Lösung Ziehen mit und ohne Zurücklegen

Aufgabe 1:

a)

| 3 W |
| 7 S |
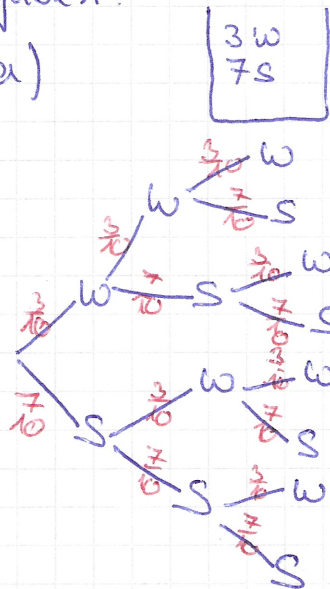
3x ziehen mit Zurücklegen

$P(A) = P(2 \text{ verschiedene Farben})$

$= 3 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10} + 3 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10}$

$= \frac{630}{1000} = 0{,}63 \quad = 63\%$

$P(B) = P(2w \text{ und } 1s) = 3 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{189}{1000} = 18{,}9\%$

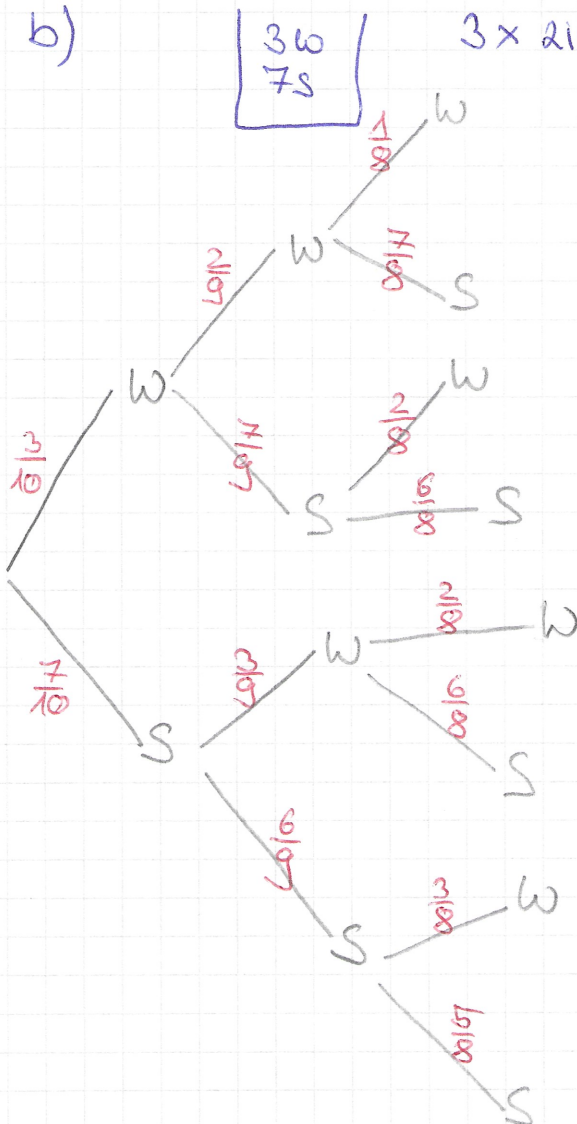$P(C) = P(\text{Mindestens ein } s) = 1 - P(\text{keine } s)$

$= 1 - \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = 0{,}973 = 97{,}3\%$

$P(D) = P(\text{genau ein } s) = 3 \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{189}{1000} = 18{,}9\%$

$P(E) = P(wsw) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{10} = 0{,}063 = 6{,}3\%$

b)

| 3 W |
| 7 S |

3x ziehen ohne Zurücklegen

$P(A) = P(2 \text{ verschiedene Farben})$

$= 1 - P(www) - P(sss)$

$= 1 - \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} - \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{7}{10} = 0{,}7$

$P(B) = P(2w \text{ und } 1s)$

$= \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{7}{8} + \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{8} + \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8}$

$= 3 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{7}{8} = 0{,}175$

$P(C) = P(\text{mindestens ein } s)$

$= 1 - P(\text{keine } s) = 1 - \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} = 0{,}99\overline{16}$

$P(D) = P(\text{genau ein } s) = P(B) = 0{,}175$

$P(E) = P(wsw) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{8} = 0{,}058\overline{3}$
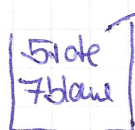
Aufgabe 2:

a) 4x Würfeln

$P(\text{nur 6er}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{1}{1296} = 0{,}00077$

$P(\text{genau eine 6}) = 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{125}{324} = 0{,}385$

$P(\text{Mindestens eine 6}) = 1 - P(\text{keine 6}) = 1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{671}{1296} = 0{,}5177$

$P(\text{keine 6}) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1296} = 0{,}4822$

Aufgabe 3:

$\boxed{\begin{array}{l}\text{5 rote}\\\text{7 blau}\end{array}}$ → Ziehen mit Zurücklegen, damit $P(r) = \frac{5}{12} \quad P(b) = \frac{7}{12}$

a) 2mal ziehen: $P(\text{mind. 1mal b}) = 1 - P(\text{keine b}) = 1 - \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{12} = \frac{119}{144} = 0{,}826$

b) $P(A) = \frac{70}{169} \underset{\text{beim}\infty}{\Rightarrow} \frac{2 \cdot 5 \cdot 7}{12 \cdot 12} = \frac{70}{144}$ 2 verschiedene Kugeln

   144

c) mindestens eine rote   90% WS
        ↓   ↓
   keine rote   10%

   $\left(\frac{7}{12}\right)^n = 0{,}1$

   $n \cdot \ln\left(\frac{7}{12}\right) = \ln(0{,}1)$

   $n = \frac{\ln(0{,}1)}{\ln\left(\frac{7}{12}\right)} = 4{,}2 \rightarrow$ also mindestens 5 mal

Aufgabe 4:

$\left(\begin{array}{c|c} w & r \\ \hline w & g \end{array}\right)$ $P(r) = P(g) = \frac{1}{4}$

        $P(w) = \frac{1}{2}$

$P(A) = P(r\,g) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

$P(B) = P(rg) + P(gr) = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{16}$

$P(C) = P(2 \text{ gleiche Farben}) = P(ww) + P(rr) + P(gg) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

$P(D) = P(\text{mind } 1 \times w) = P(wr) + P(rw) + P(wg) + P(gr) + P(ww)$

$\qquad = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

$P(E) = P(\text{genau } 1 \times w) = P(wr) + P(rw) + P(wg) + P(gw)$

$\qquad = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

b)   mindestens 1x grün   95% WS
                ↓   ↓
          keingrün   5%
          $\left(\frac{3}{4}\right)^n = 0{,}05$

      $n \cdot \ln\left(\frac{3}{4}\right) = \ln(0{,}05)$

      $n = \dfrac{\ln(0{,}05)}{\ln\left(\frac{3}{4}\right)} = 10{,}41 \leadsto$ also mindestens 11 Mal

Aufgabe 5: Laplace-Experiment : Zufallsexperiment, bei dem
                                  alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich
                                  sind

Keine der Aufgaben bis auf ev. Afg. 2 (Würfeln, alle Zahlen haben die
gleiche WS) passt zu einem Laplace-Experiment.