Urnenmodelle

Datum:

Die meisten mehrstufigen Zufallsexperiment lassen sich auf vier Grundmodelle zurückführen: die Urnenmodelle.

Aufgabe: Ordne jedem der vier Modelle **zwei Aussagen** & **zwei Beispiele** der nächste Seite zu. Löse anschließend die beim jeweiligen Modell stehenden Aufgaben (sollten wir diese Aufgabe schon gelöst haben, gib das Ergebnis mit Verweis auf das Arbeitsblatt an).

<u>1. Urnenmodell</u>: Ziehen **ohne Zurücklegen**, die **Reihenfolge** ist **egal**.

Aussagen:

Beispiele:

Aufgaben:

$P(ABI$ist legbar$) =$

$P($Drei gleiche Buchstaben$) =$

<u>2. Urnenmodell</u>: Ziehen **ohne Zurücklegen**, die **Reihenfolge** ist **wichtig**.

Aussagen:

Beispiele:

Aufgaben:

$P(ABI$ist legbar$) =$

$P($Drei gleiche Buchstaben$) =$

<u>3. Urnenmodell</u>: Ziehen **mit Zurücklegen**, die **Reihenfolge** ist **egal**.

Aussagen:

Beispiele:

Aufgaben:

$P(ABI$ist legbar$) =$

$P($Drei gleiche Buchstaben$) =$

<u>4. Urnenmodell</u>: Ziehen **mit Zurücklegen**, die **Reihenfolge** ist **wichtig**

Aussagen:

Beispiele:

Aufgaben:

$P(ABI$ist legbar$) =$

$P($Drei gleiche Buchstaben$) =$

Aussagen:

A) Mit jedem Zug verändern sich $|S|$ und die Anzahl der Kugeln. Die Wkt.'en müssen jedes Mal neue berechnen werden.

B) $|S|$ und die Anzahl der Kugeln bleibt immer gleich. Die Wkt.'en ändern sich nie.

C) Nach jedem Zug muss das Ergebnis notiert werden.

D) Nur das Endergebnis ist wichtig, man könnte alle Kugeln mit einem Griff ziehen.

E) Nur das Endergebnis ist wichtig, trotzdem muss man die Kugeln einzeln ziehen.

Beispiele

1. Ziehung der Lottozahlen. Aus 49 Zahlen werden 6 gezogen.
   Bsp: 4,23,29,38,44,45.
2. Ein Hacker versucht ein Passwort zu knacken.
3. Bingo spielen. Aus 50 Zahlen wird so lange gezogen, bis einen BINGO hat.
   Bsp: 6,19,48,12,47,15,33,28,19,37,36,4 „BINGO!"
4. Durchführen einer Verkehrszählung, die Art des Fahrzeugs wird gezählt.
   Bsp: 479 Pkw, 82 Lkw und 163 Motorräder fuhren vorbei.
5. Wetten auf den Zieleinlauf eines Pferderennens.
6. Produktion mit 2% Ausschuss. 5 Teile werden aussortiert, sind zwei defekte darunter?
7. In einem Bus sitzen 50 Leute. Die Zöllner wissen, dass zwei Schmuggler darunter sind. Nacheinander durchsuchen sie die Passagiere, bis sie die Schmuggler haben.
8. Toto spielen: Für 13 Fußballspiele ist vorherzusagen, ob es einen Heimsieg (1), ein Unentschieden (0) oder einen Auswärtssieg (2) gibt. Bsp: 2,0,1,1,0,1,1,2,1,2,0,2,1,2.

Löse die folgenden Aufgaben:

Zum 1. Urnenmodell:
Mit welcher Wahrscheinlichkeit tragen die ersten drei Kugeln, die bei einer Lottoziehung gezogen werden die Nummern 12, 28 und 41?
Wie ändert sich die Wahrscheinlichkeit, wenn man die Aufgabe folgendermaßen einschränkt: „Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden die ersten drei Kugeln einer Lottoziehung in der Reihenfolge 28, 41, 12 gezogen?" und zu welchem Urnenmodell gehört die Aufgabe dann?

Zum 2. Urnenmodell:
Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Pferderennen, bei dem acht Pferde am Start sind, das Pferd Nummer 5 gefolgt von 3 und 8 gewinnt.

Zum 3. Urnenmodell:
Am Ende einer Verkehrszählung wurden 9378 Pkw, 389 Lkw und 193 Motorräder gezählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich unter den nächsten drei Fahrzeugen zwei Pkw und ein Motorrad?

Zum 4. Urnenmodell:
In jedem 7. Überraschungsei befindet sich das ersehnte Spielzeug. Du kaufst so lange ein Ei und öffnest es gleich nach dem Kauf, bis Du DAS Spielzeug endlich hast. Mit welcher Wahrscheinlichkeit musst Du fünf Überraschungseier kaufen?

Vermischtes: Löse die Aufgaben im Buch auf S. 245.

Aufgaben:

Zum 1. Urnenmodell:

$A =$ Die ersten drei Kugeln tragen die Nummern 12, 28 und 41.<

$$P(A) = \frac{1}{49}\cdot\frac{1}{48}\cdot\frac{1}{47} + \cdots + \frac{1}{49}\cdot\frac{1}{48}\cdot\frac{1}{47} = 6\cdot\frac{1}{110544} = \frac{1}{18424} \approx 0{,}0054\%$$

→ Dieses Ereignis tritt durchschnittlich alle 18424 Lottoziehung ein.

$B =$ Die Reihenfolge der ersten drei Kugeln ist 28, 41, 12.

$P(B) = \frac{1}{49}\cdot\frac{1}{48}\cdot\frac{1}{47} = \frac{1}{110544} \approx 0{,}0009\%$ → 2. Urnenmodell.

→ Dieses Ereignis tritt durchschnittlich alle 110544 Lottoziehung ein.

Zum 2. Urnenmodell:

$$P(\text{5, dann 3, dann 8}) = \frac{1}{8}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{6} = \frac{1}{336} \approx 0{,}298\%$$

Zum 3. Urnenmodell:

Es sind insgesamt $9378 + 389 + 193 = 9960$ Fahrzeuge.

$$P(\text{PkW}) = \frac{9378}{9960} \approx 0{,}942 = 94{,}2\%,$$
$$P(\text{LkW}) = \frac{389}{9960} \approx 0{,}039 = 3{,}9\%,$$
$$P(\text{Motorrad}) = \frac{193}{9960} \approx 0{,}014 = 1{,}4\%$$

$$P(\text{2 PkW und ein Motorrad}) = \frac{9378}{9960}\cdot\frac{9378}{9960}\cdot\frac{193}{9960}\cdot 3 \approx 0{,}0515 = 5{,}15\%$$

Zum 4. Urnenmodell:

$$P(\text{Das gesuchte ist im Ei}) = \frac{1}{7} \approx 0{,}143 = 14{,}3\%$$
$$\Rightarrow P(\text{Das gesuchte ist nicht im Ei}) = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7} \approx 0{,}857 = 85{,}7\%$$

$$P(\text{Das gesuchte ist erst im 5. Ei}) = \frac{6}{7}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{1}{7} = \left(\frac{6}{7}\right)^4\cdot\frac{1}{7} = \frac{1296}{16807} \approx 0{,}0771 = 7{,}71\%$$