**Bin ich fit im Thema?**
Bearbeiten Sie die 8 Testaufgaben und schätzen Sie danach Ihr Wissen mit Hilfe der Liste ein.
Zu jeder Testaufgabe gibt es eine Ich-kann-Aussage.

| Kompetenz | Einschätzung nach dem Ergebnis der Testaufgaben | Einschätzung nach weiterer Übungsphase |
|---|---|---|
| **Ich kann…** | **stimmt genau=☺**<br>**Bin mir unsicher/ hab ich wenig geübt = 😐**<br>**stimmt nicht = ☹** | |
| 1. … folgende Begriffe erklären und bei der Lösung von Aufgaben anwenden.<br>a) Laplace-Experiment<br>b) Ergebnis, Ergebnismenge<br>c) Ereignis<br>d) Gegenereignis<br>e) Wahrscheinlichkeitsverteilung | | |
| 2.<br>a) … ein geeignetes Baumdiagramm zeichnen.<br>b) … Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfad- und Summenregel berechnen. | | |
| 3. … Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe des Additionssatzes berechnen. | | |
| 4. … in einer Aufgabe<br>a) die bedingte Wahrscheinlichkeit mit der Symbolschreibweise darstellen.<br>b) die bedingte Wahrscheinlichkeit berechnen. | | |
| 5. … eine Vierfeldertafel ausfüllen und anwenden. | | |
| 6. … mit Hilfe der Formel die stochastische Unabhängigkeit oder Abhängigkeit berechnen. | | |
| 7. … eine Zufallsvariable sinnvoll festlegen. | | |
| 8.<br>a) … den Erwartungswert einer Zufallsvariable berechnen.<br>b) … den Erwartungswert einer Zufallsvariable interpretieren.<br>c) … am Erwartungswert erkennen, ob ein Spiel fair ist. | | |

# Musterlösungen Testaufgaben

**Aufgabe 1**

a) Laplace-Experiment: Werfen eines idealen Würfels.

b) Mögliche Ergebnisse: Herz-Dame, Kreuz-Ass, Pik-7, …
Würfel: S = { 1; 2; 3; 4; 5; 6 } Münzwurf: S = { (ZZ); (WW); (ZW); (WZ) }

c) A = { 1 4; 4 1; 2 3; 3 2 } B = { 5 2; 2 5 }
C = { 2 6; 3 5; 4 4; 4 6; 5 3; 5 5; 6 2; 6 4; 6 6 }

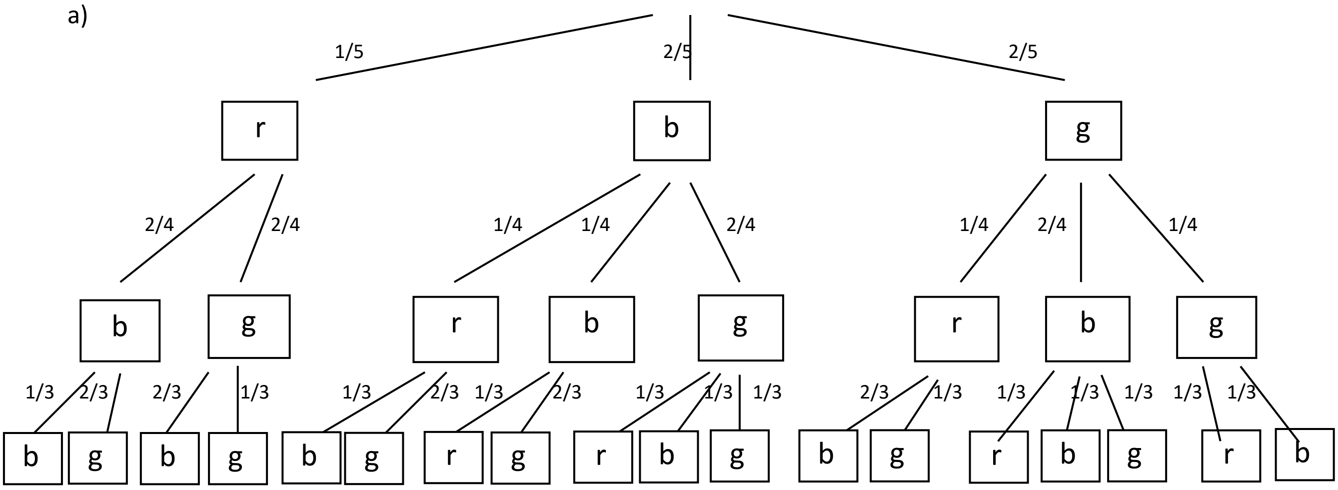
d) $\bar{A}$: Mindestens ein Auto ist rot. $\bar{B}$: Höchstens ein Auto ist rot, d.h. kein oder ein Auto ist rot.
$\bar{C}$: Mindestens vier Lampen sind defekt.

e)

| Ergebnis | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Wahrscheinlichkeit | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |

**Aufgabe 2**

a)




b1) $S - Schmuggler$ $\bar{S} - kein\ Schmuggler$ $P(SS\bar{S}, S\bar{S}S, \bar{S}SS) = \frac{20}{25} \cdot \frac{5}{24} \cdot \frac{4}{23} \cdot 3 = \frac{2}{23}$

b2) N – Nusskeks S – Schokokeks
$P(SSS) = \frac{15}{25} \cdot \frac{14}{24} \cdot \frac{13}{23} = \frac{91}{460} \approx 0{,}1978$ $P(NSS) = \frac{10}{25} \cdot \frac{15}{24} \cdot \frac{14}{23} = \frac{7}{46} \approx 0{,}1522$
$P(NSS, SNS, SSN) = \frac{7}{46} \cdot 3 = \frac{21}{46} \approx 0{,}4565$

**Aufgabe 3**

a) A: Zahl < 8 B: ungerade Zahl
$P(A) = \frac{7}{9}$ $P(B) = \frac{5}{9}$ $P(A \cap B) = \frac{4}{9}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{9} + \frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{8}{9}$

b) $P(b1) = \frac{88}{95}$ $P(b2) = \frac{7}{95}$ $P(b3) = \frac{19}{95}$

**Aufgabe 4**

a) Die Männer (M) und Frauen(F) einer Party sind Raucher (R) oder Nichtraucher ($\overline{R}$)

| | Text | Symbolschreibweise |
|---|---|---|
| Beispiel | Wie viel Prozent der Frauen sind Raucher? | $P_F(R)$ |
| 1 | Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person raucht und männlich ist. | $P(R \cap M)$ |
| 2 | Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person nicht raucht, wenn man weiß, dass sie weiblich ist. | $P_F(\overline{R})$ |
| 3 | Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person weiblich ist unter der Bedingung, dass sie raucht. | $P_R(F)$ |
| 4 | Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mann raucht. | $P_M(R)$ |
| 5 | Wie groß ist der Anteil der Nichtraucher unter den Frauen? | $P_F(\overline{N})$ |
| 6 | Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person, die raucht, männlich ist. | $P_R(M)$ |

b1) V – keine Vorspeise N – keine Nachspeise

$P_N(V) = \frac{P(N \cap V)}{P(N)} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4$

b2) $P_{2.Zahl}(3.Zahl) = \frac{P(2.Zahl \cap 3.Zahl)}{P(2.Zahl)} = \frac{1}{2}$

**Aufgabe 5**

| | **N** | $\overline{N}$ | |
|---|---|---|---|
| **K** | **0,02** | **0,05** | **0,07** |
| $\overline{K}$ | **0,03** | **0,9** | **0,93** |
| | **0,05** | **0,95** | **1** |

2% aller Hemden haben beide Fehler.

**Aufgabe 6**

a) $P(E) = \frac{1}{6}$ $P(F) = P(1|6,\ 6|1,\ 5|2,\ 2|5,\ 3|4,\ 4|3) = \frac{1}{6}$

$P(G) = P(4|4,\ 5|3,\ 3|5,\ 2|6,\ 6|2,) = \frac{5}{36}$

$P(E \cap F) = \frac{1}{36}$ $P(E \cap G) = \frac{1}{36}$

$P(E) \cdot P(F) = P(E \cap F)$ Die Ereignisse sind stochastisch unabhängig

$P(E) \cdot P(G) \neq P(E \cap G)$ Die Ereignisse sind stochastisch abhängig. Es gilt: $P_E(G) = \frac{P(E \cap G)}{P(E)}$

b) Die Chefplanerin nimmt an, dass die Bauteile unabhängig voneinander funktionieren. Dann gilt

$P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0,7833$

**Aufgabe 7**

Die Zufallsvariable X kennzeichnet die Wertungspunkte eines Wurfes.

| Ereignis | 111 | 222 | 333 | 444 | 555 | 666 | alle anderen |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 0 |
| $P(X = x_i)$ | $\frac{1}{216}$ | $\frac{1}{216}$ | $\frac{1}{216}$ | $\frac{1}{216}$ | $\frac{1}{216}$ | $\frac{1}{216}$ | $\frac{210}{216}$ |

**Aufgabe 8**

8.1 a) $E(X) = -1 \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{4}{15} = -\frac{3}{10} = -0{,}3$

b) Auf lange Sicht muss der Spieler mit einem durchschnittlichen Verlust von 30 Cent pro Spiel rechnen.

c) Der Einsatz müsste 70 Cent betragen.

8.2 a) Zufallsgröße X für den Auszahlungsbetrag a in €.

| a | 2 | 0 |
|---|---|---|
| P(X=a) | 0,4 | 0,6 |

P(X)=2 · 0,4 = 0,8

b) Auf lange Sicht beträgt der durchschnittliche Auszahlungsbetrag 80 Cent pro Spiel. Bei einem Einsatz von 1 € ist das Spiel nicht fair.

c) a · 0,4 = 1 ⇔ a = 2,5
Der Auszahlungsbetrag sollte 2,50 € betragen.

# Testaufgaben

## Aufgabe 1

a) Bei welchen Experimenten handelt es sich um ein Laplace-Experiment?
- Werfen von Reißnägeln
- Werfen eines idealen Würfels
- Geburt eines Kindes

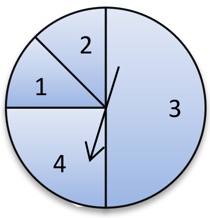
b) Aus einem Skatspiel wird eine Karte gezogen. Geben Sie drei mögliche Ergebnisse an.

Bestimmen Sie jeweils die Ergebnismenge:
- Werfen eines idealen Würfels.
- zweimaliges Werfen einer Münze.

c) Ein Würfel wird zweimal geworfen. Stellen Sie folgende Ereignisse als Teilmenge der Ergebnismenge dar:
A: Die Augensumme beträgt 5. B: Das Produkt der Augenzahlen ist 10
C: Die Augensumme ist gerade und mindestens 7.

d) Formulieren Sie das Gegenereignis mit Worten:
A: Kein Auto ist rot. B: Mindestens zwei Autos sind rot.
C: Höchstens drei Lampen sind defekt.

e) Erstellen Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für das einma
Drehen des Glücksrades:




| Ergebnis | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Wahrscheinlichkeit | | | | |

## Aufgabe 2

a) Auf dem Sommerfest einer Schule werden zur Unterhaltung der Gäste verschiedene Spiele angeboten, unter anderem auch das Spiel „Ringe werfen“.
In einem Beutel befinden sich ein roter, zwei blaue und zwei gelbe Ringe. Jeder Spielteilnehmer zieht aus diesem Beutel blind, ohne Zurücklegen, drei Ringe.
Zeichnen Sie ein geeignetes Baumdiagramm.

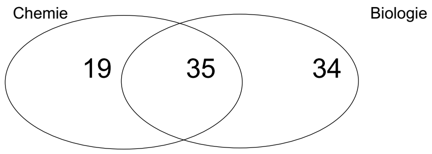
b1) In einer Gruppe von 25 Touristen sind fünf Schmuggler. Drei Personen werden kontrolliert. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei der Kontrollierten Schmuggler sind?

b2) In einer Dose befinden sich 10 Nusskekse und 15 Schokokekse. Tom nimmt nacheinander 3 Kekse und isst sie sofort auf. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: Tom hat drei Schokokekse gegessen.
B: Nur der erste Keks war ein Nusskeks.
C: Unter den Keksen war genau ein Nusskeks.

## Aufgabe 3

a) Ein Kasten enthält 9 Kugeln mit den Zahlen 1 bis 9. Eine Kugel wird gezogen und die Zahl notiert.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl kleiner als 8 oder ungerade ist?

b) In einer Jahrgangsstufe sind 95 Schülerinnen und Schüler. Die Fächer Biologie und Chemie sind wie folgt belegt.




Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person des Jahrgangs …
b1) Biologie oder Chemie belegt hat?
b2) keines der beiden Fächer belegt hat?
b3) Chemie, aber nicht Biologie belegt hat.

## Aufgabe 4

a) Die Männer (M) und Frauen(F) einer Party sind Raucher (R) oder Nichtraucher ($\overline{R}$)

| | Text | Symbolschreibweise |
|---|---|---|
| Beispiel | Wie viel Prozent der Frauen sind Raucher? | $P_F(R)$ |
| 1 | Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person raucht und männlich ist. | |
| 2 | Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person nicht raucht, wenn man weiß, dass sie weiblich ist. | |
| 3 | Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person weiblich ist unter der Bedingung, dass sie raucht. | |
| 4 | Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mann raucht. | |
| 5 | Wie groß ist der Anteil der Nichtraucher unter den Frauen? | |
| 6 | Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person, die raucht, männlich ist. | |

b1) In einem Restaurant essen 60 % der Gäste keine Vorspeise und 50 % keinen Nachtisch. 20 % bestellen weder Vorspeise noch Nachspeise. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gast, der keine Nachspeise hatte, auch keine Vorspeise hatte?

b2) Eine Münze wird drei Mal geworfen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass im 3 Wurf „Zahl“ kommt, wenn im 2 Wurf auch „Zahl“ oben lag.

## Aufgabe 5

Bei der Herstellung von Hemden treten 2 Fehler auf: Bei 5 % der Hemden sind die Nähte schräg (N) und bei 7 % sind die Knöpfe sind nicht richtig angenäht (K). 90% aller Hemden sind fehlerfrei.
Stellen Sie diesen Sachverhalt in einer Vierfeldertafel dar.
Wie hoch ist der Anteil der Hemden, die beide Fehler haben?

## Aufgabe 6

a) Zwei Würfel werden geworfen. Untersuchen Sie die Ereignisse E und F, sowie E und G auf Unabhängigkeit.
E: „Der erste Würfel zeigt eine 6“. F: „Die Augensumme beträgt 7.“ G: „Die Augensumme beträgt 8.“
b) Ein elektronisches Bauteil wird aus drei Komponenten zusammengebaut. Komponente A wird mit 97-prozentiger Wahrscheinlichkeit, Komponente B mit 95-prozentiger Wahrscheinlichkeit und Komponente C mit 85-prozentiger Wahrscheinlichkeit fehlerfrei produziert. Die Chefplanerin berechnet, dass das Bauteil mit einer Wahrscheinlichkeit von 78,33 Prozent fehlerfrei funktioniert. Wie kommt sie zu diesem Ergebnis?

## Aufgabe 7

Ein Wurf von drei Würfeln wird Dreierpasch genannt, wenn alle 3 Würfel die gleiche Augenzahl zeigen. In einem Würfelspiel wird ein Dreierpasch mit dem Vierfachen der jeweiligen Augenzahl gewertet, beispielsweise werden 3 Sechsen mit 24 gewertet. Alle übrigen Würfe werden mit 0 gewertet. Beschreiben Sie eine Zufallsvariable, die diese Wertung kennzeichnet. Erstellen Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung.

## Aufgabe 8

8.1 Die Zufallsgröße X gibt den Gewinn in Euro bei einem Glücksspiel mit einem Einsatz von 1 € an. Die Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung.

a) Berechnen Sie den Erwartungswert von X.
b) Für wen ist das Spiel günstig?
c) Wie groß muss der Einsatz sein, damit das Spiel fair ist?

| g | -1 | 0 | 1 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| P(X = g) | $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{15}$ |

8.2 Aus einer Urne mit 3 blauen und 2 roten Kugeln werden zwei Kugeln ohne zurücklegen gezogen. Für zwei gleichfarbige Kugeln erhält man 2 € ausbezahlt, der Einsatz beträgt 1 €.

a) Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung auf und berechnen Sie den Erwartungswert für den Auszahlungsbetrag.

b) Ist das Spiel fair?

c) Wie hoch sollte der Auszahlungsbetrag festgelegt werden, damit das Spiel fair ist?