Mindestens-/Höchstens-Aufgaben

1. Buch S. 247/ 1

2. Buch S. 247/ 2

3. Buch S. 247/ 3

4. Buch S. 247/ 4

5. Man rechnet mit 5% Schwarzfahrern auf einer bestimmten Linie.
   Wie viele Fahrgäste muss der Kontrolleur nach ihrem Fahrschein fragen, bis er mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% wenigstens einen Schwarzfahrer ertappt?

6. Unter den Patienten, die wegen einer Allergie in einer Klinik ambulant behandelt werden, weist jeder fünfte Schwellungen an den Unterarmen auf. Der Arzt möchte für eine Studie mit solch einem Patienten reden.
   Wie viele Patienten, die die Allergie haben, muss er mindestens einbestellen, um mit mindestens 99%iger Wahrscheinlichkeit wenigstens ein Unterarmsyndron untersuchen zu können?

7. Das Risiko im Zentrum einer bestimmten Großstadt Opfer eines Taschendiebstahls zu werden beträgt 0,4%. Wie oft darf man das Zentrum höchstens besuchen, um mit maximal 10% Wahrscheinlichkeit Opfer mindestens eines Taschendiebstahls zu werden.

8. Ein Glücksrad trägt auf seinen zehn gleich großen Sektoren die Ziffern 0 bis 9.
   a) Es wird dreimal gedreht. Berechne die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:
      A: Drei gleiche Ziffern.
      B: Jedesmal eine gerade Ziffer.
      C: Jedesmal eine andere Ziffer.
      D: Die Ziffern 7, 4, 8 in beliebiger Reihenfolge.
   b) Wie oft muss man das Glücksrad mindestens drehen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% die Null zu drehen.

9. Dirk Nowitzki belegt mit einer Freiwurfquote von 93,07% Platz zwei in der ewigen NBA-Finals-Rangliste.
   Wie viele Freiwürfe muss er mindestens werfen, um mit wenigstens 99% mindestens zwei Mal getroffen zu haben. Stelle eine Gleichung für die Anzahl der Würfe auf. Diese Gleichung kannst Du nicht lösen – wie kann man trotzdem auf die Lösung kommen?

Aufgaben 5, 6, 8 aus: Heuß, Jörg u.a.: Lambacher Schweizer: Mathematik für berufliche Gymnasien. Jahrgangsstufenband. 1. Aufl. Stuttgart 2008, S.338.

Lösungen

1. $P(www) = (\frac{6}{10})^3 = (\frac{3}{5})^3 = 0{,}216 = 21{,}6\%$
   Ereignis$A$:mindestens eine rote Kugel bei n Ziehungen.
   Gegenereignis$\bar{A}$:keine rote Kugel bei n Ziehungen,$P(\bar{A}) = (\frac{3}{5})^n$.
   $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - (\frac{3}{5})^n \geq 0{,}98 \Rightarrow 0{,}02 \geq (\frac{3}{5})^n \Rightarrow \cdots \Rightarrow n \geq 7{,}66$
   → Ab 8 Ziehungen.

2. a) A:Mindestens eine defekte Birne,$\bar{A}$:Keine defekte Birne.
   $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0{,}95^{50} \approx 0{,}923 = 92{,}3\%$.
   b) Ereignis$B$:mindestens eine defekte unter n entnommenen Birnen.
   Gegenereignis$\bar{B}$:keine defekte unter n entnommenen Birnen.
   $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - 0{,}95^n \geq 0{,}99 \Rightarrow 0{,}01 \geq 0{,}95^n \Rightarrow \cdots \Rightarrow n \geq 89{,}8$
   → Der Kontrolleur muss mindestens 90 Birnen entnehmen.

3. a) $P(E_1) = (\frac{3}{4})^3 = 0{,}422 = 42{,}2\%$
   Baum zeichnen, dann sieht man$P(E_2) = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} + (\frac{1}{4})^3 = \frac{5}{32} = 0{,}156 = 15{,}6\%$
   $P(E_3) = (\frac{3}{4})^2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{64} = 0{,}141 = 14{,}1\%$
   b) Ereignis$A$:mindestens ein Spiel mit Ergebnis ggg bei n Spielen.
   Gegenereignis$\bar{A}$:kein Spiel ggg bei n Spielen,$P(\bar{A}) = (1 - (\frac{1}{4})^3)^n = (\frac{63}{64})^n$
   $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - (\frac{63}{64})^n \geq 0{,}6 \Rightarrow 0{,}4 \geq (\frac{63}{64})^n \Rightarrow \cdots \Rightarrow n \geq 58{,}2$
   → Man muss mindestens 59 Spiele spielen.

4. a) $P(E_1) = 0{,}6 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}7 = 0{,}21 = 21\%$
   Baum zeichnen, dann sieht man
   $P(E_2) = 0{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}7 + 0{,}6 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}7 + 0{,}6 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}44 = 44\%$
   b) Ereignis$A$:Sie kommt bei n Fahrten mindestens einmal ohne Verzögerung an.
   Gegenereignis$\bar{A}$:Sie hat bei n Fahrten immer eine Verzögerung,
   $P(\bar{A}) = (1 - 0{,}21)^n = 0{,}79^n$
   $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0{,}79^n \geq 0{,}9 \Rightarrow 0{,}1 \geq 0{,}79^n \Rightarrow \cdots \Rightarrow n \geq 9{,}77$
   → Sie muss mindestens 10 Mal fahren.

5. Ereignis$A$:mindestens ein Schwarzfahrer bei n Kontrollen.
   Gegenereignis$\bar{A}$:kein Schwarzfahrer bei n Kontrollen,$P(\bar{A}) = 0{,}95^n$.
   $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0{,}95^n \geq 0{,}9 \Rightarrow 0{,}1 \geq 0{,}95^n \Rightarrow \cdots \Rightarrow n \geq 44{,}9$
   → Er muss mindestens 45 Personen kontrollieren.

6. Ereignis$A$:mindestens ein Unterarmsyndrom bei n Patienten.
   Gegenereignis$\bar{A}$:kein Unterarmsyndrom bei n Patienten,$P(\bar{A}) = (\frac{4}{5})^n = 0{,}8^n$.
   $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0{,}8^n \geq 0{,}99 \Rightarrow 0{,}01 \geq 0{,}8^n \Rightarrow \cdots \Rightarrow n \geq 20{,}6$
   → Er muss mindestens 21 Patienten einbestellen.

7. Ereignis$A$:Opfer mindestens eines Diebstahls bei n Besuchen.
   Gegenereignis$\bar{A}$:Niemals Opfer eines Diebstahls bei n Besuchen,$P(\bar{A}) = (0{,}996)^n$.
   $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0{,}996^n \leq 0{,}1 \Rightarrow 0{,}9 \geq 0{,}996^n \Rightarrow \cdots \Rightarrow n \leq 26{,}3$
   → Bei maximal 26 Besuchen bleibt das Diebstahlsrisiko unter 10%.

Aufgaben 5, 6, 8 aus: Heuß, Jörg u.a.: Lambacher Schweizer: Mathematik für berufliche Gymnasien. Jahrgangsstufenband. 1. Aufl. Stuttgart 2008, S.338.

8. a) $P(A) = 10 \cdot (\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}) = \frac{1}{100} = 0{,}01 = 1\%$

   $P(\text{gerade Ziffer}) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(B) = (\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8} = 0{,}125 = 12{,}5\%$

   $P(C) = \frac{10}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{10} = \frac{18}{25} = 0{,}72 = 72\%$

   $P(D) = 6 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{500} = 0{,}006 = 0{,}6\%$

   b) Ereignis E: mindestens eine Null bei n Drehungen

   Gegenereignis $\bar{E}$: keine Null bei n Drehungen, $P(\bar{E}) = (\frac{9}{10})^n$.

   $P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - (\frac{9}{10})^n \geq 0{,}95 \Rightarrow 0{,}05 \geq 0{,}9^n \Rightarrow \cdots \Rightarrow n \geq 28{,}4$

   → Man muss mindestens 29 Mal drehen.

9. Ereignis A: mindestens zwei Treffer bei n Würfen.

   Gegenereignis $\bar{A}$: kein oder ein Treffer bei n Würfen, $P(\bar{A}) = 0{,}0693^n + n \cdot 0{,}0693^{n-1} \cdot 0{,}9307$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - (0{,}0693^n + n \cdot 0{,}0693^{n-1} \cdot 0{,}9307) \geq 0{,}99$$

$$\Rightarrow 0{,}01 \geq 0{,}0693^n + n \cdot 0{,}0693^{n-1} \cdot 0{,}9307$$

→ Er muss mindestens vier Mal werfen.