# Vorkurs Einführung in die Hochschulmathematik:

## Mengenlehre

Jonathan Busse

Universität Duisburg Essen
github.com/JoKaBus/VEH2020

Sitzung vom 22. Oktober 2020

# Organisatorisches

# Organisatorisches

## Zeitplanung

# Zeitplanung

**10:00** Begrüßung

*Kreativaufgabe: Raumverteilung Speed-Dating*

**10:15** Break-Out-Session

*Übung 8.1-1*

**11:00** Kaffepause

**11:10** Vergleich mit Musterlösung

# HAPPY BIRTHDAY

# Übungsaufgabe

# Übungsaufgabe

## Vorrechnen

# Kreativaufgabe

ca. 15 Studierende insgesamt

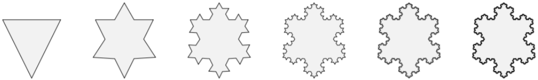
3-4 Studierende pro Raum

3 Durchläufe (a 15 min)

# Übung 5.1 Aufgabe 1

**Aufgabe 1:**

Gegeben sei ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge $a$ (Figur 1). Im ersten Schritt teilt man jede Seite in drei gleich lange Strecken und setzt auf das mittlere Drittel ein gleichseitiges Dreieck, dessen Seiten genauso lang sind, wie die Teilstrecken der Ausgangsseite (Figur 2). Nun wiederholt man dieses Vorgehen für die neuen Seiten. Die durch weitere Iterationen enstehende Figur (Figur 3,4, etc) bezeichnet man als *Kochsche-Schneeflocke*.



Figur 1 Figur 2 Figur 3 Figur 4 Figur 5 Figur 6

($a$) Bestimme in Abhängigkeit von $a$ eine Formel für ($i$) Umfang $U_n$ und ($ii$) Flächeninhalt $A_n$ der Schneeflocke nach $n$ Iterationen.

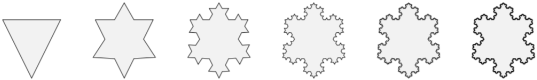
($b$) Was passiert mit $U_n$ bzw. $A_n$ für $n \longrightarrow \infty$? Was fällt dir auf?

a)

# Übung 5.1 Aufgabe 1

**Aufgabe 1:**

Gegeben sei ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge $a$ (Figur 1). Im ersten Schritt teilt man jede Seite in drei gleich lange Strecken und setzt auf das mittlere Drittel ein gleichseitiges Dreieck, dessen Seiten genauso lang sind, wie die Teilstrecken der Ausgangsseite (Figur 2). Nun wiederholt man dieses Vorgehen für die neuen Seiten. Die durch weitere Iterationen enstehende Figur (Figur 3,4, etc) bezeichnet man als *Kochsche-Schneeflocke*.



Figur 1 Figur 2 Figur 3 Figur 4 Figur 5 Figur 6

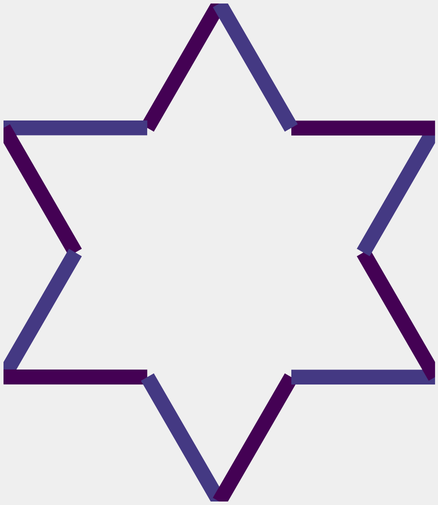
($a$) Bestimme in Abhängigkeit von $a$ eine Formel für ($i$) Umfang $U_n$ und ($ii$) Flächeninhalt $A_n$ der Schneeflocke nach $n$ Iterationen.

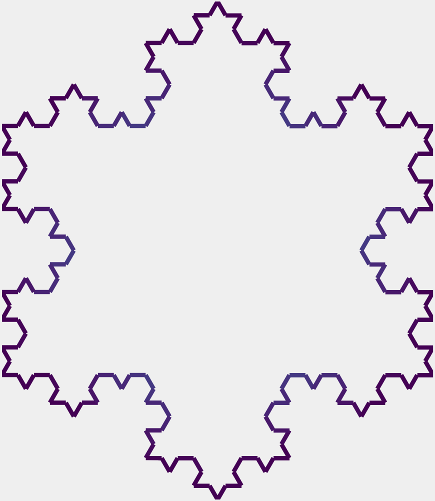
($b$) Was passiert mit $U_n$ bzw. $A_n$ für $n \longrightarrow \infty$? Was fällt dir auf?

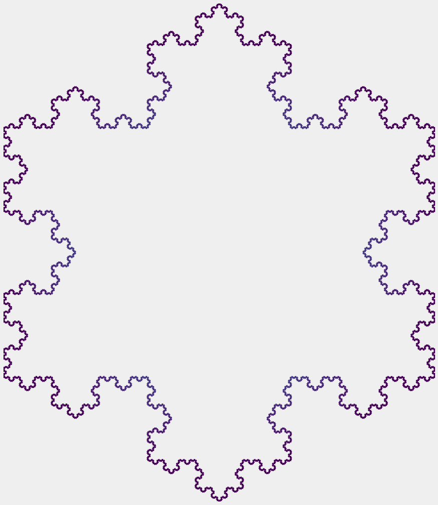
b)

# Übungsaufgabe

## Visualisierungen







# Übungsaufgabe

## Musterlösung

# Übung 5.1 Aufgabe 1

# Übung 5.1 Aufgabe 1

Sei
$\mathrm{Umfang}_n = \mathrm{AnzahlderGeradenstuecke}_n \times \mathrm{LaengederGeradenstcke}_n$
der Umfang der Kochschneeflocke nach $n$-Iterationen.

# Übung 5.1 Aufgabe 1

Sei
$\mathrm{Umfang}_n = \mathrm{AnzahlderGeradenstuecke}_n \times \mathrm{LaengederGeradenstcke}_n$
der Umfang der Kochschneeflocke nach $n$-Iterationen.
Dann erhalten wir
$\mathrm{Umfang}_{n+1} = \mathrm{Umfang}_n + \mathrm{Umfang}_n \times \frac{1}{3} = \mathrm{Umfang}_n \times \frac{4}{3}$ in der $n+1$-ten Iteration (da pro Geradenstück $\frac{1}{3}$ hinzukommt).

# Übung 5.1 Aufgabe 1

Sei
$\text{Umfang}_n = \text{AnzahlderGeradenstuecke}_n \times \text{LaengederGeradenstcke}_n$
der Umfang der Kochschneeflocke nach $n$-Iterationen.
Dann erhalten wir
$\text{Umfang}_{n+1} = \text{Umfang}_n + \text{Umfang}_n \times \frac{1}{3} = \text{Umfang}_n \times \frac{4}{3}$ in der $n+1$-ten Iteration (da pro Geradenstück $\frac{1}{3}$ hinzukommt). Starten wir mit Umfang 1, erhalten wir den Umfang $\frac{4}{3}^n$ nach $n$ Iterationen.

# Übung 5.1 Aufgabe 1

Sei
$\mathrm{Umfang}_n = \mathrm{AnzahlderGeradenstuecke}_n \times \mathrm{LaengederGeradenstcke}_n$
der Umfang der Kochschneeflocke nach $n$-Iterationen.
Dann erhalten wir
$\mathrm{Umfang}_{n+1} = \mathrm{Umfang}_n + \mathrm{Umfang}_n \times \frac{1}{3} = \mathrm{Umfang}_n \times \frac{4}{3}$ in der $n+1$-ten Iteration (da pro Geradenstück $\frac{1}{3}$ hinzukommt). Starten wir mit Umfang 1, erhalten wir den Umfang $\frac{4}{3}^n$ nach $n$ Iterationen.

Starten wir mit dem Flächeninhalt des oberen Dreiecks in Figur zwei (der Form _/_) kommen jede Iteration $\frac{4}{9}$ des Flächeninhalts dazu.

Sei
$\mathrm{Umfang}_n = \mathrm{AnzahlderGeradenstuecke}_n \times \mathrm{LaengederGeradenstcke}_n$
der Umfang der Kochschneeflocke nach $n$-Iterationen.
Dann erhalten wir
$\mathrm{Umfang}_{n+1} = \mathrm{Umfang}_n + \mathrm{Umfang}_n \times \frac{1}{3} = \mathrm{Umfang}_n \times \frac{4}{3}$ in der $n+1$-ten Iteration (da pro Geradenstück $\frac{1}{3}$ hinzukommt). Starten wir mit Umfang 1, erhalten wir den Umfang $\frac{4}{3}^n$ nach $n$ Iterationen.

Starten wir mit dem Flächeninhalt des oberen Dreiecks in Figur zwei (der Form _/_) kommen jede Iteration $\frac{4}{9}$ des Flächeninhalts dazu. Damit erhalten wir mit der geometrischen Summe (googlen oder auf meinem Merkblatt) $\sum_{n=0}^{m} (\frac{4}{9})^n \longrightarrow^{m\to\infty} \frac{9}{5}$.

Sei
$\mathrm{Umfang}_n = \mathrm{AnzahlderGeradenstuecke}_n \times \mathrm{LaengederGeradenstcke}_n$
der Umfang der Kochschneeflocke nach $n$-Iterationen.
Dann erhalten wir
$\mathrm{Umfang}_{n+1} = \mathrm{Umfang}_n + \mathrm{Umfang}_n \times \frac{1}{3} = \mathrm{Umfang}_n \times \frac{4}{3}$ in der $n+1$-ten Iteration (da pro Geradenstück $\frac{1}{3}$ hinzukommt). Starten wir mit Umfang 1, erhalten wir den Umfang $\frac{4}{3}^n$ nach $n$ Iterationen.

Starten wir mit dem Flächeninhalt des oberen Dreiecks in Figur zwei (der Form _/_) kommen jede Iteration $\frac{4}{9}$ des Flächeninhalts dazu. Damit erhalten wir mit der geometrischen Summe (googlen oder auf meinem Merkblatt) $\sum_{n=0}^{m}(\frac{4}{9})^n \longrightarrow^{m\to\infty} \frac{9}{5}$.

Das obere Dreieck entspricht einem neuntel des Flächeninhalts der ganzen Figur und im zweiten Schritt gibt es drei solcher Seiten.

# Übung 5.1 Aufgabe 1

Sei
$\mathrm{Umfang}_n = \mathrm{AnzahlderGeradenstuecke}_n \times \mathrm{LaengederGeradenstcke}_n$
der Umfang der Kochschneeflocke nach $n$-Iterationen.
Dann erhalten wir
$\mathrm{Umfang}_{n+1} = \mathrm{Umfang}_n + \mathrm{Umfang}_n \times \frac{1}{3} = \mathrm{Umfang}_n \times \frac{4}{3}$ in der $n+1$-ten Iteration (da pro Geradenstück $\frac{1}{3}$ hinzukommt). Starten wir mit Umfang 1, erhalten wir den Umfang $\frac{4}{3}^n$ nach $n$ Iterationen.

Starten wir mit dem Flächeninhalt des oberen Dreiecks in Figur zwei (der Form _/_) kommen jede Iteration $\frac{4}{9}$ des Flächeninhalts dazu. Damit erhalten wir mit der geometrischen Summe (googlen oder auf meinem Merkblatt) $\sum_{n=0}^{m} (\frac{4}{9})^n \longrightarrow^{m\to\infty} \frac{9}{5}$.

Das obere Dreieck entspricht einem neuntel des Flächeninhalts der ganzen Figur und im zweiten Schritt gibt es drei solcher Seiten. Zusammen erhalten wir $1 + 3\frac{1}{9}\frac{9}{5} = \frac{8}{5}$.

# Viel Erfolg für den **Studienstart**!