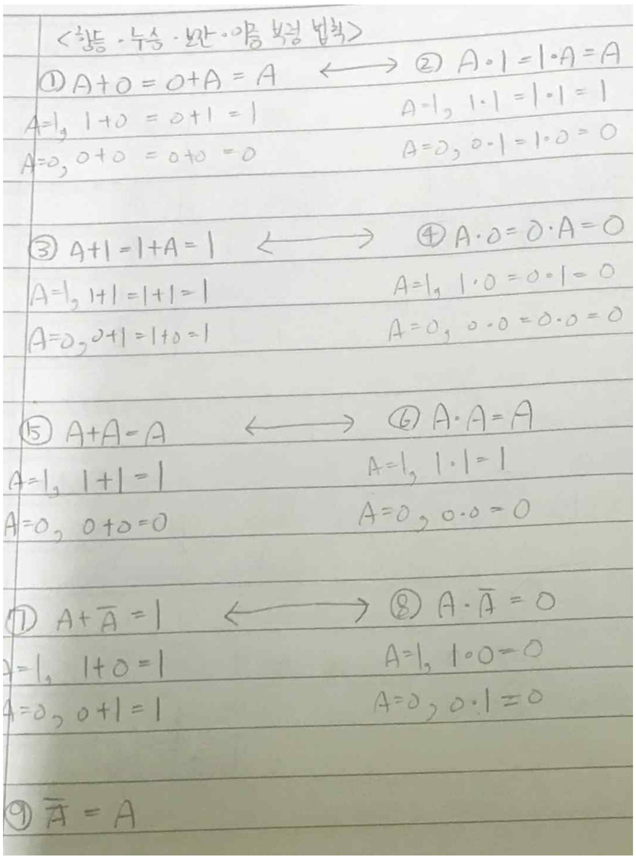
불대수의 기본법칙을 설명하시오

20781015 이주민

볼 대수의 기본법칙은 항등·누승·보간·이중부정법칙이 있고, 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙, 드모르간의 정리, 흡수법칙, 합의의 정리가 있다.

<항등·누승·보간·이중부정법칙>은 9가지로 화살표가 서로 이어진 1번과 2번, 3번과 4번, 5번과 6번, 7번과 8번이 쌍대를 이루고 있다.



<항등·누승·보간·이중부정법칙>

① $A+0=0+A=A$ ⟷ ② $A\cdot 1=1\cdot A=A$

$A=1,\ 1+0=0+1=1$ / $A=1,\ 1\cdot 1=1\cdot 1=1$

$A=0,\ 0+0=0+0=0$ / $A=0,\ 0\cdot 1=1\cdot 0=0$

③ $A+1=1+A=1$ ⟷ ④ $A\cdot 0=0\cdot A=0$

$A=1,\ 1+1=1+1=1$ / $A=1,\ 1\cdot 0=0\cdot 1=0$

$A=0,\ 0+1=1+0=1$ / $A=0,\ 0\cdot 0=0\cdot 0=0$

⑤ $A+A=A$ ⟷ ⑥ $A\cdot A=A$

$A=1,\ 1+1=1$ / $A=1,\ 1\cdot 1=1$

$A=0,\ 0+0=0$ / $A=0,\ 0\cdot 0=0$

⑦ $A+\overline{A}=1$ ⟷ ⑧ $A\cdot\overline{A}=0$

$A=1,\ 1+0=1$ / $A=1,\ 1\cdot 0=0$

$A=0,\ 0+1=1$ / $A=0,\ 0\cdot 1=0$

⑨ $\overline{\overline{A}}=A$

각 번호 아래에는 A와 B가 0과 1일 경우를 이용하여 식을 증명한 것이다. 또한 1보다 크면 다 1이라는 약속을 전제로 한다.(공리)

교환법칙, 결합법칙, 분배법칙 또한 1보다 크면 다 1이라는 것을 전제로 한다.

<교환법칙>

$A+B=B+A$ $A\cdot B=B\cdot A$

<결합 법칙>

$(A+B)+C=A+(B+C)$

$(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$

<분배법칙>

$A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$

$A+B\cdot C=(A+B)(A+C)$

드모르간의 정리는 논리합이 논리곱이 되고, 논리곱이 논리합이 되는 것으로, <항등·누승·보간·이중부정법칙>와 같이 A와 B가 각각 0,1인 경우로 증명을 하였다.

<드모르간의 정리>

$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$ (논리합 → 논리곱)

0,0 $\overline{0+0}=1 = 1\cdot 1=1$ 1,0 $\overline{1+0}=0 = 0\cdot 1=0$

0,1 $\overline{0+1}=0 = 1\cdot 0=0$ 1,1 $\overline{1+1}=0 = 0\cdot 0=0$

$\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}$ (논리곱 → 논리합)

0,0 $\overline{0\cdot 0}=1 = 1+1=1$ 1,0 $\overline{1\cdot 0}=1 = 0+1=1$

0,1 $\overline{0\cdot 1}=1 = 1+0=1$ 1,1 $\overline{1\cdot 1}=0 = 0+0=0$

흡수법칙은 A가 다른 한쪽인 B를 흡수해 A만 남는 것이다.

<흡수 법칙>

$A+A\cdot B=A$

0,0 $0+0\cdot 0=0$ 1,0 $1+1\cdot 0=1$

0,1 $0+0\cdot 1=0$ 1,1 $1+1\cdot 1=1$

$A(A+B)=A$

0,0 $0\cdot(0+0)=0$ 1,0 $1\cdot(1+0)=1$

0,1 $0\cdot(0+1)=0$ 1,1 $1\cdot(1+1)=1$

합의의 법칙

<합의 의 법칙>

$AB + BC + \overline{A}C = AB + \overline{A}C$

$(A+B)(B+C)(\overline{A}+C) = (A+B)(\overline{A}+C)$