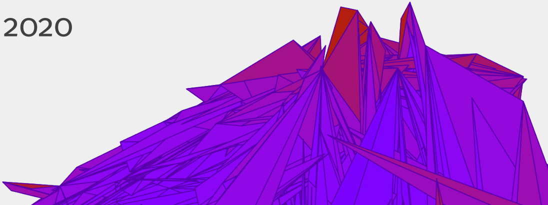
Vorkurs Einführung in die Hochschulmathematik:

Mengenlehre

Jonathan Busse

Universität Duisburg Essen
github.com/JoKaBus/VEH2020

Sitzung vom 19. Oktober 2020



Organisatorisches

Organisatorisches

Zeitplanung

10:00	Begrüßung
10:05	Break-Out-Session
	Übung 7.1-2
10:50	Kaffepause
11:00	Vorrechnen
11:20	Zusammenfassung und Schluss

Begrüssung

Liebe Studierende,

Begrüssung

Liebe Studierende,

ich sitze gerade im IC und habe möglicherweise kein Internet.

Begrüssung

Liebe Studierende,

ich sitze gerade im IC und habe möglicherweise kein Internet.

Für diesen Fall habe ich die Standartaufgabe zu linearen Gleichungssystemen 7.1-2 herausgesucht und eine Musterlösung erstellt.

Liebe Studierende,

ich sitze gerade im IC und habe möglicherweise kein Internet.

Für diesen Fall habe ich die Standartaufgabe zu linearen Gleichungssystemen 7.1-2 herausgesucht und eine Musterlösung erstellt.

In jedem Fall trete ich per mobildem Internet dem Raum bei und bin per Text erreichbar.

Begrüssung

Liebe Studierende,

ich sitze gerade im IC und habe möglicherweise kein Internet.

Für diesen Fall habe ich die Standartaufgabe zu linearen Gleichungssystemen 7.1-2 herausgesucht und eine Musterlösung erstellt.

In jedem Fall trete ich per mobildem Internet dem Raum bei und bin per Text erreichbar.

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg mit der Aufgabe in den Break-up-Räumen und dem Vergleich der Ergebnisse nach der Kaffepause.

Übungsaufgabe

Übungsaufgabe

Vorrechnen

Übung 7.1 Aufgabe 2

Aufgabe 2:
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1 \ . \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

Vorgehen:

Übung 7.1 Aufgabe 2

Aufgabe 2:
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1 \, . \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

Vorgehen:

1. Schritt Gleichungssystem umformen

Übung 7.1 Aufgabe 2

Aufgabe 2:
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

Vorgehen:

1. Schritt Gleichungssystem umformen

2. Schritt Gleichungssystem umformen für spezielle Werte

Übung 7.1 Aufgabe 2

Aufgabe 2:
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1 \,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

Vorgehen:

1. Schritt Gleichungssystem umformen

2. Schritt Gleichungssystem umformen für spezielle Werte

3. Schritt Lösungsmenge bestimmen

Aufgabe 2:
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}.$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

1. Schritt: Gleichungssystem umformen

Aufgabe 2:
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}.$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

2. Schritt: Gleichungssystem umformen für spezielle Werte

Übung 7.1 Aufgabe 2

Aufgabe 2:
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1 \,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

3. Schritt: Lösungsmenge bestimmen

Übungsaufgabe

Musterlösung

1. Schritt: Gleichungssystem umformen

$$\begin{cases} -x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + (1-\lambda)x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$

1. Schritt: Gleichungssystem umformen

$$\begin{cases} -x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + (1-\lambda)x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 - \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2} \\ x_2 + \frac{1}{1+\lambda}x_3 = \frac{1}{1+\lambda} \end{cases}$$

1. Schritt: Gleichungssystem umformen

$$\begin{cases} -x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + (1-\lambda)x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 - \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2} \\ x_2 + \frac{1}{1+\lambda}x_3 = \frac{1}{1+\lambda} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2} \\ x_3 = \frac{1+\lambda}{3+\lambda} \end{cases}$$

1. Schritt: Gleichungssystem umformen

$$\begin{cases} -x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + (1-\lambda)x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 - \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2} \\ x_2 + \frac{1}{1+\lambda}x_3 = \frac{1}{1+\lambda} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2} \\ x_3 = \frac{1+\lambda}{3+\lambda} \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 - \lambda x_2 = -\frac{1+\lambda}{3+\lambda} \\ x_2 = \frac{2+\lambda}{3+\lambda} \\ x_3 = \frac{1}{1+\lambda} \end{cases}$$

1. Schritt: Gleichungssystem umformen

$$\begin{cases} -x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + (1-\lambda)x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 - \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2} \\ x_2 + \frac{1}{1+\lambda}x_3 = \frac{1}{1+\lambda} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2} \\ x_3 = \frac{1+\lambda}{3+\lambda} \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 - \lambda x_2 = -\frac{1+\lambda}{3+\lambda} \\ x_2 = \frac{2+\lambda}{3+\lambda} \\ x_3 = \frac{1}{1+\lambda} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} x_1 &= \frac{2-\lambda^2}{(3+\lambda)\lambda} \\ x_2 &= \frac{2+\lambda}{3+\lambda} \\ x_3 &= \frac{1}{1+\lambda} \end{aligned} \qquad \text{für } \lambda \neq -1, -3, 0$$

Aufgabe 2:
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\ . \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

2. Schritt: Gleichungssystem umformen für spezielle Werte

Sei $\lambda = 0$,

$$\begin{cases} -x_1 \qquad\quad - x_3 = 0 \\ \qquad\quad 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$

Übung 7.1 Aufgabe 2

Aufgabe 2:
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

2. Schritt: Gleichungssystem umformen für spezielle Werte

Sei $\lambda = 0$,

$$\begin{cases} -x_1 - x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 = -\frac{5}{4} \\ x_2 = \frac{3}{4} \\ x_3 = \frac{5}{4} \end{cases}$$

Aufgabe 2:
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

2. Schritt: Gleichungssystem umformen für spezielle Werte

Sei $\lambda = -1$,

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ \phantom{-x_1 - {}} 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$

Übung 7.1 Aufgabe 2

Aufgabe 2:
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

2. Schritt: Gleichungssystem umformen für spezielle Werte

Sei $\lambda = -1$,

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 = -\frac{11}{2} \\ x_2 = \frac{3}{2} \\ x_3 = -4 \end{cases}$$

Aufgabe 2:
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array} .$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

2. Schritt: Gleichungssystem umformen für spezielle Werte

Sei $\lambda = -3$,

$$\begin{cases} -x_1 - 3x_2 - \quad x_3 = 0 \\ \qquad\quad 2x_2 - \quad x_3 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$

Aufgabe 2:
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

2. Schritt: Gleichungssystem umformen für spezielle Werte

Sei $\lambda = -3$,

$$\begin{cases} -x_1 - 3x_2 - x_3 = 0 \\ \phantom{-x_1 - {}} 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 + 3x_2 + \phantom{\frac{1}{2}}x_3 = 0 \\ x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2} \\ \phantom{x_1 + 3x_2 - \frac{1}{2}x_3} 0 = 3 \end{cases}$$

Übung 7.1 Aufgabe 2

Aufgabe 2:
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

2. Schritt: Lösungsmenge aufstellen.

Übung 7.1 Aufgabe 2

Aufgabe 2:
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

2. Schritt: Lösungsmenge aufstellen.

Sei $\lambda \notin \{0, -1, 3\}$ dann löst $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2-\lambda^2}{(3+\lambda)\lambda} \\ \frac{2+\lambda}{3+\lambda} \\ \frac{1}{1+\lambda} \end{pmatrix}$ das Gleichungssystem eindeutig.

Übung 7.1 Aufgabe 2

Übung 7.1 Aufgabe 2

Sei $\lambda = 0$, dann löst $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{4} \\ \frac{3}{4} \\ \frac{5}{4} \end{pmatrix}$ das Gleichungssystem eindeutig.

Übung 7.1 Aufgabe 2

Sei $\lambda = 0$, dann löst $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{4} \\ \frac{3}{4} \\ \frac{5}{4} \end{pmatrix}$ das Gleichungssystem eindeutig.

Sei $\lambda = -1$, dann löst $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{11}{2} \\ \frac{3}{2} \\ -4 \end{pmatrix}$ das Gleichungssystem eindeutig.

Übung 7.1 Aufgabe 2

Sei $\lambda = 0$, dann löst $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{4} \\ \frac{3}{4} \\ \frac{5}{4} \end{pmatrix}$ das Gleichungssystem eindeutig.

Sei $\lambda = -1$, dann löst $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{11}{2} \\ \frac{3}{2} \\ -4 \end{pmatrix}$ das Gleichungssystem eindeutig.

Sei $\lambda = -3$, erhalten wir aus $0 = 3$ den Widerpsruch und somit keine Lösung.

Viel Erfolg für den **Studienstart**!