

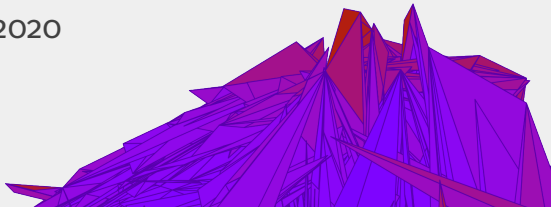
# VORKURS EINFÜHRUNG IN DIE HOCHSCHULMATHEMATIK:

BRUCHRECHNEN

JONATHAN BUSSE

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN  
[GITHUB.COM/JOKABUS/VEH2020](https://github.com/jokabus/VEH2020)

SITZUNG VOM 5. OKTOBER 2020



# ORGANISATORISCHES

# **ORGANISATORISCHES**

## **ZEITPLANUNG**

**10:00** Begrüßung

**10:05** Break-Out-Session

*Übung 3.1-2*

**10:50** Kaffeepause

**11:00** Besprechung der Übungsaufgabe(n)

**11:20** Rückblick auf die erste Woche

# ÜBUNGSAUFGABEN

# ÜBUNGSAUFGABEN

## VORRECHNEN

# ÜBUNG 3.1 AUFGABE 2

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

**Aufgabe 2:**

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$



**Aufgabe 2:**

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

# ÜBUNGSAUFGABEN

## LÖSUNGSANSÄTZE

# ÜBUNG 3.1 AUFGABE 2

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

# ÜBUNG 3.1 AUFGABE 2

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

## Ansatz

Die pq-Formel oder abc-Formel (siehe **Merkblatt**)

# ÜBUNG 3.1 AUFGABE 2

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

## Ansatz

Die pq-Formel oder abc-Formel (siehe **Merkblatt**)

Dazu Substitution:  $x^2 = w$

# ÜBUNG 3.1 AUFGABE 2

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

## Ansatz

Die pq-Formel oder abc-Formel (siehe **Merkblatt**)

Dazu Substitution:  $x^2 = w$

Vielfachheit und Anzahl der Lösung hängt vom Term unter der **Wurzel** ab.

# ÜBUNG 3.1 AUFGABE 2

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

## Ansatz

Die pq-Formel oder abc-Formel (siehe **Merkblatt**)

Dazu Substitution:  $x^2 = w$

Vielfachheit und Anzahl der Lösung hängt vom Term unter der **Wurzel** ab.

# ÜBUNG 3.1 AUFGABE 2

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$



# ÜBUNG 3.1 AUFGABE 2

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

Was bedeutet Vielfachheit?

# ÜBUNG 3.1 AUFGABE 2

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

## Was bedeutet Vielfachheit?

### Mehrfache Nullstellen [\[ Bearbeiten | Quelltext bearbeiten \]](#)

#### Definitionen [\[ Bearbeiten | Quelltext bearbeiten \]](#)

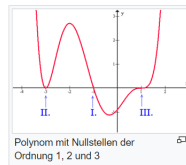
Ist  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  eine Polynomfunktion oder zumindest stetig und an der Nullstelle  $x_0 \in D$  differenzierbar, so kann man die Nullstelle  $x_0$  „heraussteilen“. Genauer: Es gibt eine in  $x_0$  stetige Funktion  $g: D \rightarrow \mathbb{R}$ , so dass  $f(x) = (x - x_0)g(x)$  für alle  $x \in D$ .

Es gibt dann zwei Fälle:

1.  $g(x_0) \neq 0$ . In diesem Fall nennt man  $x_0$  eine *einfache Nullstelle*.
2.  $g(x_0) = 0$ , d. h. auch  $g$  hat in  $x_0$  eine Nullstelle. Oder anders ausgedrückt: Auch nachdem man die Nullstelle  $x_0$  aus  $f$  herausgeteilt hat, bleibt  $x_0$  immer noch eine Nullstelle. In diesem Fall nennt man  $x_0$  eine *mehrfache Nullstelle* von  $f$ .

Um zu bestimmen, ob  $x_0$  eine einfache oder eine mehrfache Nullstelle ist, benutzt man die Tatsache, dass der Wert  $g(x_0)$  gleich der Ableitung von  $f$  an der Stelle  $x_0$  ist. Für eine differenzierbare Funktion  $f$  bekommt man also folgendes Kriterium:

Eine Nullstelle  $x_0$  von  $f$  ist genau dann eine mehrfache Nullstelle, wenn  $f'(x_0) = 0$  ist.



# ÜBUNG 3.1 AUFGABE 2

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

Betrachte  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$

# ÜBUNG 3.1 AUFGABE 2

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

Betrachte  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$

pq-Formel:  $\frac{(3r-r^2)^2}{4} + 3r^3$  abc-Formel:  $D = (3r - r^2)^2 + 12r^3$

# ÜBUNG 3.1 AUFGABE 2

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

Betrachte  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$

pq-Formel:  $\frac{(3r-r^2)^2}{4} + 3r^3$  abc-Formel:  $D = (3r - r^2)^2 + 12r^3$

- 1. Fall**  $D < 0$ , keine Lösung in den reellen Zahlen
- 2. Fall**  $D = 0$ , eine Lösung von Vielfachheit 2
- 3. Fall**  $D > 0$ , zwei Lösungen von Vielfachheit 1

# ÜBUNG 3.1 AUFGABE 2

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

Betrachte  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$

pq-Formel:  $\frac{(3r-r^2)^2}{4} + 3r^3$  abc-Formel:  $D = (3r - r^2)^2 + 12r^3$

- 1. Fall**  $D < 0$ , keine Lösung in den reellen Zahlen
- 2. Fall**  $D = 0$ , eine Lösung von Vielfachheit 2
- 3. Fall**  $D > 0$ , zwei Lösungen von Vielfachheit 1

Welche Nullstellen hat  $D$ ?

# ÜBUNG 3.1 AUFGABE 2

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

Betrachte  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$

pq-Formel:  $\frac{(3r-r^2)^2}{4} + 3r^3$  abc-Formel:  $D = (3r - r^2)^2 + 12r^3$

- 1. Fall**  $D < 0$ , keine Lösung in den reellen Zahlen
- 2. Fall**  $D = 0$ , eine Lösung von Vielfachheit 2
- 3. Fall**  $D > 0$ , zwei Lösungen von Vielfachheit 1

Welche Nullstellen hat  $D$ ?

$$(3r - r^2)^2 + 12r^3 = r^2(r + 3)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad r = 0, -3$$

# ÜBUNG 3.1 AUFGABE 2

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

Betrachte  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$

pq-Formel:  $\frac{(3r-r^2)^2}{4} + 3r^3$  abc-Formel:  $D = (3r - r^2)^2 + 12r^3$

- 1. Fall**  $D < 0$ , keine Lösung in den reellen Zahlen
- 2. Fall**  $D = 0$ , eine Lösung von Vielfachheit 2
- 3. Fall**  $D > 0$ , zwei Lösungen von Vielfachheit 1

Welche Nullstellen hat  $D$ ?

$$(3r - r^2)^2 + 12r^3 = r^2(r + 3)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad r = 0, -3$$

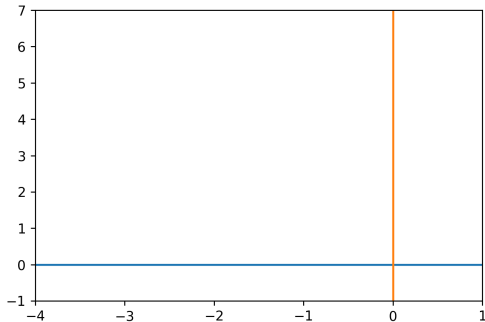
Wie verhält sich  $D$  zwischen den Nullstellen?



## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

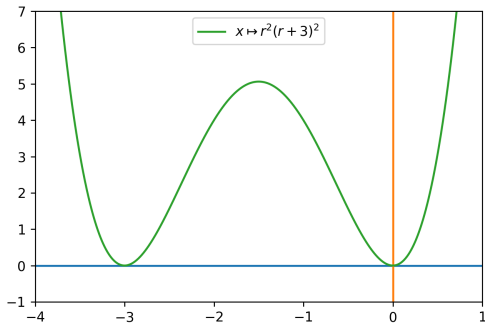
$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$



## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$



**Aufgabe 2:**

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

**Aufgabe 2:**

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

Nehmen wir an,  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$  hat 1, 2 Lösungen von Vielfachheit 2, 1.

**Aufgabe 2:**

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

Nehmen wir an,  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$  hat 1, 2 Lösungen von Vielfachheit 2, 1.

Wie viele Lösungen hat  $x^4 + (3r - r^2)x^2 - 3r^3 = 0$ ?

**Aufgabe 2:**

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

Nehmen wir an,  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$  hat 1, 2 Lösungen von Vielfachheit 2, 1.

Wie viele Lösungen hat  $x^4 + (3r - r^2)x^2 - 3r^3 = 0$ ?

Abhängig vom Vorzeichen der Lösung  $w_{1,2} = \frac{r^2 - 3r \pm r(r+3)}{2}$

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

Nehmen wir an,  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$  hat 1, 2 Lösungen von Vielfachheit 2, 1.

Wie viele Lösungen hat  $x^4 + (3r - r^2)x^2 - 3r^3 = 0$ ?

Abhängig vom Vorzeichen der Lösung  $w_{1,2} = \frac{r^2 - 3r \pm r(r+3)}{2}$

$$w_1 = r^2, w_2 = -3r$$

Sei  $x^2 = w$  und  $w$  eine Lösung von  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

Nehmen wir an,  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$  hat 1, 2 Lösungen von Vielfachheit 2, 1.

Wie viele Lösungen hat  $x^4 + (3r - r^2)x^2 - 3r^3 = 0$ ?

Abhängig vom Vorzeichen der Lösung  $w_{1,2} = \frac{r^2 - 3r \pm r(r+3)}{2}$

$$w_1 = r^2, w_2 = -3r$$

Sei  $x^2 = w$  und  $w$  eine Lösung von  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$

**1. Fall**  $w = 0$ , dann  $x = 0$



## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

Nehmen wir an,  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$  hat 1, 2 Lösungen von Vielfachheit 2, 1.

Wie viele Lösungen hat  $x^4 + (3r - r^2)x^2 - 3r^3 = 0$ ?

Abhängig vom Vorzeichen der Lösung  $w_{1,2} = \frac{r^2 - 3r \pm r(r+3)}{2}$

$$w_1 = r^2, w_2 = -3r$$

Sei  $x^2 = w$  und  $w$  eine Lösung von  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$

**1. Fall**  $w = 0$ , dann  $x = 0$

**2. Fall**  $w > 0$ , dann  $x = \pm \sqrt{w_{1,2}}$

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$

Nehmen wir an,  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$  hat 1, 2 Lösungen von Vielfachheit 2, 1.

Wie viele Lösungen hat  $x^4 + (3r - r^2)x^2 - 3r^3 = 0$ ?

Abhängig vom Vorzeichen der Lösung  $w_{1,2} = \frac{r^2 - 3r \pm r(r+3)}{2}$   
 $w_1 = r^2$ ,  $w_2 = -3r$

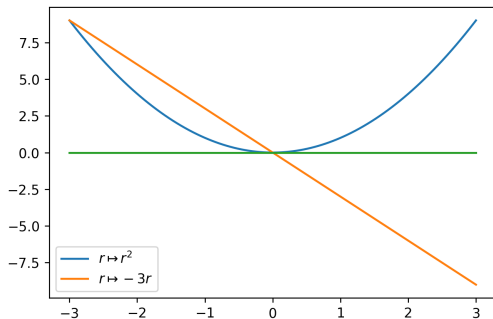
Sei  $x^2 = w$  und  $w$  eine Lösung von  $w^2 + (3r - r^2)w - 3r^3 = 0$

- 1. Fall**  $w = 0$ , dann  $x = 0$
- 2. Fall**  $w > 0$ , dann  $x = \pm \sqrt{w_{1,2}}$
- 3. Fall**  $w < 0$ , dann keine Lösung für  $x$  in  $\mathbb{R}$

## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

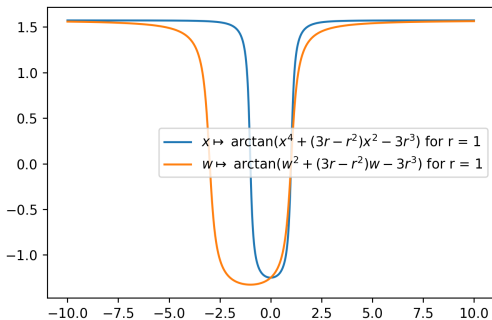
$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$



## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

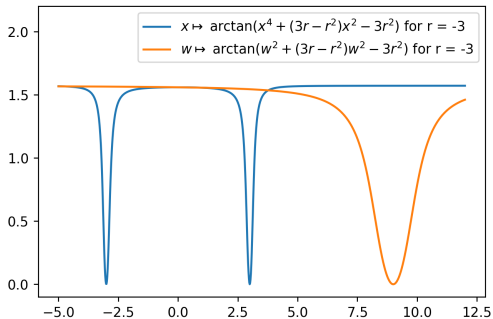
$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$



## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

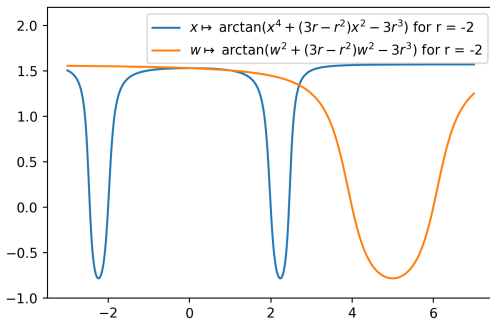
$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$



## Aufgabe 2:

Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter  $r \in \mathbb{R}$ , Anzahl und Vielfachheit der Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  zur Gleichung:

$$x^4 + (3r - r^2)x^2 = 3r^3$$



# WOCHENRÜCKBLICK

# **WOCHENRÜCKBLICK**

**WIE HAT ES EUCH BISHER GEFALLEN?**



# WOCHENRÜCKBLICK

Welche Eindrücke habt ihr aus der ersten Woche mitgenommen?

Welche Eindrücke habt ihr aus der ersten Woche mitgenommen?

Brainstorming

in den geteilten Notizen

Welche Eindrücke habt ihr aus der ersten Woche mitgenommen?

**Brainstorming**

in den geteilten Notizen

**Interaktive**

Umfragen

# WOCHENRÜCKBLICK

Welche Eindrücke habt ihr aus der ersten Woche mitgenommen?

**Brainstorming**

in den geteilten Notizen

**Interaktive**

Umfragen

**Rückmeldung**

an mich

VIEL ERFOLG FÜR DEN **STUDIENSTART!**

