Stochastik I

Gewerbliche Schule Ravensburg

Übungen zur Kombinatorik

Mathematik / Hund

Datum:

- Im "Restaurant der 1000 Menüs" kann man sich aus 6 Vorspeisen, 5 Salaten, 8 Hauptgerichten und 4 Nachspeisen ein beliebiges Menü zusammenstellen. Ist der Name des Restaurants berechtigt?
- 2. Handynummern in Deutschland haben z.B. die Form

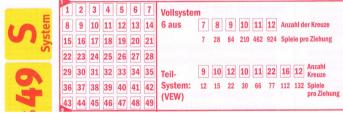
0175 / 4938484

oder

0162 / 50992845

Die ersten vier Ziffern bestimmen den Mobilfunkanbieter, die hinteren Ziffern sind die Nummer des Teilnehmers (dabei darf die erste Ziffer keine Null sein!). Die ca. 100 Millionen deutschen Handys verteilen sich in etwa gleich auf vier große Anbieter. Wie viele Stellen muss die Nummer haben?

- 3. In Deutschland gibt es 295 Landkreise. Wie viele Autos können maximal zugelassen werden, wenn alle Kombinationen vergeben werden (auch hier darf die erste Ziffer der Nummer keine Null sein)?
- 4. Beim Tippspiel TOTO muss man für 13 Fußballspiele vorhersagen, ob es einen Heimsieg (1), ein Unentschieden (0) oder einen Sieg der Gastmannschaft (2) gibt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit tippt man alle 13 Spiele richtig?
- 5. Wie viele Adjektive mit 4 Buchstaben sind theoretisch möglich?
- 6. Wie viele Möglichkeiten gibt es 3 rote, 5 blaue und 6 grüne Bücher in einem Bücherregal ...
 - a) ... nebeneinander zu stellen?
 - b) ... nebeneinander zu stellen, wenn Bücher gleicher Farbe beieinander stehen?
 - c) ... für eine Rot-Grün-Blinde Person wie in b) nebeneinander zu stellen?
- 7. In einem Wettkampf mit 28 Teilnehmern erhalten die 7 besten unterschiedlich wertvolle Preise.
 - a) Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Verteilung der Preise?
 - b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn es anstelle der Preise 7 völlig gleich aussehende Medaillen verliehen werden?
- 8. Beim Systemlotto können bis zu 12 Zahlen angekreuzt werden.
 - Bestätige die Anzahlen der Spiele, die man mit 12 (11, 10, ...) Kreuzchen gleichzeitig spielt.
 - b) Ohne Bearbeitungsgebühr kostet ein Lottospiel 1€. Wie viel würdest Du für ein Systemspiel mit 12 (11, 10, ...) getippten Zahlen verlangen?





9. Der Jackpot des Spiels "Eurojackpot" ist meistens viel höher als der Jackpot des "normalen" Lottos "6 aus 49". Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man den Jackpot knackt (siehe Spielfeld links)? Warum wechseln wohl nicht alle Lottospieler zum Eurojackpot?

10. Beim "Keno-Lotto" werden "20 aus 70" gezogen. man darf man sich als Spieler raussuchen, ob man 2, 3, 4, 5, 6, 7,

8, 9, oder 10 Kreuze setzt (der sog. Keno-Typ). Je nach gesetzter Anzahl an Kreuzen und Einsatz ändern sich die Gewinne (siehe Quoten links unten).

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit auf den maximalen Gewinn (10 Kreuze, alle 10 getippten Zahlen befinden sich unter den 20 gezogenen)?
- b) Weshalb gewinnt man als Keno-Typ 10 bei 5 oder 0 richtigen etwas, bei 1, 2, 3 oder 4 richtigen jedoch nichts?



Info: Die Gewinnchancen der verschiedenen Lotterien laut www.lotto.de:

Gewerbliche Schule

Stochastik I

Übungen zur Kombinatorik

Mathematik / Hund

Datum:

Lösungen:

- 1. Es gibt $6 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 4 = 960$ verschiedene Menüs, der Name ist eine leichte Übertreibung.
- 2. Jeder Anbieter hat etwa 25 000 000 Teilnehmer.

Siebenstellige Nummer: $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9 \cdot 10^6 = 9000000$.

Achtstellige Nummer: $9 \cdot 10 = 9 \cdot 10^7 = 90000000$, das reicht aus!

- 3. Es können $295 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 295 \cdot 26^2 \cdot 9 \cdot 10^3 = 1794780000$,d.h. knapp 1,8 Milliarden Auton könnten zugelassen werden, manche Kombinationen wie HH oder SS sind allerdings aus geschichtlichen / politischen Gründen verboten.
- 4. Modell: Ziehen mit Zurücklegen, Reihenfolge wichtig: $\underbrace{3 \cdot 3 \cdot ... \cdot 3}_{13-mal} = 3^{13} = 1594323$.

Also ist $P(\text{alle 13 richtig}) = \frac{1}{1594323}$.

- 5. Modell: Ziehen mit Zurücklegen, Reihenfolge wichtig: $30 \cdot 30 \cdot 30 \cdot 30 = 30^4 = 810000$.
- 6. Modell: n Objekte aufteilen:
 - a) $(3+5+6)! = 14! = 8,72 \cdot 10^{10} = 87,2$ Milliarden.
 - b) $3! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 3! = 3110400$.
 - c) $9! \cdot 5! \cdot 2! = 87091200$.

7.

a) Modell: Ziehen ohne Zurücklegen, Reihenfolge ist wichtig:

$$\frac{28!}{(28-7)!} = \frac{28!}{21!} = 5967561600.$$

b) Modell: Ziehen ohne Zurücklegen, Reihenfolge ist nicht wichtig:

$$\frac{28!}{(28-7)!\cdot 7!} = \frac{28!}{21!\cdot 7!} = {28 \choose 7} = 1184040.$$

8.

- a) Wie viele 6-elementige Mengen gibt es unter den 12 getippten Zahlen? $\binom{12}{6} = 924$. Die andern Anzahlen an Kreuzchen funktionieren genau so.
- b) Da man bei 12 Kreuzchen 924 Spiele gleichzeitig spielt, kostet die Abgabe des Scheins auch 924€!
- 9. Man muss "5 aus 50" und "2 aus 10" richtig haben: $\binom{50}{5}$ · $\binom{10}{2}$ = 95344200,d.h. die

Wahrscheinlichkeit für den Höchstgewinn liegt bei

$$P(Jackpot) = \frac{1}{95344200}$$
, also etwa bei 1 zu 95 Millionen.

Der Einsatz ist doppelt so hoch: ein Spiel kostet 2€ und bei nur 4, 3 oder 2 Richtigen ist der Gewinn im Vergleich zum Lotto 6 aus 49 geringer.

- 10. Keno-Lotto
 - a) $P(max. Gewinn) = \frac{\binom{20}{10} \cdot \binom{50}{0}}{\binom{70}{10}} \approx \frac{1}{2147180}$
 - b) $P(0richtige) = \frac{\binom{20}{0} \cdot \binom{50}{10}}{\binom{70}{10}} \approx 2,59\%$ Analog berechnet man P(1richtige) = 12,63%, P(2richtige) = 25,7%, P(3richtige) = 28,7%, P(4richtige) = 19,4%, P(5richtige) = 8,28%.