

Cálculo de Programas

Trabalho Prático

LCC — Ano Lectivo de 2014/15

Departamento de Informática

Grupo 56

João Nuno Barbosa Teixeira Gomes, a70400

Paulo André Pinto Barbosa, a70073

Pedro Micael Carvalho Fernandes, a70066

Universidade do Minho

Maio de 2015

Conteúdo

1	Preâmbulo	2
2	Documentação	2
3	Como realizar o trabalho	3
4	Parte A	3
4.1	Biblioteca LTree	3
4.2	Biblioteca BTree	4
4.3	Biblioteca para listas com sentinelas	4
5	Parte B	5
5.1	Criação de Triângulos de Sierpinski	5
5.2	Trabalho a realizar	6
6	Parte C	7
6.1	Mónades	7
6.2	Trabalho a realizar	9
6.3	Programação funcional paralela	10
6.4	Trabalho a realizar	11
A	Programa principal	12
B	Bibliotecas e código auxiliar	12
B.1	“Easy X3DOM access”	12
C	Soluções propostas	13

1 Preâmbulo

A disciplina de Cálculo de Programas tem como objectivo principal ensinar a programação de computadores como uma disciplina científica. Para isso parte-se de um repertório de *combinadores* que formam uma álgebra da programação (conjunto de leis universais e seus corolários) e usa-se esses combinadores para construir programas *composicionalmente*, isto é, compondo programas já existentes.

Na sequência pedagógica dos planos de estudo dos dois cursos que têm esta disciplina, restringe-se a aplicação deste método ao desenvolvimento de programas funcionais na linguagem **Haskell**.

O presente trabalho tem por objectivo concretizar na prática os objectivos da disciplina, colocando os alunos perante problemas de programação que deverão ser abordados composicionalmente e implementados em **Haskell**. Há ainda um outro objectivo: o de ensinar a documentar programas e a produzir textos técnico-científicos de qualidade.

2 Documentação

Para cumprir de forma integrada e simples os objectivos enunciados acima vamos recorrer a uma técnica de programação dita *literária* [2], cujo princípio base é o seguinte:

Um programa e a sua documentação devem coincidir.

Por outras palavras, o código fonte e a sua documentação deverão constar do mesmo documento (ficheiro).

O ficheiro `cp1415t.pdf` que está a ler é já um exemplo de *programação literária*: foi gerado a partir do texto fonte `cp1415t.lhs`¹ que encontrará no *material pedagógico* desta disciplina descompactando o ficheiro `cp1415t.zip` e executando

```
lhs2TeX cp1415t.lhs > cp1415t.tex
pdflatex cp1415t
```

em que `lhs2tex` é um pre-processor que faz “pretty printing” de código Haskell em \LaTeX e que deve desde já instalar a partir do endereço

<https://hackage.haskell.org/package/lhs2tex>.

Por outro lado, o mesmo ficheiro `cp1415t.lhs` é executável e contém o “kit” básico, escrito em **Haskell**, para realizar o trabalho. Basta executar

```
ghci cp1415t.lhs
```

para ver que assim é:

```
GHCI, version 7.8.3: http://www.haskell.org/ghc/  :? for help
Loading package ghc-prim ... linking ... done.
Loading package integer-gmp ... linking ... done.
Loading package base ... linking ... done.
[ 1 of 11] Compiling ListUtils      ( ListUtils.hs, interpreted )
[ 2 of 11] Compiling Cp           ( Cp.hs, interpreted )
[ 3 of 11] Compiling BTree       ( BTree.hs, interpreted )
[ 4 of 11] Compiling LTree       ( LTree.hs, interpreted )
[ 5 of 11] Compiling Exp         ( Exp.hs, interpreted )
[ 6 of 11] Compiling Nat         ( Nat.hs, interpreted )
[ 7 of 11] Compiling Show         ( Show.hs, interpreted )
[ 8 of 11] Compiling Probability  ( Probability.hs, interpreted )
[ 9 of 11] Compiling List         ( List.hs, interpreted )
[10 of 11] Compiling X3d         ( X3d.hs, interpreted )
[11 of 11] Compiling Main         ( cp1415t.lhs, interpreted )
Ok, modules loaded: List, Show, Nat, Exp, Cp, BTree, LTree, X3d,
Probability, Main, ListUtils.
```

O facto de o interpretador carregar as bibliotecas do *material pedagógico* da disciplina, entre outras, deve-se ao facto de, neste mesmo sítio do texto fonte, se ter inserido o seguinte código **Haskell**:

¹O suffixo ‘lhs’ quer dizer *literate Haskell*.

```

import Data.List
import System.Process
import Cp
import List
import Nat
import Exp
import BTree
import LTree
import X3d
import Control.Parallel.Strategies
import Probability hiding (· → ·, ·)
import System.Environment (getArgs)

```

Abra o ficheiro `cp1415t.lhs` no seu editor de texto preferido e verifique que assim é: todo o texto que se encontra dentro do ambiente

```

\begin{code}
...
\end{code}

```

vai ser seleccionado pelo **GHCi** para ser executado.

3 Como realizar o trabalho

Este trabalho teórico-prático deve ser realizado por grupos de três alunos. Os detalhes da avaliação (datas para submissão do relatório e sua defesa oral) são os que forem publicados na [página da disciplina](#) na *internet*.

Recomenda-se uma abordagem equilibrada e participativa dos membros do grupo de trabalho por forma a poderem responder às questões que serão colocadas na defesa oral do relatório.

Em que consiste, então, o *relatório* a que se refere o parágrafo anterior? É a edição do texto que está a ser lido, preenchendo o anexo **C** com as respostas. O relatório deverá conter ainda a identificação dos membros do grupo de trabalho, na folha de rosto.

Para gerar o PDF integral do relatório deve-se ainda correr os comando seguintes, que actualizam a bibliografia (com **BibTeX**) e o índice remissivo (com **makeindex**)

```

bibtex cp1415t.aux
makeindex cp1415t.idx

```

e recompilar o texto como acima se indicou.

4 Parte A

Nesta primeira parte do trabalho pretende-se averiguar a capacidade de utilização por parte dos alunos das bibliotecas fornecidas no [material pedagógico](#) da disciplina. Algumas respostas são validadas por testes unitários. Sempre que o resultado de um teste unitário for *False*, a solução proposta falha a validação e deve ser revista.

4.1 Biblioteca **LTree**

1. A seguinte função

$$\begin{aligned}
\text{balanced } (\text{Leaf } _) &= \text{True} \\
\text{balanced } (\text{Fork } (t, t')) &= \text{balanced } t \wedge \text{balanced } t' \wedge \text{abs } (\text{depth } t - \text{depth } t') \leq 1
\end{aligned}$$

testa se uma árvore binária está equilibrada ou não. Defina como catamorfismo em **LTree** a função auxiliar *depth*.

2. Seja dada:

$$t = \text{Fork } (\text{Fork } (\text{Leaf } 10, \text{Fork } (\text{Leaf } 2, \text{Fork } (\text{Leaf } 5, \text{Leaf } 3))), \text{Leaf } 23)$$

Testes unitários 1 Verifique que árvore t está desequilibrada:

$test01 = balanced\ t \equiv False$

3. Recorrendo a funções da biblioteca **LTree**, escreva numa única linha de Haskell a função

$balance :: LTree\ a \rightarrow LTree\ a$

que equilibra uma qualquer árvore binária.

Testes unitários 2 Verifique que $balance\ t$ é uma árvore equilibrada:

$test02 = balanced\ (balance\ t) \equiv True$

4.2 Biblioteca **BTree**

Pretende-se construir um anamorfismo que produza uma árvore binária de procura *equilibrada* que contenha o intervalo definido por dois inteiros (n, m) :

$abpe\ (n, m) = anaBTree\ qsplite\ (n, m)$

Comece por definir o gene $qsplite$ e depois construa a árvore

$t1 = abpe\ (20, 30)$

que será precisa na secção 6.4.

Testes unitários 3 Faça os testes seguintes:

$test03a = qsplite\ (4, 30) \equiv i_2\ (17, ((4, 16), (18, 30)))$

$test03b = qsplite\ (4, 3) \equiv i_1\ ()$

$test03c = qsplite\ (0, 0) \equiv i_1\ ()$

$test03d = qsplite\ (1, 1) \equiv i_2\ (1, ((1, 0), (2, 1)))$

$test03e = balBTree\ t1 \equiv True$

$test03f = inordt\ t1 \equiv [20..30]$

4.3 Biblioteca para listas com sentinelas

Considere o tipo de dados que representa listas finitas com uma sentinela no fim:

$data\ SList\ a\ b = Sent\ b \mid Cons\ (a, SList\ a\ b)\ deriving\ (Show, Eq)$

1. Derive os isomorfismos $inSList$ e $outSList$, adicione-os a este ficheiro e passe aos testes que se seguem.

Testes unitários 4 Faça os testes seguintes:

$test04a = let\ x = Cons\ (1, Sent\ "end")\ in\ inSList\ (outSList\ x) \equiv x$

$test04b = let\ x = i_2\ ("ola", Sent\ "2")\ in\ outSList\ (inSList\ x) \equiv x$

2. Derive os combinadores $cataSList$, $anaSList$ e $hyloSList$, e mostre que a função $merge$ da biblioteca **LTree** se pode escrever da forma seguinte,

$merge' :: Ord\ a \Rightarrow ([a], [a]) \rightarrow [a]$

$merge' = hyloSList\ [id, cons]\ mgen$

para um dado gene $mgen$ que deverá definir.

Testes unitários 5 Faça os seguintes testes:

$test05a = mgen\ ([0, 2, 5], [0, 6]) \equiv i_2\ (0, ([2, 5], [0, 6]))$

$test05b = mgen\ ([0, 2, 5], []) \equiv i_1\ [0, 2, 5]$

$test05c = merge'\ ([], [0, 6]) \equiv [0, 6]$

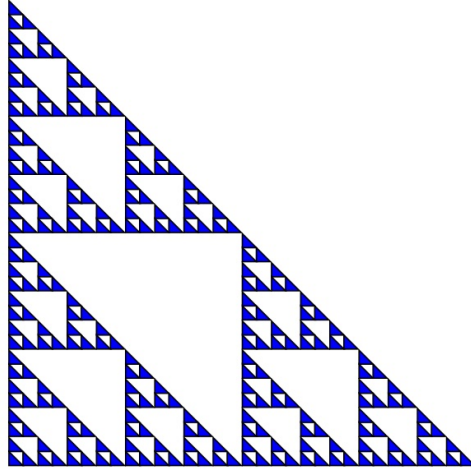


Figura 1: Um triângulo de Sierpinski

5 Parte B

O triângulo de Sierpinski é uma figura fractal que tem o aspecto da figura 1 e que se obtém da seguinte forma: considere-se um triângulo rectângulo e isósceles A cujos catetos têm comprimento s . A estrutura fractal é criada desenhando-se três triângulos no interior de A , todos eles rectângulos e isósceles e com catetos de comprimento $s/2$. Este passo é depois repetido para cada um dos triângulos desenhados, e assim sucessivamente. O resultado dos cinco primeiros passos é dado na Fig. 1.

Um triângulo de Sierpinski é gerado repetindo-se infinitamente o processo acima descrito. No entanto, para efeitos de visualização num monitor, cuja resolução é forçosamente finita, faz sentido escolher uma representação adequada do triângulo, parando o processo recursivo a um determinado nível. A figura a desenhar é constituída por um conjunto finito de triângulos todos da mesma dimensão (por exemplo, na figura 1 há 243 triângulos).

5.1 Criação de Triângulos de Sierpinski

Seja cada triângulo geometricamente descrito pelas coordenadas do seu vértice inferior esquerdo e o comprimento dos seus catetos:

type $Tri = (Point, Side)$

onde

type $Side = Int$

type $Point = (Int, Int)$

A estrutura recursiva de (uma representação finita de) um triângulo de Sierpinski é captada por uma árvore ternária, em que cada nó é um triângulo com os respectivos três sub-triângulos:

data $TLTree = Tri\ Tri \mid Nodo\ TLTree\ TLTree\ TLTree$

Nas folhas dessa árvore encontram-se os triângulos mais pequenos, todos da mesma dimensão, que deverão ser desenhados. Apenas estes conterão informação de carácter geométrico, tendo os nós da árvore um papel exclusivamente estrutural. Portanto, a informação geométrica guardada em cada folha consiste nas coordenadas do vértice inferior esquerdo e no lado dos catetos do respectivo triângulo. A função

$sierpinski :: Tri \rightarrow Int \rightarrow [Tri]$
 $sierpinski\ t = apresentaSierp \cdot (geraSierp\ t)$

recebe a informação do triângulo exterior e o número de níveis pretendido, que funciona como critério de paragem do processo de construção do fractal. O seu resultado é a lista de triângulos a desenhar. Esta função é um hilomorfismo do tipo $TLTree$, i.e. a composição de duas funções: uma que gera $TLTrees$,

```

geraSierp :: Tri → Int → TLTree
geraSierp t 0 = Tri t
geraSierp ((x, y), s) n =
  let s' = s ÷ 2
  in Nodo
    (geraSierp ((x, y), s') (n - 1))
    (geraSierp ((x + s', y), s') (n - 1))
    (geraSierp ((x, y + s'), s') (n - 1))

```

e outra que as consome:

```

apresentaSierp :: TLTree → [Tri]
apresentaSierp (Tri t) = [t]
apresentaSierp (Nodo a b c) = (apresentaSierp a) ++ (apresentaSierp b) ++ (apresentaSierp c)

```

5.2 Trabalho a realizar

Preparação:

1. Desenvolva a biblioteca “pointfree” `TLTree.hs` de forma análoga a outras bibliotecas que conhece (eg. **BTree**, **LTree**, etc) e que estão disponíveis no **material pedagógico**.
2. Defina como catamorfismos de `TLTree` as funções

```

tipsTLTree :: TLTree b → [b]
countTLTree :: TLTree b → Int
depthTLTree :: TLTree b → Int
invTLTree :: TLTree b → TLTree b

```

respectivamente semelhantes a *tips*, *countLTree*, *depth* e *inv* (“mirror”) de **LTree**.

3. Exprima as funções *geraSierp* e *apresentaSierp* recorrendo a anamorfismos e catamorfismos, respectivamente, do tipo `TLTree`.
4. Defina a árvore

```
ts = geraSierp tri 5 where tri = ((0, 0), 256)
```

e faça os testes seguintes:

Testes unitários 6 Verifique a profundidade da árvore gerada e o respectivo número de triângulos:

```

test06a = depthTLTree ts ≡ 6
test06b = countTLTree ts ≡ 243
test06c = countTLTree ts ≡ length (tipsTLTree ts)
test06d = countTLTree ts ≡ countTLTree (invTLTree ts)

```

Visualização: Para visualizarmos triângulos de Sierpinski vamos usar **X3DOM**, uma biblioteca “open-source” para construção e visualização de gráficos 3D no Web.² No pacote disponibilizado para a realização deste trabalho encontra a biblioteca *X3d*, que inclui a função *drawTriangle* para geração de triângulos em 3D, usando **X3DOM**. Nesta abordagem, um ficheiro *x3dom* é construído em dois passos:

- Desenharam-se os triângulos, utilizando:

```
drawTriangle :: ((Int, Int), Int) → String
```

²Ver <http://examples.x3dom.org> para mais informação. Em http://examples.x3dom.org/IG/buddha-anim/x3dom_imageGeometry.html, por exemplo, pode ser visualizado um objecto gráfico com mais de um milhão de triângulos. Mais documentação em: <http://doc.x3dom.org/tutorials/index.html>.

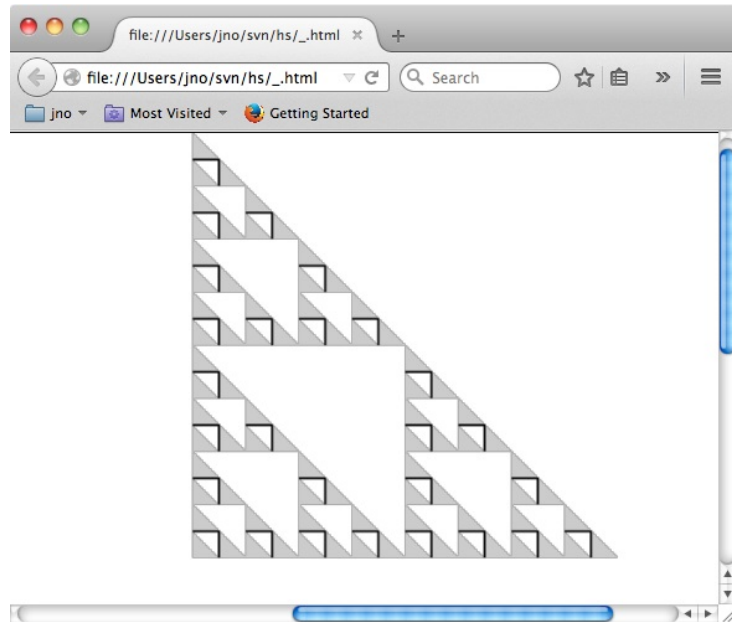


Figura 2: Um **triângulo de Sierpinski** em x3dom

- Finaliza-se o ficheiro com as tags de início e final:

finalize :: *String* → *String*

1. Usando estas funções e as que definiu anteriormente, faça a geração do HTML que representa graficamente o triângulo de Sierpinski definido por

dados = (((0, 0), 32), 4)

isto é, centrado na origem, com lado 32 e 4 níveis de recursividade. No anexo C sugere-se o recurso à função,

render html = **do** { *writeFile* "_" *html*; *system* "open _" }

(adapte-a, se necessário) para visualizar o triângulo gerado num “browser”. Espera-se que o resultado final seja como o que se mostra na Figura 2.

Nesta parte do trabalho, foi criada uma função auxiliar à função *rep* (a função *tlsplit*), que foi uma adaptação da função *qsplit*, definida anteriormente para a biblioteca **LTree**.

Valorização

Se tiver tempo, investigue como é que a sua resolução desta parte do trabalho evolui para o desenho, não de *triângulos* de Sierpinski, mas sim de *pirâmides* de Sierpinski — ver a imagem da figura 3. Pode recorrer, se desejar, às funções disponibilizadas no anexo B.1.

6 Parte C

6.1 Mónades

Os mónades são funtores com propriedades adicionais que nos permitem obter efeitos especiais em programação. Por exemplo, a biblioteca **Probability** oferece um mónade para abordar problemas de probabilidades. Nesta biblioteca, o conceito de distribuição estatística é captado pelo tipo

newtype *Dist* *a* = *D* { *unD* :: [(*a*, *ProbRep*)] }

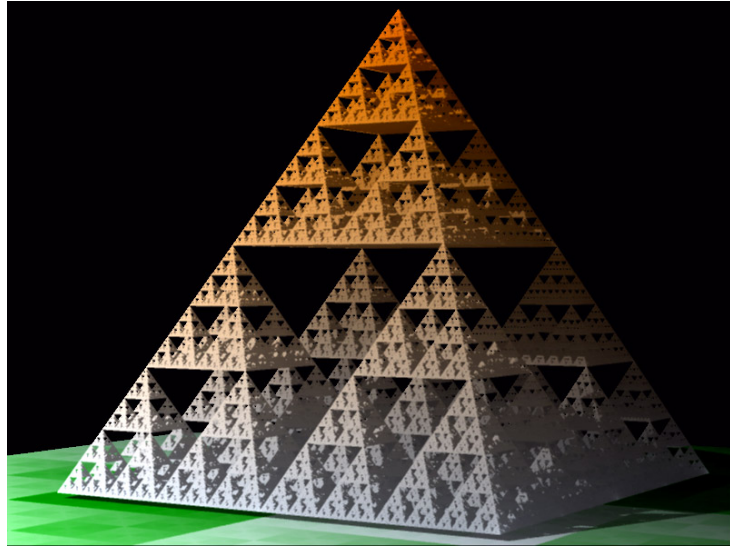


Figura 3: Uma **pirâmide de Sierpinski**

em que *ProbRep* é um real de 0 a 1, equivalente a uma escala de 0 a 100%.

Cada par (a, p) numa distribuição $d :: Dist$ indica que a probabilidade de a é p , devendo ser garantida a propriedade de que todas as probabilidades de d somam 100%. Por exemplo, a seguinte distribuição de classificações por escalões de A a E,

A	2%
B	12%
C	29%
D	35%
E	22%

será representada pela distribuição

```
d1 :: Dist Char
d1 = D [( 'A' , 0.02), ( 'B' , 0.12), ( 'C' , 0.29), ( 'D' , 0.35), ( 'E' , 0.22)]
```

que o **GHCi** mostrará assim:

```
'D' 35.0%
'C' 29.0%
'E' 22.0%
'B' 12.0%
'A'  2.0%
```

É possível definir geradores de distribuições, por exemplo distribuições *uniformes*,

```
d2 = uniform (words "Uma frase de cinco palavras")
```

isto é

```
"Uma" 20.0%
"cinco" 20.0%
"de" 20.0%
"frase" 20.0%
"palavras" 20.0%
```

distribuição *normais*, eg.

```
d3 = normal [10..20]
```

etc.³

³Para mais detalhes ver o código fonte de **Probability**, que é uma adaptação da biblioteca **PHP** ("Probabilistic Functional Programming"). A quem quiser saber mais recomenda-se a leitura do artigo [1].

$Dist$ forma um **mónade** cuja unidade é $return\ a = D\ [(a, 1)]$ e cuja multiplicação é dada por (simplificando a notação)

$$(f \bullet g)\ a = [(y, q * p) \mid (x, p) \leftarrow g\ a, (y, q) \leftarrow f\ x]$$

em que $g : A \rightarrow Dist\ B$ e $f : B \rightarrow Dist\ C$ são funções **monádicas** que representam *computações probabilísticas*.

Este mónade é adequado à resolução de problemas de *probabilidades e estatística* usando programação funcional, de forma elegante e como caso particular de programação monádica. Vejamos um exemplo:

Problema: qual é a soma de faces mais provável quando lançamos dois dados num tabuleiro?

Assumindo que os dados não estão viciados, cada um oferece uma distribuição uniforme das suas faces (1 a 6). Basta correr a expressão monádica

```
do { x <- uniform [1..6]; y <- uniform [1..6]; return (x + y) }
```

e obter-se-á:

```
*Main> do { x <- uniform [1..6] ; y <- uniform [1..6] ; return(x+y) }
7  16.7%
6  13.9%
8  13.9%
5  11.1%
9  11.1%
4  8.3%
10 8.3%
3  5.6%
11 5.6%
2  2.8%
12 2.8%
```

A soma mais provável é 7, com 16.7%.

6.2 Trabalho a realizar

É possível pensarmos em catamorfismos, anamorfismos etc probabilísticos, quer dizer, programas recursivos que dão distribuições como resultados. Por exemplo, neste enunciado é dado o combinador

$$pcataList :: (Either () (a, b) \rightarrow Dist\ b) \rightarrow [a] \rightarrow Dist\ b$$

que é muito parecido com

$$cataList :: (Either () (a, b) \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow b$$

da biblioteca **List**. A única diferença é que o gene de $pcataList$ é uma função probabilística.

Exemplo de utilização: recorde-se que $cataList\ [zero, add]$ soma todos os elementos da lista argumento, por exemplo:

$$cataList\ [zero, add]\ [20, 10, 5] = 35.$$

Considere agora a função $padd$ (adição probabilística) que, com probabilidade 90% soma dois números e com probabilidade 10% os subtrai:

$$padd\ (a, b) = D\ [(a + b, 0.9), (a - b, 0.1)]$$

Se se correr

$$d4 = pcataList\ [pzero, padd]\ [20, 10, 5] \text{ where } pzero = return \cdot zero$$

obter-se-á:

```
35  81.0%
25   9.0%
5    9.0%
15   1.0%
```

Com base nestes exemplos, resolva o seguinte

Problema: Uma unidade militar pretende enviar uma mensagem urgente a outra, mas tem o aparelho de telegrafia meio avariado. Por experiência, o telegrafista sabe que a probabilidade de uma palavra se perder (não ser transmitida) é 5%; no final de cada mensagem, o aparelho envia o código "stop", mas (por estar meio avariado), falha 10% das vezes.

Qual a probabilidade de a palavra "atacar" da mensagem words "Vamos atacar hoje" se perder, isto é, o resultado da transmissão ser ["Vamos", "hoje", "stop"]? e a de seguirem todas as palavras, mas faltar o "stop" no fim? E a da transmissão ser perfeita?

Responda a todas estas perguntas encontrando g tal que

$transmitir = pcataList\ gene$

descreve o comportamento do aparelho.

Testes unitários 7 Faça o seguinte teste unitário da sua versão para *gene*:

$test07 = gene\ (i_2\ ("a", ["b"])) \equiv D\ ([("a", "b"), 0.95], (["b"], 0.05))$

Responda então às perguntas do problema acima correndo a expressão:

$transmitir\ (words\ "Vamos\ atacar\ hoje")$

6.3 Programação funcional paralela

Uma outra aplicação do conceito de mónade é a programação funcional paralela. A biblioteca **Control.Parallel.Strategies**, já carregada no início deste texto, implementa esse tipo de programação, que hoje está na ordem do dia. O mónade respectivo chama-se *Eval* e disponibiliza duas funções,

$rpar :: a \rightarrow Eval\ a$
 $rseq :: a \rightarrow Eval\ a$

conforme se deseja que uma dada computação seja efectuada em paralelo ou sequencialmente.⁴ Por exemplo,

```
parmap :: (a -> b) -> [a] -> Eval [b]
parmap f [] = return []
parmap f (a : lt) = do
  a' <- rpar (f a)
  lt' <- parmap f lt
  return (a' : lt')
```

é um *map* monádico que usa *rpar* para aplicar *f* a todos os elementos de uma lista *em paralelo*. Se correremos o *map* habitual em

$map\ fib\ [20..30] = [10946, 17711, 28657, 46368, 75025, 121393, 196418, 317811, 514229, 832040, 1346269]$

(cálculo dos números de Fibonacci do vigésimo ao trigésimo), o tempo que o cálculo vai demorar numa máquina com 2 cores⁵ será da ordem de 1.1s. Já no caso de usar *parmap* em vez de *map*, fará o mesmo cálculo em cerca de 60% desse tempo.

Para verificar esta diferença siga as instruções seguintes.⁶

1. Compile o presente enunciado correndo:

`ghc -O2 cp1415t -rtsopts -threaded`

2. De seguida execute numa “shell” o seguinte comando,

⁴Esta explicação é bastante simplista, mas serve de momento. Para uma abordagem completa e elucidativa ver a referência [3].

⁵Intel Core 2 Duo a 2.53 GHz.

⁶Ver detalhes em [3].

```
./cp1415t exemplo seq +RTS -s -N2
```

onde o 2 em *N2* indica 2 *cores* (se a máquina em questão tiver mais *cores*, este número deverá ser actualizado). Como pode ver inspecionando o código da função *main* na secção A, o que vai ser executado é

```
putStrLn · show · (map fib) $ [20..30]
```

Das estatísticas que lhe aparecem no écran retenha esta:

```
Total    time      1.41s  ( 1.11s elapsed)
```

Em particular, o campo *elapsed* apresenta o tempo decorrido desde o início da execução do programa até ao respectivo fim.

3. De seguida execute

```
./cp1415t exemplo par +RTS -s -N2
```

que irá chamar, desta vez

```
putStrLn · show · runEval · (parmap fib) $ [20..30]
```

A estatística correspondente à de cima será, desta vez, da ordem seguinte:

```
Total    time      1.13s  ( 0.69s elapsed)
```

Em suma, a versão paralela é cerca de 1.61x mais rápida ($\frac{1.11}{0.69}$) que a sequencial.

6.4 Trabalho a realizar

Com base na definição de *parmap* acima, defina a função

```
parBTreeMap :: (a → b) → (BTree a) → Eval (BTree b)
```

que implemente o “map paralelo” sobre *BTree*’s.

De seguida, corra testes semelhantes aos apresentados acima para apurar o ganho em *performance* da aplicação da função *fib* a todos os números da árvore *t1* da secção 4.2, em duas versões:

1. *fmap fib* (sem paralelismo, usando a função definida em *BTree*), ou
2. usando *parBTreeMap fib*.

Em máquinas mais rápidas e/ou com mais “cores” deve usar números maiores para obter uma melhor distinção entre as duas versões.

Referências

- [1] M. Erwig and S. Kollmansberger. Functional pearls: Probabilistic functional programming in Haskell. *J. Funct. Program.*, 16:21–34, January 2006.
- [2] D.E. Knuth. *Literate Programming*. CSLI Lecture Notes Number 27. Stanford University Center for the Study of Language and Information, Stanford, CA, USA, 1992.
- [3] S. Marlow. *Parallel and Concurrent Programming in Haskell*. O’Reilly, 2013.

Anexos

A Programa principal

```
main :: IO ()
main = getArgs >>= (\_ → null) → exemp_or_exer, errInvArgs
  where
    exemp_or_exer = (((≡) "exemplo") · head) → exemp, exer
    exemp = (((≡) 2) · length) → execExemp, errInvArgs
    execExemp = isPar → execExempPar, execExempSeq
    exer = (((≡) 3) · length) → execExer, errInvArgs
    execExer = isPar → execExerPar, execExerSeq
    execExempSeq = (putStrLn · show · (map fib) $ [20..30])
    execExerPar = (putStrLn · show · runEval · (parmap fib) $ [20..30])
```

B Bibliotecas e código auxiliar

```
errInvArgs :: a → IO ()
errInvArgs = _ $ putStrLn msgInvArgs
  where
    msgInvArgs = "Invalid arguments"

execExerPar :: [String] → IO ()
execExerPar = (putStrLn · show · runEval · (parBTreeMap fib) $ abpe (20,30))

execExerSeq :: [String] → IO ()
execExerSeq = (putStrLn · show · (fmap fib) $ abpe (20,30))

isPar :: [String] → Bool
isPar = (((≡) "par") · head · tail) → True, False

pcataList g = mfoldr (curry (g · i2)) ((g · i1) ()) where
  mfoldr f d [] = d
  mfoldr f d (a : x) = do { y ← mfoldr f d x; f a y }
```

B.1 “Easy X3DOM access”

Defina-se a seguinte composição de funções

$$x3dom = html \cdot preamble \cdot body \cdot x3d \cdot scene \cdot items$$

para gerar um texto HTML que represente um objecto gráfico em **X3DOM**. Esta função usa as seguintes funções auxiliares:

```
html = tag "html" []
preamble = headx 'with' [title "CP/X3DOM generation", links, script]
body = tag "body" []
x3d = tag "x3d" [("width", "\"500px\""), ("height", "\"400px\"")]
scene = tag "scene" []
items = concat
links = ctag "link" [
  ("rel", quote "stylesheet"), ("type", quote "text/css"),
  ("href", quote "http://www.x3dom.org/x3dom/release/x3dom.css")]
script = ctag "script" [
  ("type", quote "text/javascript"),
```

```

("src", quote "http://www.x3dom.org/x3dom/release/x3dom.js")
ctag t l = tag t l " "

```

onde

```

tag t l x = "<" ++ t ++ " " ++ ps ++ ">" ++ x ++ "</" ++ t ++ ">"
  where ps = unwords [concat [t, "=", v] | (t, v) ← l]
headx = tag "head" []

```

De seguida dão-se mais algumas funções auxiliares facilitadoras:

```

transform (x, y, z) = tag "transform" [("translation", quote (show3D (x, y, z)))]
groupx (x, y, z) = (tag "group" [("bboxSize", quote (show3D (x, y, z)))] · items
shapex = tag "shape" []
title = tag "title" []
appearance = tag "appearance" []
show3D (x, y, z) = show x ++ " " ++ show y ++ " " ++ show z
t 'with' l = ((t $ items l)++)
quote s = "\"" ++ s ++ "\""
prime s = "'" ++ s ++ "'"
box p col = (transform p · shapex · items) [color col, ctag "box" [("size", prime "2, 2, 2")]]
cone p col b h = (transform p · shapex · items)
  [color col,
   ctag "cone" [("bottomRadius", prime (show b)), ("height", prime (show h))]]
color c = appearance (ctag "material" [("diffuseColor", prime c)])

```

C Soluções propostas

Os alunos devem colocar neste anexo as suas soluções aos exercícios propostos, de acordo com o “layout” que se fornece. Podem ser adicionadas outras funções auxiliares que sejam necessárias.

Secção 4.1

```

depth :: LTree a → Integer
depth = cataLTree [one, succ · max]

```

O segundo argumento do `either`, é `(succ.(uncurry max))`; **uncurry max**, serve para mudar o modo como argumento é dado, pois a função `max` recebe os argumentos no modo **max a b**.

```

balance :: LTree a → LTree a
balance = (anaLTree lsplit) · tips

```

Nesta função recebemos uma `LTree` e com a função **tips** passamos todos os elementos dessa `LTree` para uma lista. A função **lsplit**, recebe uma lista e constrói um **Either** com os elementos da lista. Depois disto, falta fazer um anamorfismo para passar esse **Either**, para uma `LTree` (**anaLTree**).

Secção 4.2

```

qsplit :: Integral a ⇒ (a, a) → Either () (a, ((a, a), (a, a)))
qsplit (x, y) | x > y ∨ x ≡ 0 ∧ y ≡ 0 = i1 ()
  | otherwise = i2 (x + y ÷ 2, ((x, x + y ÷ 2 - 1), (x + y ÷ 2 + 1, y)))

```

Esta função vai ser utilizada como gene da função `abpe` que é feita à custa de um anamorfismo aplicado em `BTree` e tem como objectivo balancear uma árvore no intervalo de **n** a **m** dado pelo par `(n,m)`. Caso `n` seja maior que `m` então a função retorna `Empty`. Caso contrário retorna um **Node** `(a, ((n,a-1), (a+1,m)))` onde **a** é o resultado de `n + m / 2`.

Secção 4.3

```

inSList :: Either a (a1, SList a1 a) → SList a1 a
inSList = [Sent, Cons]

outSList :: SList b a → Either a (b, SList b a)
outSList (Sent x) = i1 (x)
outSList (Cons (x, s)) = i2 (x, s)

anaSList :: (c → Either a (b, c)) → c → SList b a
anaSList f = inSList · (recSList (anaSList f)) · f

cataSList :: (Either b (a, d) → d) → SList a b → d
cataSList s = s · (recSList (cataSList s)) · outSList

recSList f = id + (id × f)

hyloSList :: (Either b (d, c) → c) → (a → Either b (d, a)) → a → c
hyloSList f g = cataSList f · anaSList g

```

Estas ultimas funções foram todas baseadas na biblioteca LTree. Cada uma delas é uma adaptação da sua correspondente na biblioteca LTree.

```

mgen :: Ord a ⇒ ([a], [a]) → Either [a] (a, ([a], [a]))
mgen (l, []) = i1 l
mgen ([], l) = i1 l
mgen (x : xs, y : ys) | x ≤ y = i2 (x, (xs, y : ys))
| otherwise = i2 (y, (x : xs, ys))

```

A função **mgen**, vai ser uma auxiliar para o merge sort. Neste caso, caso mgen receba uma lista vazia e uma lista vazia, dá apenas essa lista que recebeu. Caso receba duas listas não vazias (l1, l2), e como sabemos que ambas as listas estão ordenadas, se a cabeça de l1 for menor que a cabeça de l2, devolvemos **Right** com o triplo: (cabeça de l1, resto de l1, l2). Caso a cabeça de l1 seja maior que a cabeça de l2, obtemos o **Right** com o triplo: (cabeça de l2, l1, resto de l2)

Secção 5.2

```

inTLTree = [L, N]

outTLTree (L a) = i1 a
outTLTree (N (tl1, (tl2, tl3))) = i2 (tl1, (tl2, tl3))

baseTLTree g f = g + (f × (f × f))
recTLTree f = id + (f × (f × f))

cataTLTree a = a · (recTLTree (cataTLTree a)) · outTLTree
anaTLTree f = inTLTree · (recTLTree (anaTLTree f)) · f

hyloTLTree a c = cataTLTree a · anaTLTree c

tipsTLTree = cataTLTree [singl, conc]
  where conc (l, (r1, r2)) = l ++ r1 ++ r2

invTLTree = cataTLTree (inTLTree · (swap + id))

depthTLTree = cataTLTree [one, succ · myMax]
  where myMax (a, (b, c)) = max a (max b c)

countTLTree :: TLTree b → Int
countTLTree = fromInteger · cataTLTree [one, add · (id × add)]

```

Tal como aconteceu nas funções sobre SList, as funções sobre TLTree, foram baseadas na biblioteca LTree, com a excepção da função **depthTLTree** que é uma adaptação da função **depth** definida na Parte A do trabalho. Cada uma delas é uma adaptação da sua correspondente na biblioteca LTree.

```

geraSierp :: Tri → Int → TLTree Tri
geraSierp t x = anaTLTree tsplit (t, x)
tsplit (((x, y), s), n) | n ≡ 0 = i1 ((x, y), s)

```

```

| otherwise = i2 (((x, y), s ÷ 2), n - 1), (((x, y + s ÷ 2), s ÷ 2), n - 1), (((x + s ÷ 2, y), s ÷ 2), n - 1)))
draw = render html where
  html = rep dados
rep x = finalize $ concat $ map drawTriangle $ tipsTLTree $ muda geraSierp x
  where muda f (((x, y), s), n) = f ((x, y), s) n

```

- **muda geraSierp** - altera os tipos dos argumentos, pois a função **geraSierp** recebe $((x,y),s)$ e não $((x,y),s,n)$.
- **tipsTLTree \$** - recebe a árvore que resulta do passo anterior e põe todos os elementos numa lista ordenada.
- **map drawTriangle \$** - aplica a função **drawTriangle** a todos os elementos da lista de triângulos que resulta da **tipsTLTree**.
- **concat \$** - junta todas as String que existem na lista anterior numa só.
- **finalize \$** - escreve o código html para desenhar os triângulos num ficheiro ".html".

Secção 6.2

Defina

```

gene (i2 (a, b)) = D [(a : b), 0.95], (b, 0.05)]
gene (i1 ()) = D [["stop"], 0.9], ([], 0.10)]

```

e responda ao problema do enunciado aqui:

```

["Vamos", "atacar", "hoje", "stop"]  77.2%
["Vamos", "atacar", "hoje"]          8.6%
["Vamos", "hoje", "stop"]            4.1%

```

Secção 6.4

Defina

```

parBTreeMap f Empty = return Empty
parBTreeMap f (Node (r, (e, d))) = do
  r' ← rpar (f r)
  e' ← parBTreeMap f e
  d' ← parBTreeMap f d
  return (Node (r', (e', d')))

```

e apresente aqui os resultados das suas experiências com essa função.

Esta última função, é o resultado de uma adaptação da função **parmap**, definida anteriormente. Resposta à pergunta anterior:

```

Total    time    0.70s  ( 0.41s elapsed)

```

Esta última parte, é uma biblioteca baseada na biblioteca TLTree, chamada PLTree que serve para criar as pirâmides de Sierpinski. Tentamos, mas não conseguimos terminar a construção das pirâmides.

```

type Pir = (Ponto, Lado)
type Ponto = (Int, Int, Int)
type Lado = Int
data PLTree a = Li a | Ni (PLTree a, (PLTree a, (PLTree a, PLTree a))) deriving (Eq, Show)
inPLTree = [Li, Ni]
outPLTree (Li a) = i1 a
outPLTree (Ni (π1, (π2, (p3, p4)))) = i2 (π1, (π2, (p3, p4)))

```

```

basePLTree g f = g + (f × (f × (f × f)))
recPLTree f = id + (f × (f × (f × f)))
cataPLTree a = a · (recPLTree (cataPLTree a)) · outPLTree
anaPLTree f = inPLTree · (recPLTree (anaPLTree f)) · f
hyloPLTree a c = cataPLTree a · anaPLTree c
tipsPLTree = cataPLTree [singl, conc]
  where conc (l, (r1, (r2, r3))) = l ++ r1 ++ r2 ++ r3
invPLTree = cataPLTree (inPLTree · (swap + id))
depthPLTree = cataPLTree [one, succ · myMax]
  where myMax (a, (b, (c, d))) = max a (max b (max c d))
countPLTree = fromInteger · cataPLTree [one, add']
  where add' (x, (y, (w, z))) = x + y + z + w
geraPirSierp :: Pir → Int → PLTree Pir
geraPirSierp t x = anaPLTree psplit (t, x)
psplit (((x, y, z), s), n) | n ≡ 0 = i1 ((x, y, z), s)
  | otherwise = i2 (((x, y, z), s ÷ 2), n - 1), (((x, y + s ÷ 2, z), s ÷ 2), n - 1), (((x + s ÷ 2, y, z), s ÷ 2), n - 1),
repP x = finalize $ concat $ map drawPiramide $ tipsPLTree $ muda geraPirSierp x
  where muda f (((x, y, z), s), n) = f ((x, y, z), s) n

```


Índice

Cálculo de Programas, [3](#)

Material Pedagógico, [2](#), [3](#), [6](#)

BTree.hs, [4](#), [6](#), [11](#)

List.hs, [9](#)

LTree.hs, [3](#), [4](#), [6](#)

Combinador “pointfree”

either, [4](#), [9](#), [13](#), [14](#)

Fractal, [5](#)

Pirâmide de Sierpinski, [8](#)

Triângulo de Sierpinski, [5](#), [7](#)

Função

uncurry, [13](#)

Haskell, [2](#)

“Literate Haskell”, [2](#)

lhs2TeX, [2](#)

Biblioteca

PFP, [8](#)

Probability, [7](#), [8](#)

Control

Parallel.Strategies, [10](#)

interpretador

GHCi, [3](#), [8](#)

Programação literária, [2](#)

U.Minho

Departamento de Informática, [1](#)

Utilitário

LaTeX

bibtex, [3](#)

makeindex, [3](#)

X3DOM, [6](#), [12](#)