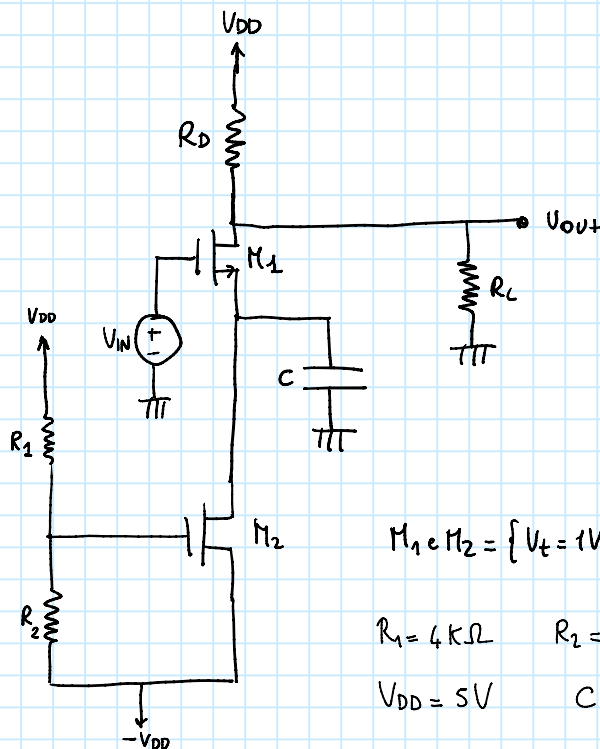


Soluzione Esame Luglio 2019 - fila A

by Chris

Del seguente circuito

- determinare punto polarizzazione di M_1 e M_2 (V_{GS}, V_{DS}, I_D)
- calcolare amplificazione per piccoli segnali $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$



$$M_1 \text{ e } M_2 = \left\{ V_t = 1V; k = \frac{1}{4} \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}; \lambda = 0 \right\}$$

$$R_1 = 4 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 1 \text{ k}\Omega \quad R_D = R_L = 20 \text{ k}\Omega$$

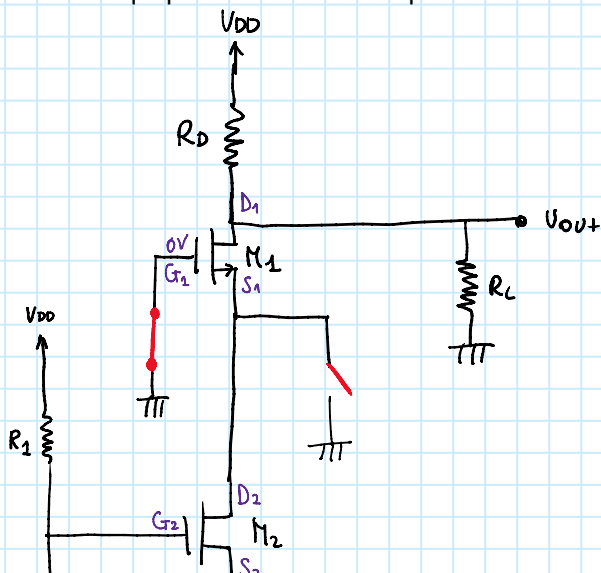
$$V_{DD} = 5V \quad C \rightarrow +\infty$$

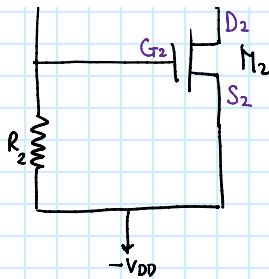
Partiamo con l'analisi in statica. Annulliamo tutti i segnali variabili nel tempo, in questo caso il solo da annullare è il generatore di tensione V_{in} .

Sostituiamo con un interruttore aperto il condensatore. L'impedenza di un condensatore risulterà infatti essere infinita per segnali costanti nel tempo (con frequenza nulla).

Ricordiamo che: un generatore di tensione si cortocircuita, un generatore di corrente si sostituisce con un interruttore aperto.

Il circuito qui presente diventerà quindi così:





In seguito a questa operazione sappiamo che la tensione V_{G1} (ossia la tensione sul gate 1) è pari a 0V. In questo caso non potremo assumere che la caduta di potenziale sulla resistenza R_D sia dovuta alla sola corrente di drain, poiché la corrente che scorre su quella resistenza potrebbe andare solo in parte sul transistor ed in parte potrebbe andare a massa attraverso la resistenza R_L . Ci risulta più semplice studiare per primo il transistor M2.

Come prima cosa ci calcoliamo la tensione sul gate V_{G2} . Possiamo sia farlo sfruttando il principio della sovrapposizione degli effetti oppure attraverso una semplice considerazione che ha alla base la legge di Ohm.

Ci aspettiamo che sulle resistenze R_1 ed R_2 scorra una corrente e tale corrente sarà la stessa su entrambe (tramite il Gate non può passare corrente, essendo presente l'ossido).

La corrente che passa per una resistenza sarà pari al rapporto fra la differenza di potenziale ai suoi capi ed il valore della resistenza stessa. Uguagliando quindi le correnti che passano per le due resistenze otteniamo

$$\underbrace{\frac{V_{DD} - V_{G2}}{R_1}}_{\text{Corrente su } R_1} = \underbrace{\frac{V_{G2} - (-V_{DD})}{R_2}}_{\text{Corrente su } R_2} \Rightarrow V_{G2} = \frac{R_2 V_{DD} - R_1 V_{DD}}{R_1 + R_2} = -3V$$

Supponendo che il transistor M2 lavori in condizioni di saturazione potremo calcolare la corrente di drain attraverso l'apposita formula (in questo caso il source è una tensione già nota, quindi possiamo calcolarci la V_{GS2})

$$V_{GS2} = V_{G2} - V_{S2} = -3 - (-V_{DD}) = -3 + 5 = 2V > 1V = V_t \quad \checkmark$$

$$i_{D2} = K (V_{GS2} - V_t)^2 = \frac{1}{4} (2 - 1)^2 = \frac{1}{4} \text{ mA}$$

Questa corrente, affinché possa circolare sul transistor M2, da qualche parte dovrà venire ed, in questo caso, non potrà che venire dal transistor M1. Sul transistor M1 scorrerà quindi una corrente di drain identica a quella qui trovata. **Il transistor M2 sta quindi polarizzando il transistor M1 fissando la corrente di drain.**

$$i_{D1} = \frac{1}{4} \text{ mA}$$

Supponendo che anche il transistor M1 lavori in saturazione sarà possibile trovare la tensione V_{GS1} .

$$i_{D1} = K (V_{GS1} - V_t)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4} (V_{GS1} - 1)^2 \Rightarrow (V_{GS1} - 1)^2 = 1$$

$$V_{GS1}^2 - 2V_{GS1} = 0$$

$$\Rightarrow V_{GS1} = \begin{cases} 0V > 1V = V_t & \text{NO} \\ 2V > 1V = V_t & \checkmark \end{cases}$$

Poiché il gate sta a 0V, possiamo calcolarci la tensione sul source.

$$V_{GS1} = V_{G1} - V_{S1} = -V_{S1} \Rightarrow V_{S1} = -V_{GS1} = -2V$$

La tensione sul source di M1 è la stessa sul drain di M2. Possiamo quindi calcolare la tensione V_{DS2} e possiamo verificare che il transistor M2 sia effettivamente in saturazione.

$$V_{DS2} = V_{D2} - V_{S2} = -2V - (-V_{DD}) = +3V$$

$$V_{DS2} \stackrel{?}{>} V_{GS2} - V_t \rightarrow V_{DS2} = 3V > 1V = V_{GS2} - V_t \quad \checkmark \Rightarrow M2 \text{ in saturazione}$$

Dobbiamo ora concludere lo studio del transistor M1.

Supponiamo che la corrente che scorre sulla resistenza R_D passi in parte sul transistor M1 ed in parte sulla resistenza R_L .

La corrente su R_D sarà quindi uguale alla somma delle correnti di drain e su R_L .

$$\frac{V_{DD} - V_{D1}}{R_D} = i_D + \frac{V_{D1} - 0V}{R_L} \Rightarrow V_{D1} = \frac{R_L V_{DD} - R_L R_D i_D}{R_L + R_D} = \frac{20 \cdot 5 - 20 \cdot 20 \cdot \frac{1}{4}}{40} = 0V$$

La differenza di potenziale ai capi della resistenza R_L risulterà quindi essere nulla \Rightarrow su R_L non scorre corrente \Rightarrow La corrente che scorre su R_D è uguale alla corrente di drain.

Verifichiamo ora la condizione di saturazione del transistor M1, dato che possiamo ricavarci la V_{DS1} .

$$V_{DS1} \stackrel{?}{>} V_{GS1} - V_t \rightarrow V_{D1} - V_{S1} = 0 - (-2V) = 2V > 1V = 2V - 1V = V_{GS1} - V_t \quad \checkmark \Rightarrow M1 \text{ è in SATURAZIONE}$$

Possiamo quindi rispondere al punto 1

$$M_1 = \{ V_{GS1} = 2V, V_{DS1} = 2V, i_D = \frac{1}{4} \text{ mA} \}$$

$$M_2 = \{ V_{GS2} = 2V, V_{DS2} = 3V, i_D = \frac{1}{4} \text{ mA} \}$$

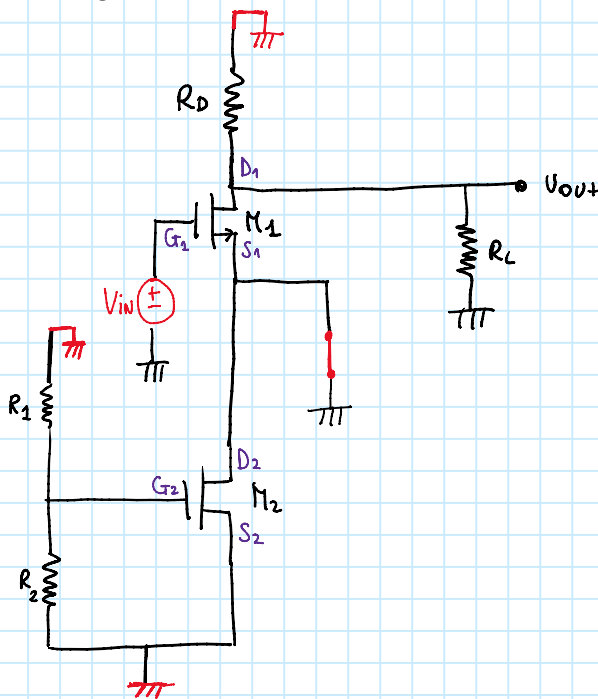
Ci calcoliamo anche il parametro di transconduttanza dei due transistor.

$$g_{m1} = 2k(V_{GS1} - V_t) = 2 \cdot \frac{1}{4} (2 - 1) = \frac{1}{2} \frac{\text{mA}}{\text{V}}$$

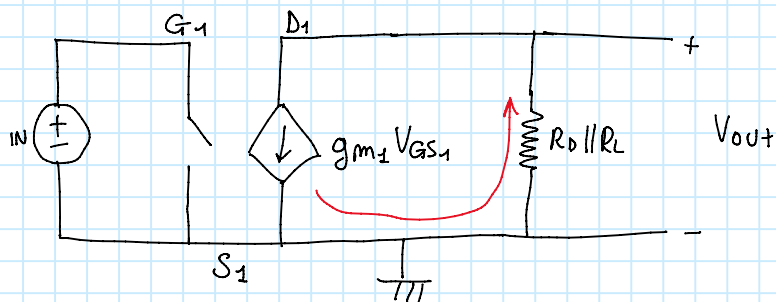
$$g_{m2} = 2k(V_{GS2} - V_t) = \dots = \frac{1}{2} \frac{\text{mA}}{\text{V}}$$

Passiamo ora allo studio in dinamica per rispondere al punto 2.

Tutte le tensioni costanti dovranno essere annullate (e i condensatori cortocircuitati). Il circuito diventa come segue



V Il circuito potrà essere riscritto come segue



La tensione V_{out} sarà data dalla caduta di potenziale, cambiata di segno, dovuta al passaggio di una corrente pari a quella generata dal generatore controllato di corrente.

$$V_{out} = -g_{m1} V_{GS1} R_D \parallel R_L$$

$$A_v = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{V_{out}}{V_{GS1}} = -g_{m1} R_D \parallel R_L = -g_{m1} \cdot \frac{R_D R_L}{R_D + R_L} = -5$$