การหารากที่สามด้วยเครื่องคิดเลขแบบธรรมดา

จากความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิตที่ว่า $\dfrac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots$ เมื่อ $|x| < 1$ ถ้าให้ $x = \dfrac{1}{4}$ จะได้ว่า

$$\frac{1}{1-1/4} - 1 = \frac{1}{3} = \frac{1}{4^1}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\frac{1}{4^4}+\frac{1}{4^5}+\frac{1}{4^6}+\frac{1}{4^7}+\frac{1}{4^8}+\ldots \qquad \text{(สมการที่ 1)}$$

$$= \frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^6}+\frac{1}{2^8}+\frac{1}{2^{10}}+\frac{1}{2^{12}}+\frac{1}{2^{14}}+\frac{1}{2^{16}}+\ldots \qquad \text{(สมการที่ 2)}$$

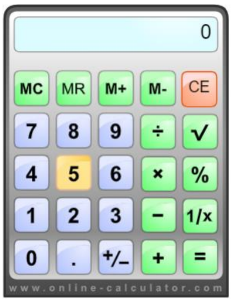
$$= \frac{1}{2^2}\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)\ldots \qquad \text{(สมการที่ 3)}$$

ใช้สมการที่ 2 หารากที่สามของ y จะได้

$$y^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^6}+\frac{1}{2^8}+\frac{1}{2^{10}}+\frac{1}{2^{12}}+\frac{1}{2^{14}}+\frac{1}{2^{16}}+\ldots} \qquad \text{(สมการท 4)}$$

ใช้สมการที่ 3 หารากที่สามของ y จะได้

$$y^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{1}{2^2}(1+\frac{1}{2^2})(1+\frac{1}{2^4})(1+\frac{1}{2^8})\ldots} \qquad \text{(สมการท 5)}$$



จากผลที่ได้ แสดงว่า เราสามารถหารากที่สาม ด้วยเครื่องคิดเลขแบบธรรมดา (ที่มีปุ่ม $\sqrt{x}$ แต่ไม่มีปุ่ม x^y) เช่น $8^{(1/2^2+1/2^4)}$ หาค่าได้ด้วยการกดปุ่มของเครื่องคิดเลขตามลำดับดังนี้ 8 √ √ × 8 √ √ √ √ =
หรือ $8^{(1/2^2)(1+1/2^2)(1+1/2^4)}$ หาค่าได้ด้วยการกดปุ่มตามลำดับดังนี้ 8 √ √ × √ √ × √ √ √ √ =

ตารางข้างล่างนี้ แสดงการใช้สมการที่ 4 กับ 5 เพื่อคำนวณรากที่สามของ 27 ด้วยโปรแกรม Calculator ของ Windows พบว่า การใช้สมการที่ 5 ใช้จำนวนครั้งของการกดปุ่มที่น้อยกว่าการใช้สมการที่ 4 (โดยได้ผลที่มีความแม่นยำพอ ๆ กัน)

ลำดับปุ่มที่กด เพื่อคำนวณตามสมการที่ 4	ลำดับปุ่มที่กด เพื่อคำนวณตามสมการที่ 5
CE MC 2 7 M+ √ 2 ครั้ง × MR √ 4 ครั้ง × MR √ 6 ครั้ง × MR √ 8 ครั้ง × MR √ 10 ครั้ง × MR √ 12 ครั้ง × MR √ 14 ครั้ง × MR √ 16 ครั้ง = ได้คำตอบ 2.999949709941997 (กดปุ่มทั้งสิ้น 92 ครั้ง)	CE 2 7 √ 2 ครั้ง × √ 2 ครั้ง × √ 4 ครั้ง × √ 8 ครั้ง = ได้คำตอบ 2.999949709941997 (กดปุ่มทั้งสิ้น 23 ครั้ง)

ถ้าต้องการคำตอบที่แม่นยำขึ้นก็สามารถกดคำนวณต่อได้ ในตัวอย่างที่แสดงนี้ ขอกดเพื่อให้การคำนวณด้วยสมการ 4 และ 5 ได้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำพอ ๆ กัน

จงเขียนฟังก์ชันต่าง ๆ ในโปรแกรมข้างล่างนี้

```
def sqrt_n_times(x, n):
    # คืนค่าที่เสมือนการนำค่าใน x มากดปุ่ม √ เป็นจำนวน n ครั้ง

    ???

def cube_root(y):
    # คืนค่าประมาณของรากที่สามของ y โดยใช้วิธีที่เสมือนการกดปุ่มด้วยสูตร
    # y^((1/2^2)(1+1/2^2)(1+1/2^4)(1+1/2^8)(1+1/2^16)(1+1/2^32))
    # ข้อแนะนำ: เรียกใช้ฟังก์ชัน sqrt_n_times

    ???

def main():
    q = float(input())
    print(cube_root(q))

exec(input()) # DON'T remove this line
```

คำสั่ง `exec( x )` สั่งให้ระบบทำคำสั่งที่เก็บในสตริง `x` เช่น `exec("a = 7")` ก็คือให้ระบบทำคำสั่ง `a = 7` ดังนั้น `exec(input())` แทนการรับสตริงคำสั่งทางแป้นพิมพ์ แล้วสั่งให้คำสั่งนั้นทำงาน เช่น เมื่อทำงาน แล้วผู้ใช้ป้อน `main()` คำสั่ง `exec(input())` ก็คือ `exec("main()")` คือสั่งให้ฟังก์ชัน `main()` ทำงานนั่นเอง

ข้อมูลนำเข้า

คำสั่งภาษา Python ที่ต้องการให้ทำงาน

ข้อมูลส่งออก

ผลที่ได้จากการสั่งทำงานคำสั่งที่ได้รับ

ตัวอย่าง

input (จากแป้นพิมพ์)	output (ทางจอภาพ)
`print(sqrt_n_times(10**8,3))`	`10.0`
`print(round(cube_root(27), 4))`	`3.0`
`print(cube_root(5)**3, (5**(1/3))**3)`	`5.000000000000001 4.999999999999998`
`main()` `27`	`2.999999999999999`