível em: <<http://astro.if.ufrgs.br/minq/minq.htm>>.

IBM. **Regressão linear**. 2022. Acessado em: 9 mai. 2022. Disponível em: <<https://www.ibm.com/br-pt/analytics/learn/linear-regression>>.

NÓBREGA, D. D. **Equações diferenciais ordinárias e algumas aplicações**. [S.l.]: Universidade Federal do Rio Grande do Norte., 2016.

PET. **Apostila de Matlab**. [S.l.]: Programa de Educação Tutorial, 2014.

QUANSER. **Homepage**. 2022. Acessado em: 8 mai. 2022. Disponível em: <<https://www.quanser.com>>.