Korrekte Phasenräume 1

Betrachte die Zuordnung Der Graphiken A bis H zu den Vektorfeldern $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ der gewöhnlichen autonomen Differentialgleichung y' = f(y), wobei f(y) wie folgt gegeben ist:

$$E: \begin{bmatrix} y_1^2 \\ y_2^2/2 \end{bmatrix}$$

H:
$$\begin{bmatrix} -2y_1^2 \\ y_1 + y_2 \end{bmatrix}$$

D:
$$\begin{bmatrix} -y_1 \\ -y_2 \end{bmatrix}$$

C:
$$\begin{bmatrix} y_1 + y_2 + 1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

B:
$$\begin{bmatrix} 0.3y_1 + y_2 \\ -y_1 + 0.3y_2 \end{bmatrix}$$

H:
$$\begin{bmatrix} -2y_1^2 \\ y_1 + y_2 \end{bmatrix}$$
 D: $\begin{bmatrix} -y_1 \\ -y_2 \end{bmatrix}$ C: $\begin{bmatrix} y_1 + y_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ A: $\begin{bmatrix} -y_1 - y_2 \\ -y_1 - y_2 \end{bmatrix}$ G: $\begin{bmatrix} y_1 + y_2 \\ y_1 + y_2 \end{bmatrix}$ F: $\begin{bmatrix} -2y_2 \\ 2y_1 \end{bmatrix}$

G:
$$\begin{bmatrix} y_1 + y_2 \\ y_1 + y_2 \end{bmatrix}$$

F:
$$\begin{bmatrix} -2y_2 \\ 2y_1 \end{bmatrix}$$

Die Regel zur Konstruktion der Graphik ist wie folgt:

FALSCH: Zeichne einen Pfeil von $y\in\mathbb{R}^2$

 $\lambda_y Ay \in \mathbb{R}^2$ [Abbildung 1]

RICHTIG:

Zeichne einen Pfeil von

 $y \in \mathbb{R}^2$

nach

nach

 $y + \lambda_y A y \in \mathbb{R}^2$

[Abbildung 2].

Dabei hängt der Skalar $\lambda_y \in \mathbb{R}_+$ monoton von der Länge von $y \in \mathbb{R}^2$ ab, z.B. $\lambda_y \coloneqq \frac{1}{1+e^{-||y||_2}}$.

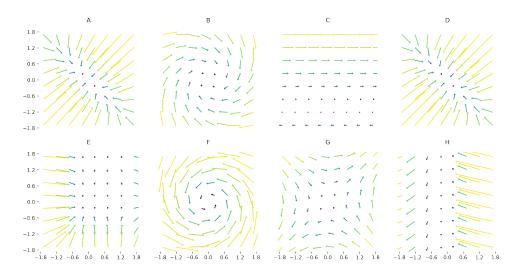


Abbildung 1: FALSCH: Pfeil von $y \xrightarrow{\text{nach}} \lambda_y Ay$.

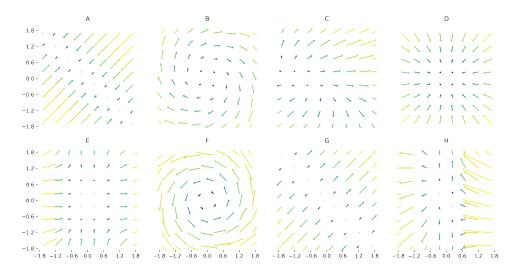


Abbildung 2: KORREKT: Pfeil von $y \xrightarrow{\text{nach}} y + \lambda_y Ay$.