Apunts de Física

Fase Inicial d'Enginyeria Informàtica

Rossend REY (*rosendo.rey@upc.edu*)
Q1 – Curs 2014-15
FIB – UPC

Idioma: català

Índex

0 Corrent continu

0.0 Introducció

- Curs: moviment de càrregues en circuits (CC, CA; díodes, transistors; ...).
- Necessitem la física clàssica $\to$ Lleis de Newton $\to$ $F = ma$.
- Si s'apliquen matemàtiques, s'aplega a $a = \frac{dv}{dt}$, $v = v_0 + \int_0^t adt$, d'on se'n deriven les fórmules que permeten determinar la posició $v = at$, $x = x_0 + v_0 t + (1/2)ma^2$.
- Recordem que existeixen les forces de:
    - Gravitació
    - Electromagnètica (Maxwell, $\vec{E}$, $\vec{B}$, síntesi de la elèctrica i la magnètica). És la que estudiarem en aquesta assignatura.
    - Nuclear

0.1 Càrrega elèctrica. Camp elèctric

- Llei de Coulomb:
    - Càrregues de signe contrari s'atrauen; de mateix, es repel·leixen.
    - La notació $\vec{F}$ fa referència a una força en cadascun dels eixos espacials.
    - Llei de Coulomb: $F = k\frac{|q_1||q_2|}{d^2}$, força en newtons (N).
- Tot es pot expressar en funció d'un camp elèctric i d'un potencial elèctric.
- El camp elèctric és "allò que falta" de la força de coulomb perquè $\vec{F} = q_2 \cdot \vec{E}_1$.
- És a dir, $E = k\frac{|q_1|}{d^2}$ (newton entre coulomb, N/C). En un sistema de càrregues, en un punt P, s'experimenta un camp $\vec{E}_P = \vec{E}_{q_1} + \vec{E}_{q_2} + \dots$.
- Recordem que $\vec{E}$ es calcula sempre en funció *d'altres* càrregues, mai sobre la mateixa (no està definit $\vec{E}$ en aquell punt de la càrrega).

0.2 Corrent elèctric

- S'explica fent servir els conceptes de potencial elèctric (diferència de potencial).

0.3 Diferència de potencial

- El potencial "és allò que, al multiplicar-ho per una càrrega (sense signe), ens dona la seva energia associada" (energia en joules, J).
- Per tant, $U = q \cdot V$, on V és el potencial elèctric creat per les altres càrregues.
- Recordem que $\vec{E}$ només ens interessa per a calcular la posició (mates, Newton) exacta d'una partícula; V ens donarà la magnitud desitjada: la intensitat.
- $\vec{E}$ i V estan relacionats (condensador).
- Un condensador és una mena de "pla infinit" ple de càrregues del mateix signe (positives o negatives). En ser un pla infinit, té la particularitat que $\vec{E}$ és sempre perpendicular a l'armadura del condensador.
- La relació entre $\vec{E}$ i V és que $V_1 - V_2 = E \cdot d$, on d és la distància mesurada *paral·lelament* al pla de l'armadura (no és la distància real, sinó "en paral·lel").

- La energia és $U = q \cdot V$. Si produïm un moviment en la càrrega, llavors tenim que $\Delta U = q \cdot \Delta V$. És a dir, $U_1 - U_2 = q(V_1 - V_2)$.

0.4 Potència

- És la variació d'energia per unitat de temps: $P \equiv \dfrac{\Delta U}{\Delta t}$ (potència en watts, W).
- Demostració de la fórmula (trivial):
  - Suposem un cable en què es connecta un dispositiu entre els punts 1 i 2, amb potencials V_1 i V_2. Pel cable circula certa càrrega (Δq) en cert temps (Δt).
  - Sabem que $\Delta U = \Delta q(V_1 - V_2)$. Equació 1.
  - Sabem que $P \equiv \dfrac{\Delta U}{\Delta t}$. Equació 2.
  - Substituint (1) en (2) tenim que: $P = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}(V_1 - V_2)$; per tant:
- La potència, en termes de *circuits* es pot calcular com: $P = I\Delta V \rightarrow$ amb signe
- Però, donarem la potència en *valor absolut.*
- Afegirem: $\begin{cases} -, & \text{dissipada} \\ +, & \text{generada} \end{cases}$
- Propietat: $\sum P_{gen} = \sum P_{abs} + \sum P_{diss}$.

▷ Potència d'una resistència

- DISSIPADA. LLEI DE JOULE. $P = IV = IRI = I^2R$

▷ Potencia d'una *fem* ideal

- GENERADA. Intensitat i direcció "menys"-"més" igual.
- ABSORBIDA. Intensitat i direcció "menys"-"més" DIFERENT.

▷ Potencia d'una *fem* realista (*fem* + *R*)

- Hi ha dues potències
  - DE LA FEM IDEAL. ¿DIS/ABS? És $P = \varepsilon I$.
  - DE LA R INTERNA. DISSIPADA. Segons la llei de Joule.

0.5 Resistència. Llei d'Ohm. Efecte Joule

- En un circuit simple, la principal incògnita és la intensitat, I.
- Es defineix com a $I \equiv \dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$ $\left[\dfrac{C}{s} = A\right]$.
- En un camí tancat, la diferència de potencial d'un punt al mateix punt és zero. $\Delta V = 0$ Aquesta és una fórmula que cal transformar en una equació per a la intensitat.
- $(V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) + \ldots = 0$.
- Ens cal la ***característica tensió-intensitat*** de cada component del circuit.
- La ***característica tensió-intensitat*** d'una ***resistència*** és la llei d'Ohm: $\Delta V = V_{sort} - V_{ent} = -RI$ (resistència, R, en ohms, Ω).
- *Curiositat*: anem a demostrar que $V_s - V_e = -RI$ és la característica tensió-intensitat d'una resistència.

- Per un circuit circulen càrregues q a una velocitat v. Com que es mouen, deu existir un camp elèctric uniforme $\vec{E}$ en el sentit del moviment de les càrregues. Per tant, $V_1 - V_2 = E \cdot d$.
- Introduïm la hipòtesi que I és directament proporcional a E i a la superfície del fil conductor, S .
- Així doncs, $I = \sigma E S$, con σ (un "corrector d'unitats") és la conductivitat del material. Per tant:
- $E = \dfrac{I}{\sigma S} \Rightarrow V_1 - V_2 = E \cdot d = I \dfrac{d}{\sigma S} = IR$.
- Notem que $R = \dfrac{1}{\sigma} \dfrac{d}{S} = \rho \dfrac{d}{S}$ (on ρ és la resistivitat del cable).

0.6 Fonts de tensió

- La ***característica tensió-intensitat*** d'una ***força electromotriu*** (*fem*) és ε , que es calcula com $\Delta V = V_{sort} - V_{ent} = +\varepsilon$, que no depèn de la intensitat, I !
- Exemples de la equació $\Delta V = 0$: $15 - 4I - 6 - 3I + 3 - 5I = 0$ (totes les *fems* van de polaritat $-$ a $+$).

0.7 Lleis de Kirchhoff

- Cal definir alguns termes:
  - ***Nus***: "arribada de tres o més cables a un mateix punt del circuit".
  - ***Branca***: "tros de circuit entre dos nusos".
  - ***Malla***: "tros de circuit que parteix d'un punt A del circuit i torna al mateix punt A sense passar-hi dues vegades pel mateix lloc".
- Ara sí, podem definir-les breument:

▷ <u>1a Llei de Kirchhoff</u>

- ***Conservació de la càrrega***: "la càrrega a un nus es conserva".
- Esquema: $$\begin{array}{ccc} \xrightarrow{I} & \bullet & \xrightarrow{I'} \\ & \downarrow{\scriptstyle I-I'} & \end{array}$$

▷ <u>2a Llei de Kirchhoff</u>

- ***Conservació de la energia***: "a cada camí tancat (***malla***) la suma de caigudes de tensió, ΔV és 0 .

0.8 Associació de resistències

▷ <u>Sèrie</u>

- Definim l'associació ***sèrie*** com "un seguit de resistències en què la sortida de la R_i està unida amb un cable a l'entrada de la R_{i+1} *sense cap derivació pel mig*". Totes estan sotmeses a la mateixa intensitat, $\Delta V = I(R_1 + \cdots + R_n) = R_{eq} \cdot I$.

▷ <u>Paral·lel</u>

- A l'associació ***paral·lel***, totes les resistències estan sotmeses a la mateixa diferència de potencial. Per conservació de la càrrega:

- $I = I_1 + \cdots I_n = \frac{\Delta V}{R_1} + \cdots \frac{\Delta V}{R_n} = \Delta V \left(\frac{1}{R_1} + \cdots + \frac{1}{R_n} \right)$.
- Comparant amb una sola resistència, tenim que $I = \frac{\Delta V}{R}$; per tant:
- $R_{eq} = \left(\frac{1}{R_1} + \cdots + \frac{1}{R_n} \right)^{-1}$ (noteu que tot està elevat a menys un (la inversa)).
- Si tenim dues resistències, $R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$.

0.9 *Aparells de mesura*

▷ Amperímetre

- Mesura *ampers* (A)
- Es connecta ***EN SÈRIE***
- Idealment, la resistència de l'amperímetre és *nul·la*: $R_A = 0$

▷ Voltímetre

- Mesura *volts* (V)
- Es connecta ***EN PARAL·LEL***
- Idealment, la resistència del voltímetre és *infinita*: $R_V = \infty$

0.10 *Teorema de Thévenin*

- *Definició*: tot un circuit CC entre dos punts A i B resultat d'associació de components lineals (*fems* i resistències) es pot substituir per un circuit obert els elements del qual són una font de tensió ε_{Th} i una resistència R_{Th}.
- On: $\begin{cases} \varepsilon_{Th} & \text{és la } fem \text{ equivalent de Thévenin} \\ R_{Th} & \text{és la resistència equivalent de Thévenin} \end{cases}$

▷ Tensió (ε_{Th})

- És $V_A - V_B$ sense alterar el circuit.
- Caldrà avaluar ddp al circuit (ignorant els punts A i B).
- El circuit es recorre de B cap a A.
- La diferència de potencial té signe!

▷ Resistència (R_{Th})

- És el que marcaria un ohmímetre entre A i B.
- Cal treure les piles i determinar la R_{Th}.
- Generalment, R_{eq} i R_{Th} són diferents.
- Els CABLES "BUITS" fan NUL·LA la RESISTÈNCIA d'una associació PARAL·LEL (els electrons volen la menor resistència possible).

▷ Dibuix

- Després de calcular els equivalents, cal fer un dibuix.

- Si la ddp és positiva, dibuixem A al potencial gran i B al menut (vegeu la llargària de les "línies" de la *fem* de ε_{Th}). Sinó, a l'inrevés.

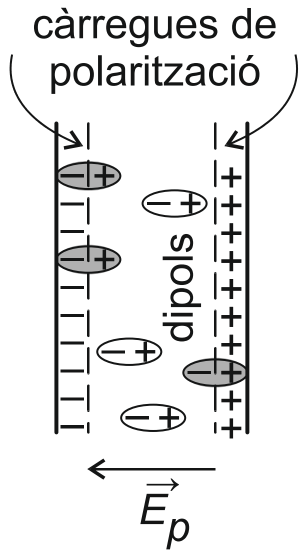
▷ Teorema de màxima transferència de potència

- Tenim A i B i una ε_{Th} i R_{Th}. La pregunta és:
- Quina resistència R hem de connectar entre A i B (al circuit equivalent de Thévenin) perquè aquest component DISSIPI LA MÀXIMA POTÈNCIA POSSIBLE?
- Resposta (fórmula important): $R = r$
- És a dir, cal connectar una resistència de valor R_{Th}.

0.11 Condensadors

- Emmagatzemen càrrega.
- Polaritat + a la part "llarga" de la *fem* i – a la part "curta" de la *fem*.
- Tipus:
  - Plaques [armadures] planes
  - Capes plegades
- Ens cal la relació tensió-intensitat. No!!; perquè **PER LES BRANQUES DELS CONDENSADOR NO HI PASSA CORRENT**.
- Demostració fórmula:
  - Com que és un condensador ($\vec{E}$ és perpendicular a les armadures), sabem que $V_+ - V_- = E \cdot d$.
  - $E = \dfrac{Q}{s \cdot \varepsilon_0}$, on Q és la càrrega d'una armadura i ε_0 és la permitivitat del buit:
  - $1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \times 10^9$ [unitats].
  - Per tant, $Q = \varepsilon_0 \cdot \dfrac{s}{d} \Delta V = C \cdot \Delta V$, on la capacitat del condensador són farads.
- $Q = C\Delta V$.

▷ Dielèctric



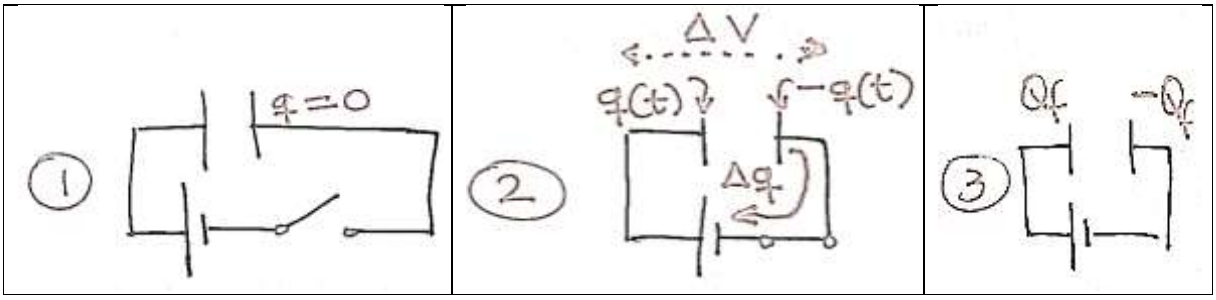
- Material aïllant que es posa enmig de les armadures.
- *Sempre* augmenta la capacitat del condensador.
- Suposem que el dielèctric estigui format per àtoms.
- En posició, normal, els *àtoms* del dielèctric (nucli + escorça) tenen una disposició normal;
- Amb dielèctric, les parts negatives se'n van cap a l'esquerra $- \xleftarrow{\vec{E}} +$, i es forma un dipol: hi ha *POLARITZACIÓ*.
- Les bandes a partir de les línies discontínues (les *càrregues de polarització*) formen un nou camp elèctric, $\vec{E}_p$ de menor magnitud.
- Al final, $E_T = E - E_P$.
- Per tant, com que la E creix a $\Delta V = Ed$ i mantenim constant la distància d, hi haurà menys ΔV; per tant, com que $Q = C\Delta V$, la capacitat creixerà.

▷ <u>Càlcul de *C* amb i sense dielèctric</u>

- *SENSE DIELÈCTRIC*: C
- *AMB DIELÈCTRIC*: $C' = \varepsilon_r \cdot C$, on ε_r és la permitivitat dielèctrica relativa [adimensional]; $(\varepsilon_r \geq 1)$.

▷ <u>Energia d'un condensador</u>

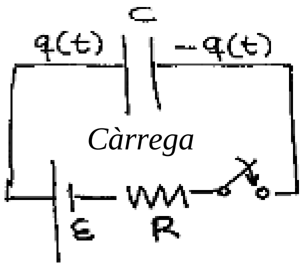
- *FASE 1.* Circuit obert, el condensador no emmagatzema càrrega.
- *FASE 2.* Règim transitori. No ens interessa a efectes de circuits, però per a la seva energia.
- *FASE 3.* Règim estacionari. És el que ens interessa. S'assoleix un cop totes les intensitats del circuit no depenen del temps. Malgrat la fórmula següent es dedueix per al règim transitori, també serveix per a l'estacionari.



- Energia total emmagatzemada = suma de les ΔU per traslladar les Δq.
- $U = \int dU = \int_0^{Q_f} V \cdot dq = \left[V = \dfrac{q}{C} \right] = \int_0^{Q_f} \dfrac{q}{C} dq = \dfrac{1}{2} \dfrac{Q_f^2}{C} = U$.
- Com que $Q = V \cdot C$, llavors $U = \dfrac{1}{2} V^2 \cdot C$.
- Indicacions: Si es posa un condensador entre A i B tal que la resta del circuit entre aquests dos punts ve representat per la equivalència de Thévenin, pel circuit resultat (*fem d'* ε_{Th} i resistència $r = R_{Th}$) NO HI CIRCULA CORRENT.

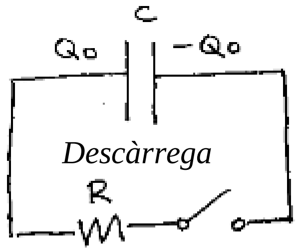
1 Corrent altern

1.1 Transitoris: circuits RC i RL



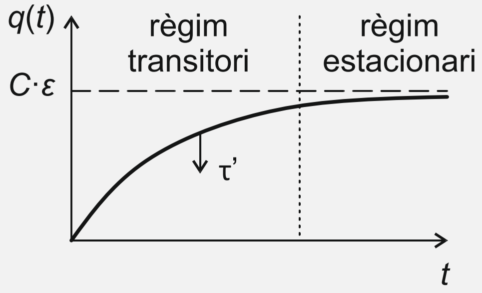
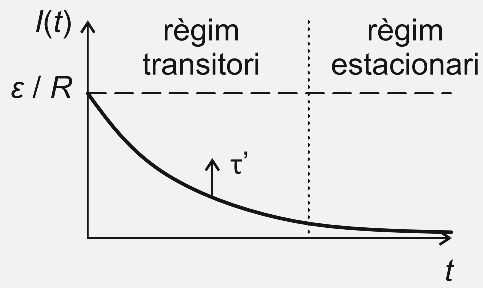
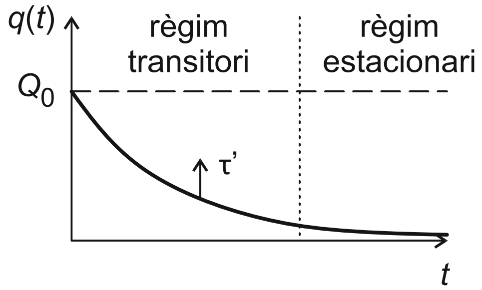
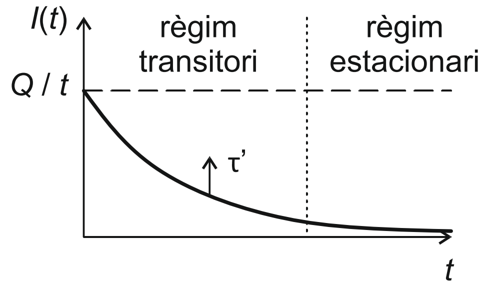
▷ <u>Circuits RC</u>

- Introducció
  - Hi ha dos tipus de corrents (AC/DC): corrent altern i corrent directe.
  - Sabem que, en corrent directe, $I = \Delta q / \Delta t$.
  - Però, en transitori, I depèn del temps, per tant, $I(t) = dq(t)/dt$.
- Transitoris:
  - En un circuit de CC tenim un condensador. Com es comporta el corrent al tancar el circuit?
  - Equació característica d'un condensador: $-q(t)/C$.
  - Aplicar Kirchhoff: $-I(t)\cdot R + \varepsilon - q(t)/C = 0$, on $I = dq/dt$.
  - Resolent, tenim que:



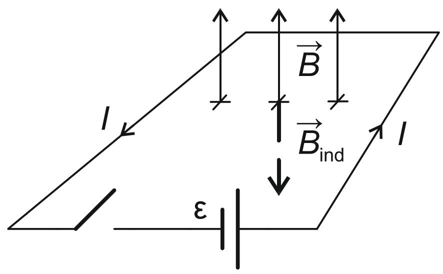
▷ <u>Condensador + resistència: càrrega i descàrrega</u>

$\tau = RC$ És una bona referencia del temps a aplegar al règim estacionari.

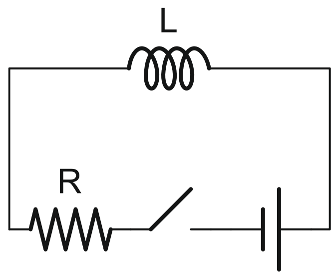
	q(t)	**I(t)**
Càrrega	$q(t) = C\cdot\varepsilon\cdot(1-\exp(-t/\tau))$  	$I(t) = \frac{\varepsilon}{R}\exp(-t/\tau)$ 
Descàrrega	$q(t) = Q_0\cdot\exp(-t/\tau)$  	$I(t) = -\frac{Q_0}{t}\exp(-t/\tau)$ * 

* Gràfica ignorant el signe. S'ha representat el valor absolut de la intensitat: $y = |I(t)|$.

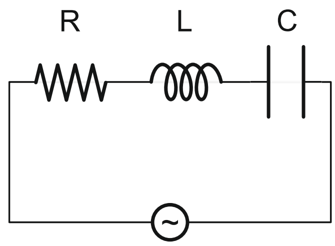
▷ <u>Circuits RL</u>



- Corrents d'obertura i tancament.
- No és raonable pensar que al tancar s'estableix la intensitat final de forma instantània.
- Cal introduir *camps magnètics*.
  - Oersted: 1820.
  - Els camps magnètics tenen efecte sobre els corrents (Faraday).
- *Inducció electromagnètica* [al marge, dibuix]
  - Es crea un camp $\vec{B}$ **CREAT PER *I***.
  - Introducció: apareix una reacció en forma d'una *fem* en sentit contrari:
  - $\varepsilon_{ind} = -\dfrac{d\phi}{dt}$.



- En el cas del dibuix, si suposem B constant,
- $\varepsilon_{ind} = -L\dfrac{dI}{dt}$, on
  - L és el coeficient d'autoinducció.
  - $\varphi = BS$, flux magnètic; S superfície del circuit.
- La autoinducció és representa al circuit del marge.
  - La relació tensió-intensitat és $\varepsilon = -L\dfrac{dI}{dt}$.



1.2 *Règim estacionari del circuit RCL*

- $V(t) = V_0 \cos(\omega t + \theta)$
- $I(t) = I_0 \cos(\omega t + \alpha)$

$I_0 = \dfrac{V_0}{Z}$	$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$	$X = XL - XC = L\omega - \dfrac{1}{C\omega}$	$\tan\varphi = \dfrac{X}{R}$	$\alpha_I = \theta_V - \varphi_Z$

1.3 *Nombres complexos*

▷ <u>Teoria matemàtica</u>

- Són nombres de la forma $\bar{z} = x + yj$, on $j = \sqrt{-1}$ és la unitat imaginària.
- Forma cartesiana: $\bar{z} = x + yj$.
- Forma polar: $\bar{z} = r(\cos\theta + j\sin\theta) = r\exp(j\theta) \equiv r_{(\theta)}$. Veiem que els nombres complexos es "comporten" com a vectors.
- Sumes i restes, amb la forma *cartesiana*.
- Productes i divisions, amb la forma *polar*.

Forma cartesiana $\bar{z} = x + yj$	$\longrightarrow$ $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $\theta = \tan^{-1} y/x$	*Forma polar* $\bar{z} = r_{(\theta)}$
	$\longleftarrow$ $(x, y) = r(\cos\theta, \sin\theta)$	

▷ Resolent circuits RLC amb nombres complexos

- Sabem que un nombre complex $w = a + yj$ es comporta com un vector de mòdul $r = \sqrt{a^2 + y^2}$ i que, per tant, la relació entre el mòdul i la a és que $a = r\cos\theta$.
- Definim un nombre complex $\overline{I}(t) = I_0 \exp(j(\omega t + \alpha)) \equiv I_{0\omega t+\alpha}$:
- En definitiva:

$\overline{I} = I_0 \exp(j\alpha)$	$\overline{V} = V_0 \exp(j\theta)$	$\overline{Z} = R + jX \equiv Z_\varphi$

- Si X és positiu, $\overline{Z}$ és una bobina; sinó, un condensador.

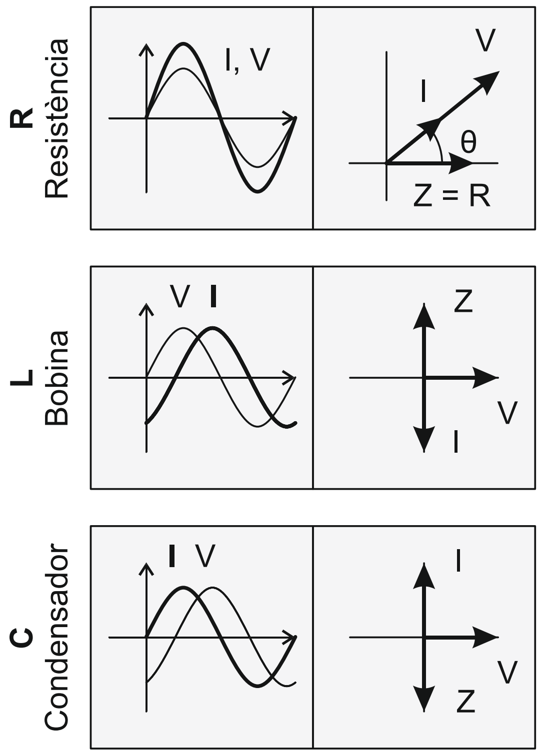
1.4 Impedància. Llei d'Ohm

- Només és una correspondència de la llei d'Ohm en nombres complexos.
- La impedància és la nova resistència: $\overline{Z} = R + jX \equiv Z_\varphi$, que depèn de la resistència i de la reactància.
- Llei d'Ohm complexa: $\overline{I} = \dfrac{\overline{V}}{\overline{Z}}$.

1.5 Circuits de corrent altern

- Com que totes les propietats dels circuits de continu es poden aplicar a altern, resolem els circuits de corrent altern de la mateixa manera que els circuits de corrent continu.
- $\overline{V} = \overline{V}_1 + \overline{V}_2 + \ldots$.
- En paral·lel, $\overline{I} = \overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \ldots$
- Associació de resistències:
  - Sèrie: $\overline{Z}_{eq} = \overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 + \ldots$.
  - $1/\overline{Z}_{eq} = 1/\overline{Z}_1 + 1/\overline{Z}_2 + \cdots$

▷ Diagrames fasorials



- Elements purs:
  - **R** – Resistències
  - **L** – Bobines (autoinduccions)
  - **C** – Condensadors
- Recordem que $\overline{I} = \overline{V} / \overline{Z}$ i que $\alpha = \theta - \varphi$.
- Casos:
- Circuit R
  - $\tan\varphi = \frac{X}{R} = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow$ en fase.
  - $\overline{V}$, $\overline{I}$ i $\overline{Z}$ estan sobre el eix real.
- Circuit L
  - $\overline{Z}_L = jL\omega = jX_L = X_L \underline{|90^\circ}$
  - $\overline{Z}_L$ i I, en l'eix imaginari, formant 180º. $\overline{V}$, en el real.
- Circuit C
  - $\overline{Z}_C = -jX_C = X_C \underline{|-90^\circ}$.
  - Al revés.

▷ Desfasaments, retards...

- Diem que:
  - ***A* retarda *B***
  - ***B* avança *A***

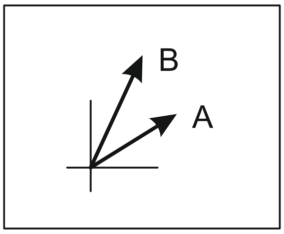
- Quan es dona la situació del marge:
  - L'angle de A és el menor.
  - L'angle de B és major.

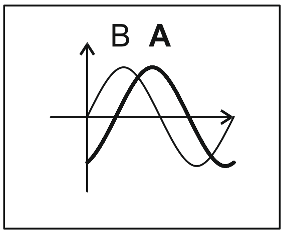
  - El fasor de A està més prop de l'origen.
  - El fasor de B està més lluny de l'origen

  - A està més lluny de l'eix OY.
  - B està més a prop de l'eix OY.

- Els elements que... **LA INTENSITAT**
  - La **RETARDEN = BOBINES (*L*)**
  - La **AVANCEN = CONDENSADORS (*C*)**

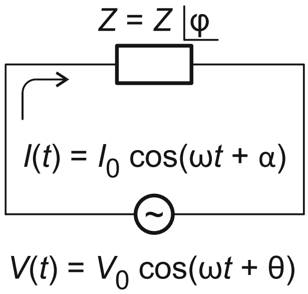
angle(***A***) < angle(*B*)
angle(*B*) > angle(***A***)





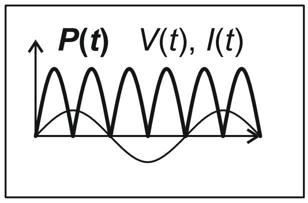
1.6 Potència

- En AC, la transmissió de potència és més barata que en DC.
- En DC, tenim que $P = IV$.
- Ara bé, en AC, la potència depenen del temps; per tant:
- $P(t) = \frac{I_0 V_0}{2}\left[\cos(\theta - \alpha) + \cos(2\omega t + \theta + \alpha)\right]$.



▷ Cas particular: només resistència (R)

- Si $\bar{Z} = R = R\underline{|0^\circ}$
- $P(t) = \frac{I_0 V_0}{2}\left[1 + \cos(2\omega t)\right]$
- Veient la fase, tenim que $T_{pot} = \frac{T}{2}$, $\quad f_{pot} = 2f$
- La potència mitjana és:
- $\langle p \rangle = \frac{I_0 V_0}{2} = I_e \cdot V_e = RI_e^2$

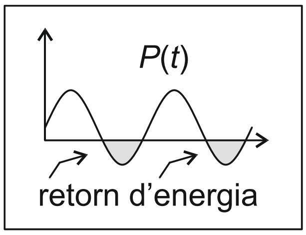


▷ En general (circuit RLC)

- En general, $\varphi \neq 0$. El circuit oscil·la en $\cos\varphi \cdot I_0 V_0 / 2$
- De manera que: $\langle p \rangle = \frac{I_0 V_0}{2}\cos\varphi$. Notem que $\cos\varphi$ té nom propi: és el *factor de potència*.
- Es compleix que: $\langle p \rangle = V_e I_e \cos\varphi = RI_e^2$
- **La POTÈNCIA d'una BOBINA o CONDENSADOR ÉS NUL·LA.**
- Vegeu:
  - $p_L \Rightarrow p_L = V_e I_e \cos(-90^\circ) = 0$
  - $p_C \Rightarrow p_C = V_e I_e \cos(+90^\circ) = 0$

▷ <u>Tipus de potències i unitats</u>

Potència	***Fórmula***	***Unitats***
Mitjana o activa	$P = I_e V_e \cos\varphi$	W
Aparent	$S = I_e V_e$	VA
Reactiva*	$Q = I_e V_e \sin\varphi$	VAR



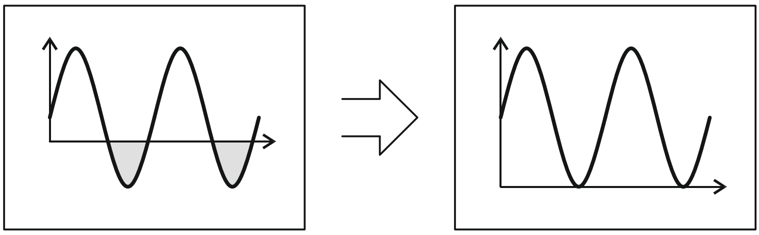
** Correspon a les parts de retorn d'energia.*

▷ <u>Relació entre les diferents potències</u>

- Només mirant les fórmules, pel teorema de Pitàgores:
- $S^2 = P^2 + Q^2$

▷ <u>Corrector del factor de potència</u>

- La potència reactiva és un problema: "es perd".
- El nostre objectiu és aconseguir passar d'un senyal amb pèrdues a un senyal sense. [Vegeu $\Rightarrow$]



Objectiu del factor de potència: eliminar la potència reactiva

- Intentem que $\mathrm{Im}(\bar{Z}_{total}) = 0$
- Però tenim dos requisits: $\begin{cases} \text{no consumir més potència} \\ \text{mantindre el voltatge} \end{cases}$
- Per tant, farem servir un **CONDENSADOR** o una **BOBINA SEGONS EL SIGNE DE LA IMPEDÀNCIA.**
- **L'ELEMENT REACTIU ES CONNECTA EN PARAL·LEL!!!**
- Es calcula així:
  - $X_p = \dfrac{-Z^2}{X} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix}\text{impedància} \\ \text{en paral·lel}\end{bmatrix} = \dfrac{-Z^2}{\begin{bmatrix}\text{impedància} \\ \text{a corregir}\end{bmatrix}}$ amb signes!

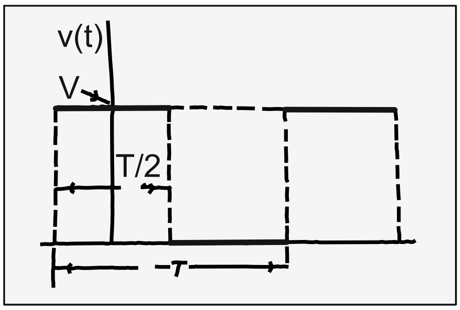
1.7 Superposició de senyals. Amplada de banda

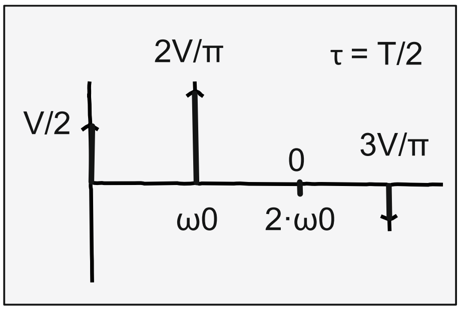
▷ <u>Sèries de Fourier</u>

- Fourier ens diu que *qualsevol funció periòdica pot expressar-se com a suma* [superposició] *de funcions sinusoïdals.*
- La fórmula és: $f(t) = C_0 + C_1 \cos(\omega_0 t + \theta_1) + C_2 \cos(\omega t + \theta_2) + \ldots, \forall C_i \in \mathbb{R}$

▷ <u>Senyal quadrat</u>

- Gràfica:





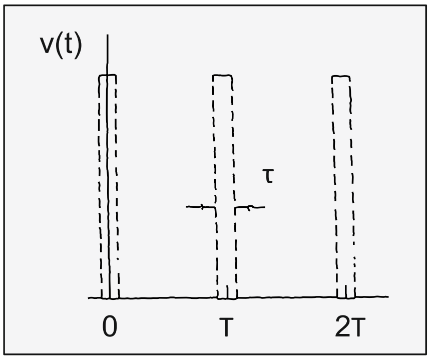
- La seva suma de Fourier és:

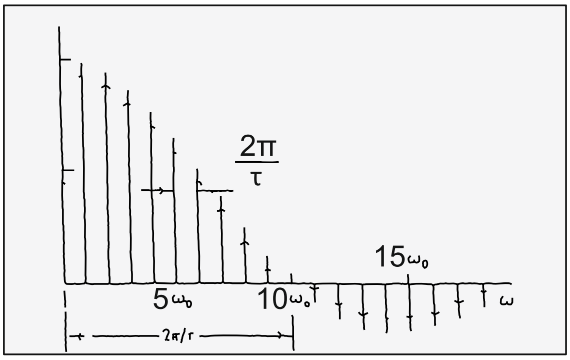
$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{V}{2} + \frac{2V}{\pi}\cos(\omega_0 t + 180^o) + \frac{2V}{3\pi}\cos(3\omega_0 t + 180^o) + \frac{2V}{5\pi}\cos(5\omega_0 t + 180^o) + \cdots = \\ &= \frac{V}{2} + \frac{2V}{\pi}\cos(\omega_0 t) - \frac{2V}{3\pi}\cos(3\omega_0 t) + \frac{2V}{5\pi}\cos(5\omega_0 t) + \cdots \end{aligned}$$

- Notem que:
    - Els termes parells són nuls. El signe s'alterna.
    - La primera forma serveix per calcular les fases dels harmònics n-èssims.

▷ <u>Senyal rectangular</u>

- Gràfica:





- La funció és $v(t) = A_0 + A_1 \cos\omega_0 t + A_2 \cos 2\omega_0 t + \cdots + A_n \cos n\omega_0 t + \cdots$
- On $A_n = \dfrac{2V\tau}{T}\dfrac{\sin(n\omega_0\tau/2)}{n\omega_0\tau/2}$

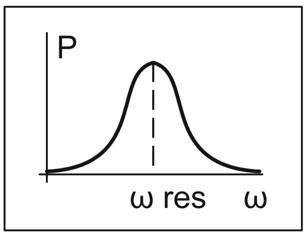
▷ <u>Pols aïllat</u>

- Si considerem el cas anterior i fem molt gran τ, llavors tindrem que les distàncies entre els diferents harmònics tendirà a zero (vegeu gràfica anterior, b).
- La funció resultat serà, doncs:
- $A(\omega) = E_0 \dfrac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2}$

▷ <u>Velocitat de transmissió, amplada de banda</u>

- La velocitat s'expressa en bits / segon (bauds).
- Relació: $v = \dfrac{1}{2\tau} = \dfrac{BW}{2}$ $\quad BW = \dfrac{1}{\tau} = 2v$

1.8 Ressonància



- Ens diu la freqüència ó ω en què la potència mitjana és màxima.
- Consisteix en què la part imaginària de la reactància sigui 0.
- El factor de potència és 1.
- $\omega_{res} = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

1.9 Filtres

- Parteixen de la idea que, donat un senyal com a superposició de freqüències, volem eliminar un cert rang de freqüències.
- Tenen un corrent altern d'entrada, V_{in} i un de sortida, V_{out}.
- Venen determinat per certa funció de transferència: $\bar{H}(f) = \frac{\bar{V}_{out}}{\bar{V}_{in}} \Rightarrow |H(f)| = \frac{V_{out}}{V_{in}}$
- Si és 1, els dos voltatges són gairebé iguals, si és 0, el voltatge de sortida és 0.

▷ B. Filtre passabanda

- Resistència + bobina + condensador.
- Sabem que $\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}}$.
- Ara bé, per a mòduls, $I_0 = V_0 / Z$.
- Al nostre circuit [vegeu ⇒]
- Canviant la impedància (és a dir, llevant la bobina ó el condensador [no els dos alhora]), obtenim els altres dos filtres.

$$I_0 = \frac{V_{in}0}{Z} = \frac{V_{out}}{R} \Rightarrow H(f) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

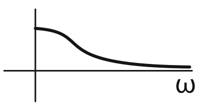
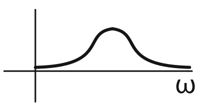
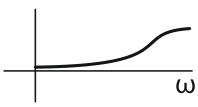
▷ A. Filtre passabaixos

- Resistència + bobina.
- $H(f) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$

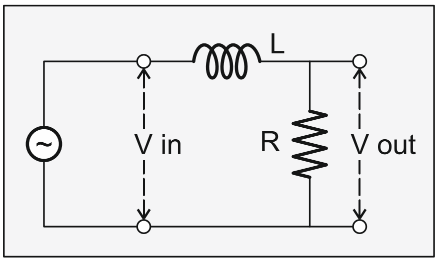
▷ C. Filtre passaalts

- Resistència + condensador.
- $H(f) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}}$

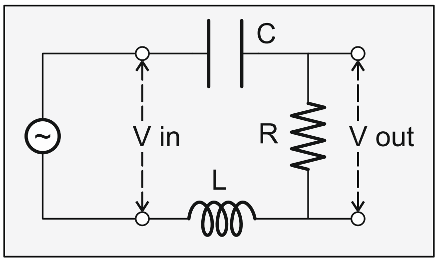
▷ Comportament dels filtres

Filtres	Gràfiques	$H(f)$	$0 \leftarrow \omega$	$0 < \omega < \infty$	$\omega \to \infty$
Passabaixos		$\frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$	$\frac{V_0}{V_i} = 1$	$V_0 = 0$	$V_0 = 0$
Passabanda		$\frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$	$V_0 = 0$	$\frac{V_0}{V_i} = 1$ si $\omega_{res}^{-1} = \sqrt{LC}$	$V_0 = 0$
Passaalts		$\frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}}$	$V_0 = 0$	$V_0 = 0$	$\frac{V_0}{V_i} = 1$

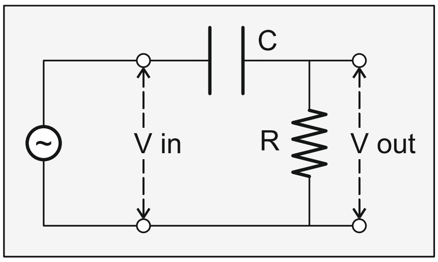
▷ Circuits dels filtres



a) filtre passabaixos



b) filtre passabanda



c) filtre passaalts

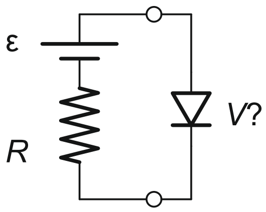
2 Electrònica i Portes Lògiques

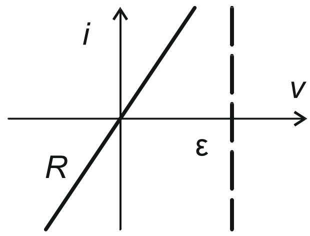
En aquest tema:

- Amplificar, $CC \leftrightarrow CA$. Electrònica analògica.
- Portes lògiques, computació. Electrònica digital.
- Tot això es pot fer amb dos elements *molt senzills*:
  - *Díodes*
  - *Transistors*

▷ Díodes: introducció

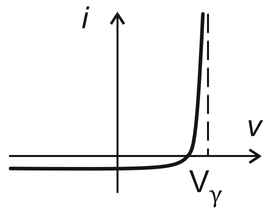
- Per saber què és un díode necessitem la seva relació *tensió-intensitat*.
- Només havíem vist elements lineals:
  - Resistències, R.
  - Fonts d'alimentació, ε.
- Els díodes, però, no tenen una característica tensió-intensitat lineal:
- $i = A[e^{Bv} - 1]$ [característica tensió-intensitat d'un díode]





▷ Díodes: funcionament

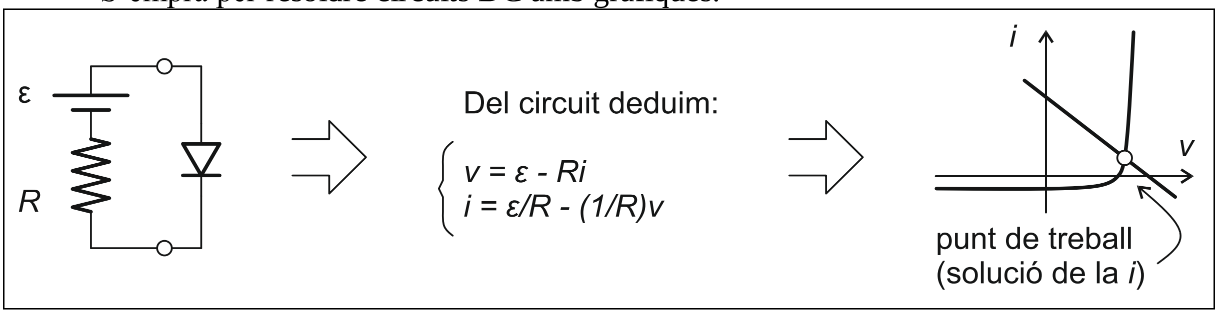
- Realment, el comportament d'un díode es correspon al de la figura.
- Però tenim un problema: *malgrat la majoria dels elements amb què treballem en DC, els càlculs fent servir la fórmula exponencial no són fàcils de resoldre. Com els fem?*
- Resposta: *la recta de recàrrega*.



Comportament d'un díode

▷ Recta de recàrrega

- S'empra per resoldre circuits DC amb gràfiques.



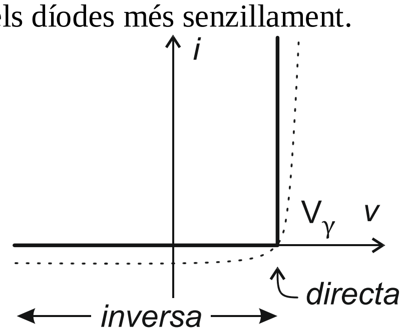
- Encara així, nosaltres anirem més enllà: modelitzarem els díodes més senzillament.

▷ Corba característica linealitzada (CCL)

- Podeu veure-la al marge.

▷ CCL. Polarització directa

- Funciona com a **GENERADOR** de tensió V_γ.
- El seu gràfic equivalent és un *generador* amb potencial baix al tall: la barra al símbol del díode, ▷|.
- **<u>CONDICIÓ DE *CHECK* EN DIRECTA</u>:** $\boxed{i > 0}$



Corba característica linealitzada

▷ <u>CCL. Polarització inversa</u>

- Funciona com a **CURTCIRCUIT** (no hi ha intensitat).
- El seu gràfic equivalent és un circuit obert: —O O—.
- **<u>CONDICIÓ DE *CHECK* EN INVERSA</u>:** $\boxed{v < V_\gamma}$
- On $v = V_A - V_C$, que es fa anant *de C cap a A*.
- *Ànode* a la banda del triangle; *càtode* al tancament.