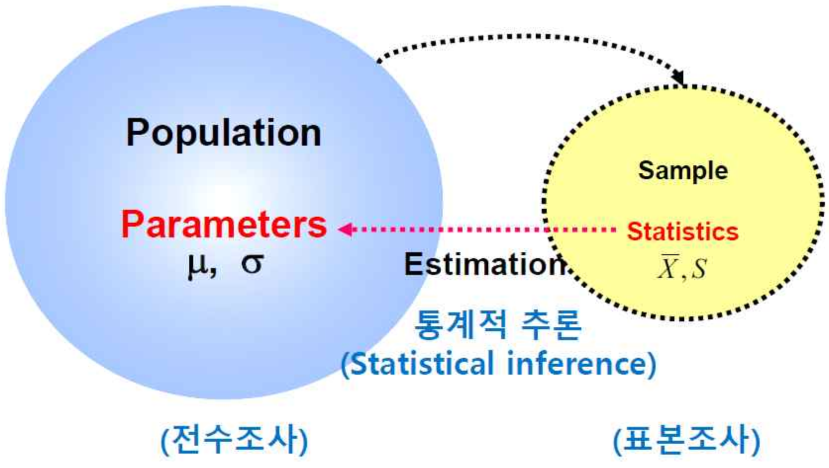
8장. 일표본 유의성 검정(R 프로그래밍)

8.1 통계적 추정



- 점추정과 신뢰구간의 개념

1) 점추정(Point estimation) : 모수를 가장 잘 대표하는 하나의 값을 추정하는 과정

표본평균 , 표본비율, 표본분산

2) 구간추정(Interval estimation) : 모수가 포함되어있을 구간을 추정하는 과정

모평균에 대한 $100\times(1-\alpha)\%$신뢰구간 $(\bar{x}-t_{\alpha/2}(n-1)\times s/\sqrt{n}\ ,\ \bar{x}+t_{\alpha/2}(n-1)\times s/\sqrt{n})$

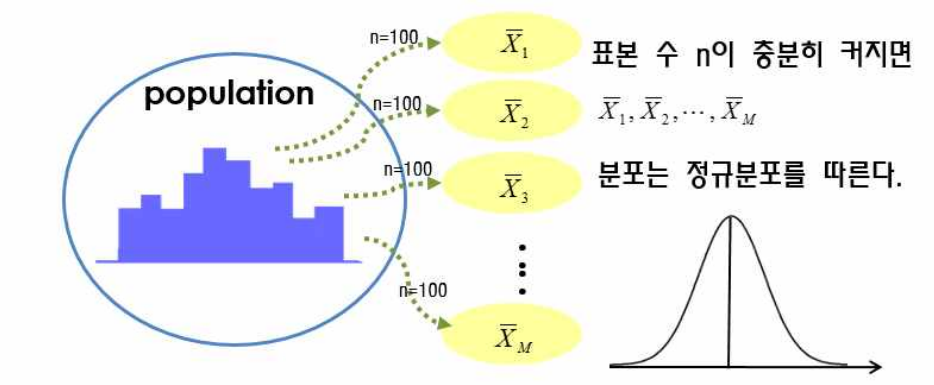
모비율에 대한 $100\times(1-\alpha)\%$신뢰구간, 모분산에 대한 95% 신뢰구간

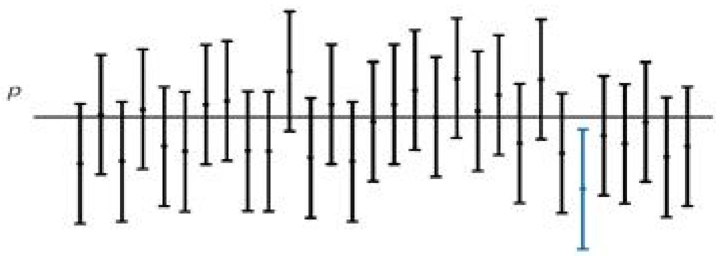
[NOTE] 교양통계에서는 n이 크면(30이상) 정규분포를 이용하는데,
그 이유는 t분포의 분포값이 표에 없어서이고,
R프로그래밍에서는 t분포의 확률을 모두 계산할 수 있고,
t분포의 자유도가 커지면 표준정규분포로 다가가는 걸 이미 배웠습니다.

[복습]

```
x = seq(-5,5, by=0.01)                    # -5 ~ 5까지 0.01 간격으로..
z = dnorm(x)
yt1 = dt(x, df=1) ; yt2 = dt(x, df=10) ; yt3 = dt(x, df=30) ; yt4 = dt(x, df=50)
plot(x, z, type ="l", col ="blue", xlim=c(-5,5), ylim=c(0,0.5)) ;  abline(v=0 , h = 0)
  lines(x, yt1, type = "l", col = "red")
  lines(x, yt2, type = "l", col = "purple")
  lines(x, yt3, type = "l", col = "green")
  lines(x, yt4, type = "l", col = "black")
```

[NOTE] 95% 신뢰구간의 의미





8.2 통계적 가설검정

- 가설의 종류

  - 대립가설(Alternative hypothesis) : 표본에서 얻은 경험적 사실을 이용하여 연구자 주장의 타당성을 입증하고자 하는 통계적 가설로 보통 H_1으로 표기한다.

  - 귀무가설(Null hypothesis) : 연구자의 주장에 충분한 증거가 없어 무효화(nullify)하려고 하는 가설로 보통 H_0로 표시한다.

- 오류의 종류 - 표본을 가지고 모집단을 판단하게 되므로 항상 오류가 발생한다.

	귀무가설(H_0)이 사실(true)	대립가설(H_1)이 사실(true)
H_0 기각 (H_1 채택)	제1종 오류	옳은 결정
H_0 채택 (H_1 기각)	옳은 결정	제2종 오류

$\alpha = P($ 제1종 오류$)=P($ Type I error$)=P(H_0$를 기각 $|H_0$: true)

$\beta = P($ 제2종 오류$)=P($ Type II error$)=P(H_1$를 기각 $|H_1$: true)

$\alpha\uparrow\ \beta\downarrow$ or $\alpha\downarrow\ \beta\uparrow$ → α를 고정(fixed)

유의수준(significance level) : 제1종 오류를 범할 확률의 허용 한계

유의수준은 0.01, 0.05, 0.1 등을 사용

예) H_0 : 두 약의 효과의 차이가 있다고 할 수 없다

H_1 : 두 약의 효과의 차이가 있다.

제1종의 오류 = P(차이가 있다 | 실제는 차이가 없다)

제2종의 오류 = P(차이가 없다 | 실제는 차이가 있다)

- 제 1종의 오류(Type Ⅰ error) : 귀무가설을 잘못 기각하는 오류
- 제 2종의 오류(Type Ⅱ error) : 틀린 귀무가설을 받아들일 때의 오류

- 유의수준 (level of significance, α) - 1종 오류의 최대 허용한계로 수준을 얼마로 잡아야 하는 문제는 통계적인 문제가 아니라 연구자가 결정사항. 예를 들면, α=0.05라 하는 것은 동일한 검정을 독립적으로 100번 정도 하였을 때 귀무가설을 잘못 기각하는 오류를 최대한 5번 정도 허용한다는 것을 의미한다.

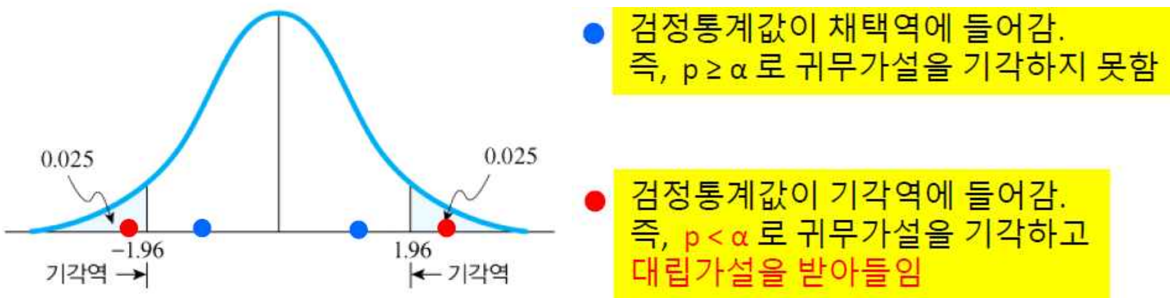
- 검정통계량(Test Statistic)계산 : 표본자료로부터 산출되는 어떤 통계량을 말한다.

예를 들어 평균 차이 검정을 위한 검정통계량은 다음과 같다.

$$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$

검정통계량의 크기에 따라 검정통계량이 따르는 분포에서 p값을 계산하여 귀무가설을 기각하느냐 기각하지 못하느냐를 결정하게 된다.

- **검정통계량의 분포** : 검정통계량이 따르는 이론적인 확률분포. 예를 들어 두평균 차이 검정을 위한 검정통계량은 t 분포를 따르며 t 분포에서 유의수준에 따라 기각역이 결정된다. 또는 계산된 검정통계량으로부터 p 값 계산한다.



- **p-값(p-value)**

확률변수가 임의의 실측값(통계량, 평균 중앙값 등)보다 더 '같거나 극단적인 값(extreme values)'을 갖게 될 누적확률, 즉 $P(|확률변수| \geq 검정통계량)$ 이다.
그래서 p-값이 유의수준보다 작다는 것은 검정통계량의 값이 기각역에 들어간다는 것을 의미하며 귀무가설을 기각하게 된다.

대부분의 보고서에서는 유의성 판정 뿐만 아니라 p-값을 동시에 표기하여 준다. 왜냐하면 연구자 보고서의 유의수준은 전적으로 연구자의 결정사항이지만 보고서를 읽는 독자의 입장에서는 유의수준을 달리 잡을 수도 있기 때문에 p-값을 동시에 표기하여 주는 것이 일반적이다.

- 가설검정의 7 단계

① 자료(Data) : 검정의 대상이 되는 자료의 특성을 잘 이해하여야 한다.

② 가정(Assumptions) 첵크　예) 모집단분포의 정규성, 분산의 동일성, 표본의 독립성.

③ 가설(Hypotheses)설정 :　귀무가설과 대립가설을 설정한다.

④ 유의수준 α 설정

⑤ 검정통계량(Test Statistic)계산 : 주어진 상황에 부합하는 제안된 검정통계량을 계산

⑥ 통계적 결정(Statistical Decision) :

귀무가설을 기각할 것이냐?

기각하지 않을 것이냐?를 통계적으로 결정한다.

이를 위해서는 검정통계량 값이 기각역에 들어가는지
혹은 p-값이 유의수준 α보다 작은지를 보고 판단한다.

p-값이 유의수준(0.05)보다 작으면 -> 통계적으로 유의한 차이가 있다.(H_1:채택)
p-값이 유의수준(0.05)보다 크면　-> 통계적으로 유의한 차이는 없었다.

⑦ 결론 : 통계적 결정에 따라 연구가설의 결론을 내린다.

· 가설검정 절차(T-test)

(ㄱ) 가설 H_0 : $\mu = \mu_0$ v.s. H_1 : $\mu \neq \mu_0$

(ㄴ) 유의수준　α=0.05

(ㄷ) 검정통계량　$T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

(ㄹ) H_0를 기각 if $p-value = 2 \times P(t_{(n-1)} \geq |T|) \leq \alpha$　(0.05)　=> (H_1:채택)

8.3 일표본 t-test (모분산을 모르는 경우만)

[NOTE] 실제 모평균을 몰라서 추정, 가설검정을 하는데 모분산을 아는 경우는 거의 없음

(1) 예제자료

```
x = c ( 8.3, 9.5, 9.6, 8.75, 8.4, 9.1, 8.15, 8.8)        # 자료입력
t.test(x, mu = 8.5)                                        # H1 : μ ≠ 8.5
```

```
        One Sample t-test

data:  x
t = 1.6986, df = 7, p-value = 0.1332
alternative hypothesis: true mean is not equal to 8.5
95 percent confidence interval:
 8.372577 9.277423
sample estimates:
mean of x
    8.825
```

해석

1) 추정 : 고양이의 몸무게에 대한 표본평균은 8.825이며,

고양이의 몸무게에 대한 95% 신뢰구간은 (8.37, 9.28)이다.

2) 가설검정

① 가설 H_0: 고양이의 몸무게 평균은 8.5kg이다.

H_1: 고양이의 몸무게 평균은 8.5kg이 아니다.

② 유의수준 α=0.05

③ 검정통계량 T값 = 1.6986

④ P값 = 0.1332 > α => H_0를 기각할 수 없다.

⑤ 결론 : 유의수준 5%에서 고양이의 평균몸무게는 8.5kg이 다르다고 할 수 없다.

```
t.test(x, mu = 8.0)                                        # H1 : μ ≠ 8.0
```

2) 가설검정

③ 검정통계량 T값 = 4.3119

④ P값 = 0.003515 < α => H_0를 기각한다.

⑤ 결론 : 고양이의 평균몸무게는 8.0kg이 아니라고 할 수 있다.

즉 고양이의 평균몸무게는 8.0kg보다 무겁다고 할 수 있다.

- **사용자 함수 정의(R 프로그래밍)**

```
T_test_1 = function(x,mu0) {
n = length(x) ; xbar = mean(x) ; se = sd(x) / sqrt( n )
lb = xbar - qt(0.975, n-1) * se
ub = xbar + qt(0.975, n-1) * se
T = ( xbar - mu0 ) / se ; t
pvalue = 2 *( 1 - pt( abs(T), n-1) )
cat( "  ============  일표본 평균 검정  ============", "\n", "\n")
cat( " 표본평균 = ", xbar, " 95% 신뢰구간 ( " , lb, ub, " )" , "\n" )
cat( " T = " , T, " , P - value = " , pvalue , "\n")
}

x = c ( 8.3, 9.5, 9.6, 8.75, 8.4, 9.1, 8.15, 8.8)
mu0 = 8.5
```

- R제공

```
t.test(x, mu=mu0)
```

- R프로그래밍 사용

```
T_test_1(x, mu0)
T_test_1(x, 9)
T_test_1( c(1,3,5,7,8,9), 8)
```

(2) 우리자료

- R제공, • R프로그래밍 사용

```
t.test(height, mu = 160)            # H1 : μ ≠ 160
T_test_1(height, mu = 160)          # H1 : μ ≠ 160

t.test(weight, mu = 60)
T_test_1(weight, mu = 60)
```

[과제21] (여러분은 따라서 해보시고, 몸무게, bmi 등으로 연습하시길)

동영상을 잘 보시고, 따라서 한번 해보시고, 해석을 해주시길..

첨부파일 : 학번이름21.hwp (예 : 20192260홍길동21.hwp)