20/20 Gut gemacht!

Johannes Herrmann 3935819
Tabet Ehsainieh 4363468

30. Oktober 2017

Lösungen zum Übungsblatt Nr. 3

Aufgabe 1

a) $TUP(X) = \{\{A \to 1, B \to a\}, \{A \to 2, B \to a\}, \{A \to 3, B \to a\},$
$\{A \to 1, B \to b\}, \{A \to 2, B \to b\}, \{A \to 3, B \to b\},$
$\{A \to 1, B \to c\}, \{A \to 2, B \to c\}, \{A \to 3, B \to c\}\}$

b)

$$\sum_{k=0}^{9} \binom{9}{k} = 1 + 9 + 36 + 84 + 126 + 126 + 84 + 36 + 9 + 1 = 512$$

Es gibt eine leere Instanz, 9 mögliche Instanzen mit einer Zeile, 36 mögliche Instanzen mit zwei Zeilen, 84 mit drei Zeilen, usw.
Also gibt es insgesamt 512 mögliche Instanzen.

c) (i) Es gibt unendlich viele.

(ii)

1. Stimmt, da Instanzen immer endlich sind.
2. Stimmt, da $dom(A) = \mathbb{N}$ also Attribut A kann auf unendlich viele verschiedene Werte abgebildet werden.

Aufgabe 2

a) $\pi[AB](r)$:

A	B
1	2
4	2
4	5

b) $\sigma[C > 2](r)$:

A	B	C
1	2	3
1	2	6
4	5	6

c) $r \bowtie r$:

A	B	C
1	2	3
1	2	6
4	2	2
4	5	6

d) $r \bowtie s$:

A	B	C
1	2	3

e) $r \div t_1$:

A	B
1	2

f) $r \div t_2$:

A	C
1	3
1	6
4	2

g) $r \div t_1$ mit Basisoperatoren:
$r \div t_1 = \pi[\{A, B\}]r - \pi[\{A, B\}](((\pi[\{A, B\}]r) \bowtie t_1) - r)$

$\pi[\{A, B\}]r$:

$(\pi[\{A, B\}]r) \bowtie t_1$:

A	B	C
1	2	3
1	2	6
4	2	3
4	2	6
4	5	3
4	5	6

A	B
1	2
4	2
4	5

$((\pi[\{A, B\}]r) \bowtie t_1) - r$:

A	B	C
4	2	3
4	2	6
4	5	3

Sehr gut!

$\pi[\{A, B\}](((\pi[\{A, B\}]r) \bowtie t_1) - r)$:

A	B
4	2
4	5

$\pi[\{A, B\}]r - \pi[\{A, B\}](((\pi[\{A, B\}]r) \bowtie t_1) - r)$:

A	B
1	2

Aufgabe 3

a) Der Verbund enthält 8 Tupel:
$\{A_1 \to 0, A_2 \to a\}$
$\{A_1 \to 0, A_2 \to b\}$
$\{A_1 \to 1, A_2 \to a\}$
$\{A_1 \to 1, A_2 \to b\}$
$\{A_1 \to a, A_2 \to 0\}$
$\{A_1 \to a, A_2 \to 1\}$
$\{A_1 \to b, A_2 \to 0\}$
$\{A_1 \to b, A_2 \to 1\}$

b) Hier ist der Verbund leer, da bei jedem Tupel das man bilden kann ein Attribut nicht passt.

c) (i). Zu zeigen: Für $n = 4$ enthält der Verbund 32 Tupel.
Seien $v, w \in \{0, 1, a, b\}$ gegeben durch $R_1(A_1, A_2)$ mit $\mu(A1) = v$, $\mu(A2) = w$. Aus der Definition des Verbunds folgt, dass aus $R_2(A_2, A_3)$ nur die Tupel mit $\mu(A_2) = w$ in Frage kommen. Bei der gegeben Konfiguration der Tabellen gibt es 2 Möglichkeiten für $\mu(A_3)$: wenn w ein Buchstabe ist: $\{a, b\}$, wenn w eine Zahl ist: $\{1, 2\}$. Nennen wir ab hier die beiden Möglichkeiten x_1, x_2.
Ähnlich gibt es in $R_3(A_3, A_4)$ wieder zwei Möglichkeiten: wenn w eine Zahl ist, ist x_i ($i \in \{1, 2\}$) ein Buchstabe, also ist $\mu(A_4) \in \{0, 1\}$. Entsprechend ist $\mu(A_4) \in \{a, b\}$ wenn w ein Buchstabe ist. Nennen wir diese Möglichkeiten y_1, y_2. In $R_4(A_4, A_1)$ muss das Tupel für den Verbund so gewählt werden, dass $\{A_4 \to y_i, A_1 \to v\}$, es gibt hier also nur noch eine Möglichkeit.
Für jedes Tupel in R_1 ergeben sich somit 4 neue Tupel im Verbund:

A_1	A_2	A_3	A_4
v	w	x_1	y_1
v	w	x_1	y_2
v	w	x_2	y_1
v	w	x_2	y_2

Es gibt 8 Tupel in Tabelle R_1, für jedes davon gibt es 4 Tupel im Verbund also insgesamt $8 \cdot 4 = 32$
$\Rightarrow$ Der Verbund enthält 32 Tupel.

(ii) Zu zeigen: Für $n \geq 4$ enthält der Verbund $8 \cdot 2^{n-2}$ Tupel.

Wir nehmen an, dass die Aussage $\forall n \in \mathbb{N}$ Wahr ist.

Nun möchten wir die Aussage für $n = 5$ prüfen.
Es gilt, dass das Ergebnis (wie in (i) erklärt wurde) zu jedem Tupel in $(A1, A5)$-Attribute entweder eine Zahl oder ein Buchstabe steht.
Das Ergebnis enthält allerdings 0 Tupel weil es kein Tupel in der Instanz $r5$ gibt, das solchen Verbundenpartner hat, und damit Widerspruch.