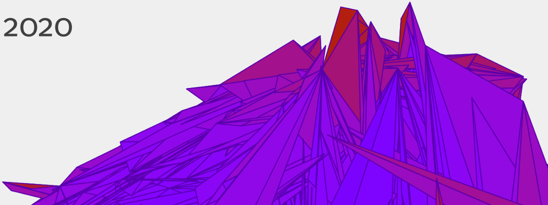
# Vorkurs Einführung in die Hochschulmathematik:

## Mengenlehre

Jonathan Busse

Universität Duisburg Essen
github.com/JoKaBus/VEH2020

Sitzung vom 19. Oktober 2020



# Organisatorisches

# Organisatorisches

## Zeitplanung

# Zeitplanung

| | |
|---|---|
| **10:00** | Begrüßung |
| **10:05** | Break-Out-Session |
| | *Übung 7.1-2* |
| **10:50** | Kaffepause |
| **11:00** | Vorrechnen |
| **11:20** | Zusammenfassung und Schluss |

# Begrüßung

Liebe Studierende,

# Begrüßung

Liebe Studierende,

ich sitze gerade im IC und habe möglicherweise kein Internet.

# Begrüssung

Liebe Studierende,

ich sitze gerade im IC und habe möglicherweise kein Internet.

Für diesen Fall habe ich die Standartaufgabe zu linearen Gleichungssystemen 7.1-2 herausgesucht und eine Musterlösung erstellt.

# Begrüssung

Liebe Studierende,

ich sitze gerade im IC und habe möglicherweise kein Internet.

Für diesen Fall habe ich die Standartaufgabe zu linearen Gleichungssystemen 7.1-2 herausgesucht und eine Musterlösung erstellt.

In jedem Fall trete ich per mobildem Internet dem Raum bei und bin per Text erreichbar.

# Begrüssung

Liebe Studierende,

ich sitze gerade im IC und habe möglicherweise kein Internet.

Für diesen Fall habe ich die Standartaufgabe zu linearen Gleichungssystemen 7.1-2 herausgesucht und eine Musterlösung erstellt.

In jedem Fall trete ich per mobildem Internet dem Raum bei und bin per Text erreichbar.

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg mit der Aufgabe in den Break-up-Räumen und dem Vergleich der Ergebnisse nach der Kaffepause.

# Übungsaufgabe

# Übungsaufgabe

## Vorrechnen

**Aufgabe 2:**
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

Vorgehen:

# Übung 7.1 Aufgabe 2

**Aufgabe 2:**
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1 \; . \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

Vorgehen:

**1. Schritt** Gleichungssystem umformen

# Übung 7.1 Aufgabe 2

**Aufgabe 2:**
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}.$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

Vorgehen:

1. **Schritt** Gleichungssystem umformen
2. **Schritt** Gleichungssystem umformen für spezielle Werte

# Übung 7.1 Aufgabe 2

**Aufgabe 2:**
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\;. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

Vorgehen:

1. **Schritt** Gleichungssystem umformen
2. **Schritt** Gleichungssystem umformen für spezielle Werte
3. **Schritt** Lösungsmenge bestimmen

**Aufgabe 2:**
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

1. Schritt: Gleichungssystem umformen

# Übung 7.1 Aufgabe 2

**Aufgabe 2:**
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

2. Schritt: Gleichungssystem umformen für spezielle Werte

# Übung 7.1 Aufgabe 2

**Aufgabe 2:**
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\;. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

3. Schritt: Lösungsmenge bestimmen

# Übungsaufgabe

## Musterlösung

# Übung 7.1 Aufgabe 2

1. Schritt: Gleichungssystem umformen

$$\begin{cases} -x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + (1-\lambda)x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$

1. Schritt: Gleichungssystem umformen

$$\begin{cases} -x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + (1-\lambda)x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 - \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2} \\ x_2 + \frac{1}{1+\lambda}x_3 = \frac{2}{1+\lambda} \end{cases}$$

1. Schritt: Gleichungssystem umformen

$$\begin{cases} -x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + (1-\lambda)x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 - \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2} \\ x_2 + \frac{1}{1+\lambda}x_3 = \frac{2}{1+\lambda} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2} \\ x_3 = \frac{3-\lambda}{3+\lambda} \end{cases}$$

1. Schritt: Gleichungssystem umformen

$$\begin{cases} -x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + (1-\lambda)x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 - \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2} \\ x_2 + \frac{1}{1+\lambda}x_3 = \frac{2}{1+\lambda} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2} \\ x_3 = \frac{3-\lambda}{3+\lambda} \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 - \lambda x_2 = \frac{\lambda-3}{3+\lambda} \\ x_2 = \frac{3}{3+\lambda} \\ x_3 = \frac{3-\lambda}{3+\lambda} \end{cases}$$

1. Schritt: Gleichungssystem umformen

$$\begin{cases} -x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + (1-\lambda)x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 - \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2} \\ x_2 + \frac{1}{1+\lambda}x_3 = \frac{2}{1+\lambda} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2} \\ x_3 = \frac{3-\lambda}{3+\lambda} \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 - \lambda x_2 = \frac{\lambda-3}{3+\lambda} \\ x_2 = \frac{3}{3+\lambda} \\ x_3 = \frac{3-\lambda}{3+\lambda} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} x_1 &= \frac{4\lambda-3}{3+\lambda} \\ x_2 &= \frac{3}{3+\lambda} \\ x_3 &= \frac{3-\lambda}{3+\lambda} \end{aligned} \qquad \text{für } \lambda \neq -1, -3, 0$$

# Übung 7.1 Aufgabe 2

**Aufgabe 2:**
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1 \; . \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

2. Schritt: Gleichungssystem umformen für spezielle Werte

Sei $\lambda = -3$,

# Übung 7.1 Aufgabe 2

**Aufgabe 2:**
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

2. Schritt: Gleichungssystem umformen für spezielle Werte

Sei $\lambda = -3$,

$$\begin{cases} -x_1 - 3x_2 - \phantom{3}x_3 = 0 \\ \phantom{-x_1 - 3}2x_2 - \phantom{3}x_3 = 1 \\ \phantom{-}2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$

**Aufgabe 2:**
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

2. Schritt: Gleichungssystem umformen für spezielle Werte

Sei $\lambda = -3$,

$$\begin{cases} -x_1 - 3x_2 - \ x_3 = 0 \\ \qquad\quad 2x_2 - \ x_3 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 + 3x_2 + \ x_3 & = 0 \\ \qquad\quad x_2 - \frac{1}{2}x_3 & = \frac{1}{2} \\ \qquad\qquad\qquad 0 & = 3 \end{cases}$$

**Aufgabe 2:**
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

3. Schritt: Lösungsmenge aufstellen.

**Aufgabe 2:**
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

3. Schritt: Lösungsmenge aufstellen.

Sei $\lambda \notin \{0, -1, 3\}$ dann löst $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4\lambda-3}{3+\lambda} \\ x_2 = \frac{3}{3+\lambda} \\ x_3 = \frac{3-\lambda}{3+\lambda} \end{pmatrix}$ das System.

# Übung 7.1 Aufgabe 2

**Aufgabe 2:**
Bestimme in Abhängigkeit von $\lambda \in \mathbb{R}$ die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \lambda x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\,. \\ 2x_1 & + & (1-\lambda)x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \end{array}$$

und berechnen Sie (sofern sie existiert) die Lösungsmenge.

3. Schritt: Lösungsmenge aufstellen.

Sei $\lambda \notin \{0, -1, 3\}$ dann löst $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4\lambda-3}{3+\lambda} \\ x_2 = \frac{3}{3+\lambda} \\ x_3 = \frac{3-\lambda}{3+\lambda} \end{pmatrix}$ das System.

Sei $\lambda = -3$, erhalten wir aus $0 = 3$ den Widerpsruch und somit keine Lösung.

Viel Erfolg für den **Studienstart**!