

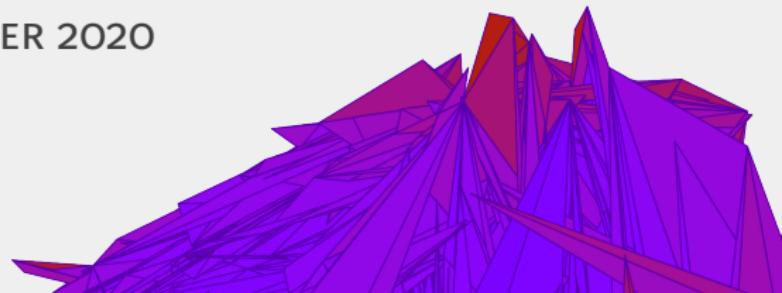
# VORKURS EINFÜHRUNG IN DIE HOCHSCHULMATHEMATIK:

WILLKOMMEN ZUR ÜBUNG

JONATHAN BUSSE

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN  
FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK

SITZUNG VOM 29. SEPTEMBER 2020



# **ORGANISATORISCHES**

# **ORGANISATORISCHES**

---

## **ZEITPLANUNG**

# ZEITPLANUNG

**10:00** Plaudern

**10:05** Begrüßung und Brainstorming

# ZEITPLANUNG

**10:00** Plaudern

**10:05** Begrüßung und Brainstorming

**10:10** Break-Out-Session

# ZEITPLANUNG

**10:00** Plaudern

**10:05** Begrüßung und Brainstorming

**10:10** Break-Out-Session

**10:40** Kaffepause

# ZEITPLANUNG

**10:00** Plaudern

**10:05** Begrüßung und Brainstorming

**10:10** Break-Out-Session

**10:40** Kaffepause

**10:50** Ausblick auf die kommende Zeit

# ZEITPLANUNG

- 10:00** Plaudern
- 10:05** Begrüßung und Brainstorming
- 10:10** Break-Out-Session
- 10:40** Kaffepause
- 10:50** Ausblick auf die kommende Zeit
- 11:10** Zusammenfassung

# ZEITPLANUNG

- 10:00** Plaudern
- 10:05** Begrüßung und Brainstorming
- 10:10** Break-Out-Session
- 10:40** Kaffepause
- 10:50** Ausblick auf die kommende Zeit
- 11:10** Zusammenfassung
- 11:30** Schluss

# **ORGANISATORISCHES**

---

## **AUSBlick**

# AUSBLICK

Kursinhalt (Übung)

Ressourcen auf Github <https://jokabus.github.io/VEH2020/>.

# AUSBLICK

Kursinhalt (Übung)

Ressourcen auf Github <https://jokabus.github.io/VEH2020/>.

Gute Praxis

Fokus auf Zusammenarbeit.

# AUSBLICK

Kursinhalt (Übung)

Ressourcen auf Github <https://jokabus.github.io/VEH2020/>.

## Gute Praxis

Fokus auf Zusammenarbeit.  
Frustrationstoleranz aneignen.

# AUSBLICK

Kursinhalt (Übung)

Ressourcen auf Github <https://jokabus.github.io/VEH2020/>.

## Gute Praxis

Fokus auf Zusammenarbeit.

Frustrationstoleranz aneignen.

Immer besser nicht-verstehen.

# **ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2**

# **ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2**

**VORRECHNEN**

# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$$



# **ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2**

**MUSTERLÖSUNG**

# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2

Welche reellen  $a, b, c$  genügen  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ ?

# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2

Welche reellen  $a, b, c$  genügen  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ ?

Beachte die elementaren Umformungen

# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2

Welche reellen  $a, b, c$  genügen  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ ?

Beachte die elementaren Umformungen

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{a^2}{2} - ab + \frac{b^2}{2}\right) + \left(\frac{b^2}{2} - bc + \frac{c^2}{2}\right) + \left(\frac{c^2}{2} - ca + \frac{a^2}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{b}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{2}} - \frac{c}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{c}{\sqrt{2}} - \frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = 0.$$

# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2

Welche reellen  $a, b, c$  genügen  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ ?

Beachte die elementaren Umformungen

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \\ \Leftrightarrow & a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca) = 0 \\ \Leftrightarrow & \left(\frac{a^2}{2} - ab + \frac{b^2}{2}\right) + \left(\frac{b^2}{2} - bc + \frac{c^2}{2}\right) + \left(\frac{c^2}{2} - ca + \frac{a^2}{2}\right) = 0 \\ \Leftrightarrow & \left(\frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{b}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{2}} - \frac{c}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{c}{\sqrt{2}} - \frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = 0. \end{aligned}$$

Da  $(x - y)^2 \geq 0$  mit Gleichheit genau dann, wenn  $x = y$ ,

# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2

Welche reellen  $a, b, c$  genügen  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ ?

Beachte die elementaren Umformungen

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{a^2}{2} - ab + \frac{b^2}{2}\right) + \left(\frac{b^2}{2} - bc + \frac{c^2}{2}\right) + \left(\frac{c^2}{2} - ca + \frac{a^2}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{b}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{2}} - \frac{c}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{c}{\sqrt{2}} - \frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = 0.$$

Da  $(x - y)^2 \geq 0$  mit Gleichheit genau dann, wenn  $x = y$ , gilt  
 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$  genau dann,

# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2

Welche reellen  $a, b, c$  genügen  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ ?

Beachte die elementaren Umformungen

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \\ \Leftrightarrow & a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca) = 0 \\ \Leftrightarrow & \left(\frac{a^2}{2} - ab + \frac{b^2}{2}\right) + \left(\frac{b^2}{2} - bc + \frac{c^2}{2}\right) + \left(\frac{c^2}{2} - ca + \frac{a^2}{2}\right) = 0 \\ \Leftrightarrow & \left(\frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{b}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{2}} - \frac{c}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{c}{\sqrt{2}} - \frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = 0. \end{aligned}$$

Da  $(x - y)^2 \geq 0$  mit Gleichheit genau dann, wenn  $x = y$ , gilt  
 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$  genau dann, wenn  $a = b = c$ .

# **ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2**

**GRAPHISCHE INTERPRETATION**

# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2

# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2

Visualisierung?

Idee: fixiere c.

# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2

Visualisierung?

Idee: fixiere  $c$ .

Für festes  $c$ , betrachte die Funktion, die  $(a, b)$  auf

# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2

Visualisierung?

Idee: fixiere  $c$ .

Für festes  $c$ , betrachte die Funktion, die  $(a, b)$  auf

$$a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca)$$

# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2

## Visualisierung?

Idee: fixiere  $c$ .

Für festes  $c$ , betrachte die Funktion, die  $(a, b)$  auf

$$a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca)$$

**oder**  $|a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca)|$

# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2

## Visualisierung?

Idee: fixiere  $c$ .

Für festes  $c$ , betrachte die Funktion, die  $(a, b)$  auf

$$a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca)$$

**oder**  $|a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca)|$

**oder**  $\arctan(a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca))$

abbildet.

# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2

## Visualisierung?

Idee: fixiere  $c$ .

Für festes  $c$ , betrachte die Funktion, die  $(a, b)$  auf

$$a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca)$$

**oder**  $|a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca)|$

**oder**  $\arctan(a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca))$

abbildet.

Der Graph der Funktion kann Aufschluss über die Anzahl der Nullstellen geben.

# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2

## Visualisierung?

Idee: fixiere  $c$ .

Für festes  $c$ , betrachte die Funktion, die  $(a, b)$  auf

$$a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca)$$

**oder**  $|a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca)|$

**oder**  $\arctan(a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca))$

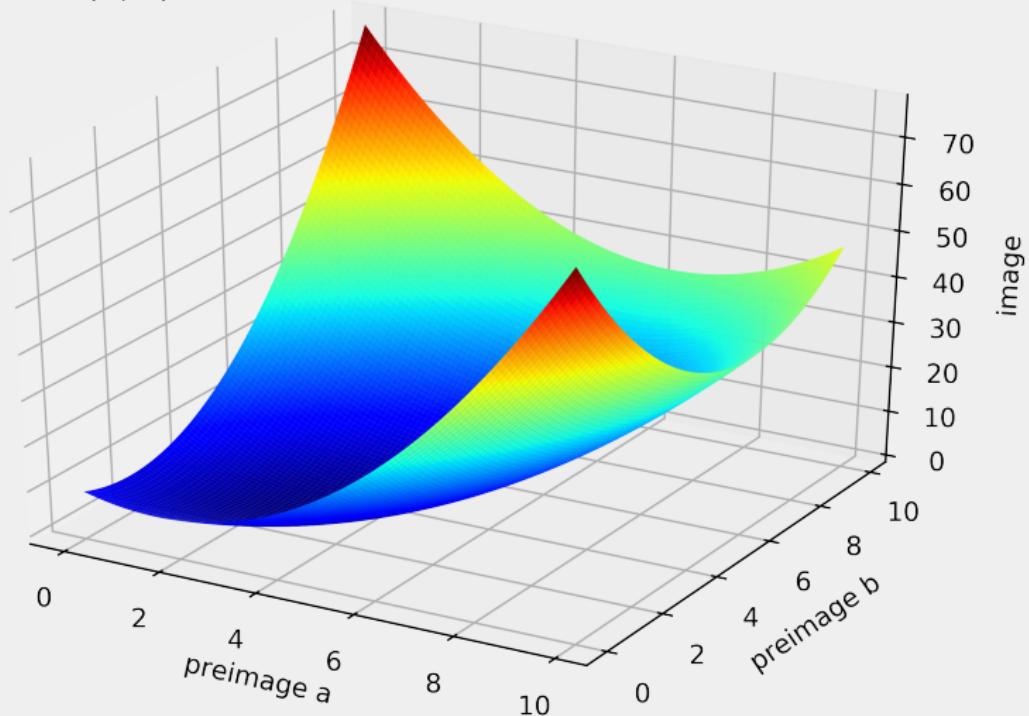
abbildet.

Der Graph der Funktion kann Aufschluss über die Anzahl der Nullstellen geben.

Diese entsprechen den Lösungen der Gleichung  
 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ .

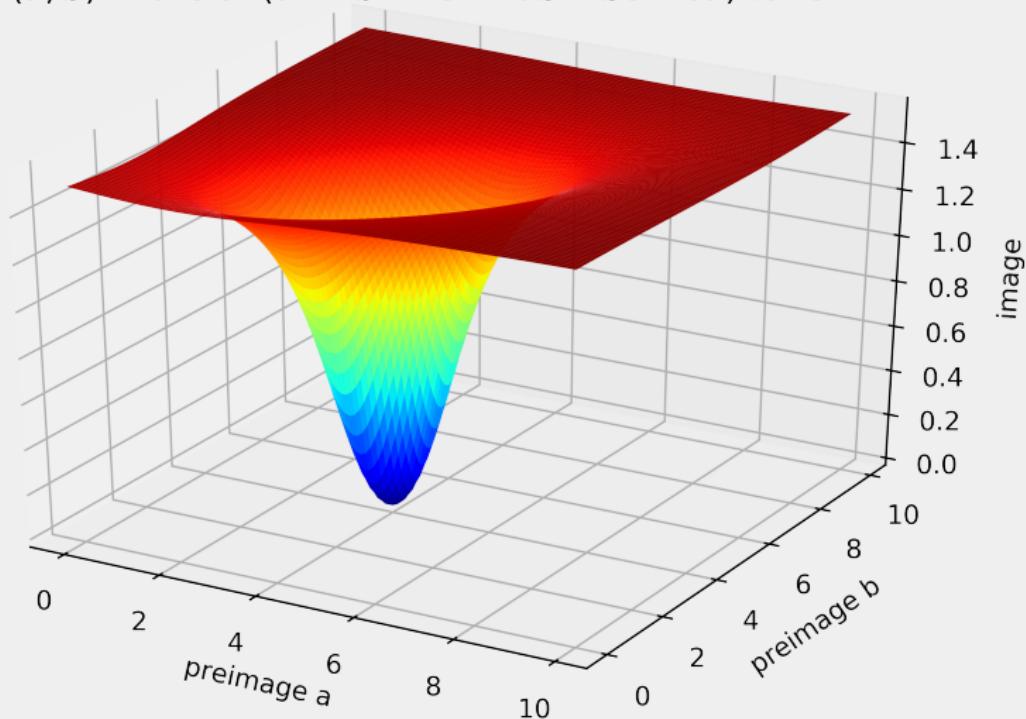
# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2, VISUALISIERUNG

$$(a, b) \mapsto a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \text{ for } c = 3$$



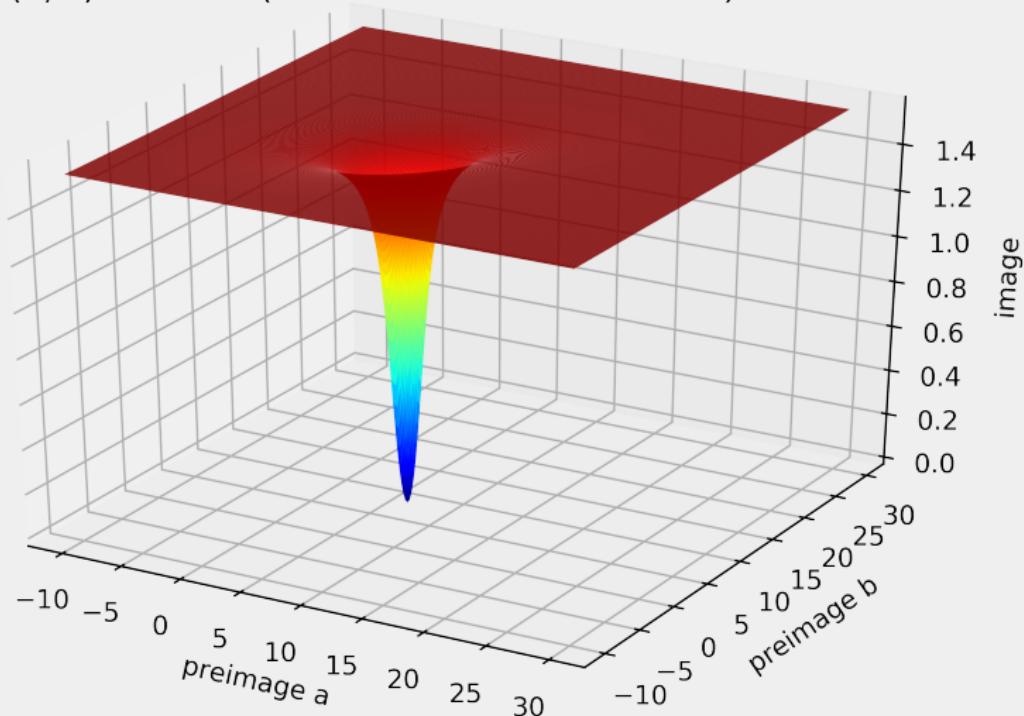
# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2, VISUALISIERUNG

$$(a, b) \mapsto \arctan(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \text{ for } c = 4$$



# ÜBUNG 1.1 AUFGABE 2, VISUALISIERUNG

$$(a, b) \mapsto \arctan(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \text{ for } c = 7$$



VIEL ERFOLG FÜR DEN STUDIENSTART!

