Universität Duisburg-Essen
Fakultät für Mathematik

Kursmaterial

begleitend zu Vorlesung und Übung

Merkblatt zur Einführung in die Hochschulmathematik

von Montag, 28. September 2020
bis Freitag, 23. Oktober 2020

„Campus Krampen“ (Gruppe 2)
täglich von 10:00 Uhr bis 11:30 Uhr

Kursleitung:
Dipl.-Math. Frank Osterbrink

Übung:
Jonathan Busse

INHALTS... **Seite**

Kapitel 1 Mengenlehre • Aussagenlogik • Rechenregeln

Seite **...VERZEICHNIS**

Liebe angehende Studierende, ich hoffe ihr könnt mit dem Merkblatt etwas anfangen!
viel Glück in der Vorlesung ☺

Notation 1 (Mengen)**.** Seien A, B zwei Mengen, a, b Elemente aus A respektive B und $\mathfrak{A}(a)$ eine Aussage [1.1-1]
die für a gilt, dann schreiben wir [1.2-2]

(i) $A \subseteq B$: A ist eine Teilmenge von B

(ii) $A \supseteq B$: A ist eine Obermenge von B

(iii) $A = B$: A ist gleich B

(iv) $A := B$: A ist definiert als B

(v) $a \in A$: a ist ein Element von A

(vi) $A \cup B$: Vereinigung von A und B

(vii) $A \cap B$: Durchschnitt von A und B

(viii) $A \setminus B$: Differenz von A und B, auch $\overline{B}, B^C$ (das heißt A „ohne“ B)

(ix) $A \times B$: Kartesisches Produkt von A und B.

Wir schreiben $B := \{a \in A : \mathfrak{A}(a)\}$ für die Menge aller a für die $\mathfrak{A}(a)$ (gilt) und erhalten das karthesische Produkt mit $A \times B := \{(a, b) : a \in A,\ b \in B\}$.

AUFGEPASST! *die leere Menge $\emptyset := \{\}$ kann selbst ein Element einer Menge sein, also ist $\emptyset \neq \{\emptyset\}$.*

Bemerkung 2 (Zahlenmengen)**.** [1.1-1]

$\{1, 2, 3, 42\} \subseteq \mathbb{N}$ $\{-1, -2, -42, 27\} \subseteq \mathbb{Z}$ $\{-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, -\frac{42}{27}\} \subseteq \mathbb{Q}$ $\{\pi, -\sqrt{2}, \sqrt[3]{9}\} \subseteq \mathbb{R}$ $e \times 2 \cdot i \in \mathbb{C}$

AUFGEPASST! *wir schreiben $\mathbb{N}_0$ für $\mathbb{N} \cup \{0\}$, $\mathbb{Z}_{\geq m}$ für $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq m\}$ wobei $m \in \mathbb{Z}$ und $\mathbb{R}_+$ für die positiven reellen Zahlen.*

Notation 3 (Quantoren und Junktoren)**.** Seien $\mathfrak{A}(a)$, $\mathfrak{A}(b)$ Aussagen die für a respektive b gelten, dann [1.2-1]
benutzen wir die Quantoren

(i) $\exists a\, \mathfrak{A}(a)$: es existiert (mindestens) ein a sodas $\mathfrak{A}(a)$

(ii) $\exists! a\, \mathfrak{A}(a)$: es existiert genau ein a sodas $\mathfrak{A}(a)$

(iii) $\forall a\, \mathfrak{A}(a)$: für alle a (gilt) $\mathfrak{A}(a)$

und die Junktoren

(i) $\mathfrak{A}(a) \wedge \mathfrak{A}(b)$: $\mathfrak{A}(a)$ und $\mathfrak{A}(b)$

(ii) $\mathfrak{A}(a) \vee \mathfrak{A}(b)$: $\mathfrak{A}(a)$ oder $\mathfrak{A}(b)$

(iii) $\neg \mathfrak{A}(a)$: nicht $\mathfrak{A}(a)$

(iv) $\mathfrak{A}(a) \Rightarrow \mathfrak{A}(b)$: aus $\mathfrak{A}(a)$ folgt $\mathfrak{A}(b)$

(v) $\mathfrak{A}(a) \Leftarrow \mathfrak{A}(b)$: $\mathfrak{A}(a)$ folgt aus $\mathfrak{A}(b)$

(vi) $\mathfrak{A}(a) \Leftrightarrow \mathfrak{A}(b)$: $\mathfrak{A}(a)$ genau dann, wenn $\mathfrak{A}(b)$.

AUFGEPASST! *bei „$\vee$“ handelt es sich um ein einschließendes oder, das heißt, $\mathfrak{A}(a) \wedge \mathfrak{A}(b) \Rightarrow \mathfrak{A}(a) \vee \mathfrak{A}(b)$.*

Rechenregel 4 (Brüche und Potenzen)**.** Seien $a, b \in \mathbb{R}$ und $c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, dann gilt [2.1-1] [2.1-2] [2.2-1] usw.

(i) $\frac{-a}{c} = -\frac{a}{c} = \frac{a}{-c}$ (iii) $a^{-\frac{b}{c}} = \frac{1}{\sqrt[c]{a^b}}$ (v) $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{c \cdot d}$ (vii) $\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{a \cdot b}{c \cdot d}$

(ii) $\frac{a \cdot b}{c \cdot b} = \frac{a}{c}$ (iv) $\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$ (vi) $\frac{a}{c} - \frac{b}{d} = \frac{a \cdot d - c \cdot b}{c \cdot d}$ (viii) $\frac{a}{c} : \frac{b}{d} = \frac{a \cdot d}{c \cdot b}$.

Weiterhin gelten für $a, b, c \in \mathbb{R}$ die Potenzgesetze

(ix) $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$ (x) $a^c \cdot b^c = (a \cdot b)^c$ (xi) $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$ (xii) $\frac{a^b}{d^b} = (\frac{a}{d})^b$.

AUFGEPASST! *es gilt $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ aber $\frac{a}{b+c} \neq \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$ (wobei $c \neq 0$ und $b \neq -c$).*

Rechenregel 5 (Quadratische Gleichungen)**.** Wir betrachten die Unbekannte x und die Koeffizienten a, b, c [3.1-2]
auf den reellen Zahlen, dann gilt [3.2-2]

(i) $a = 1$: $a \cdot x^2 + bx + c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{(\frac{b}{2})^2 - c} \quad \wedge \quad (\frac{b}{2})^2 - c) \geq 0$

(ii) $a \neq 0$: $a \cdot x^2 + bx + c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \quad \wedge \quad b^2 - 4 \cdot a \cdot c \geq 0$