Machine Learning ~ CNN

조상연

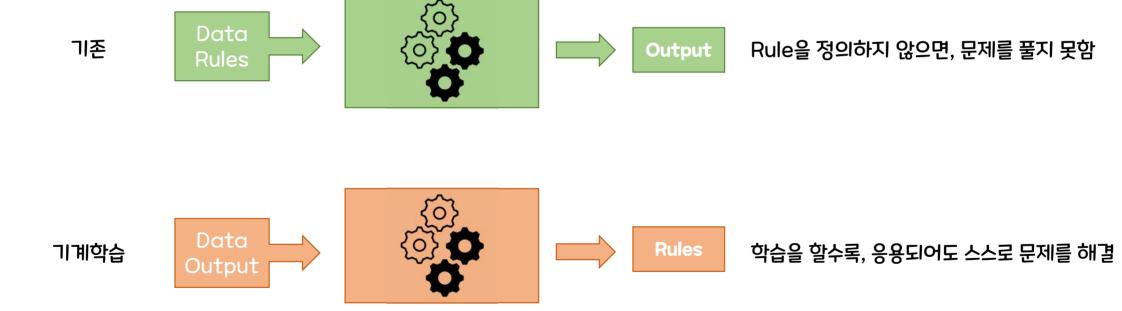
순서

- Machine Learning
 - Linear Regression
 - Multi-variable Linear Regression
 - Logistic Regression/Classification
 - Softmax Regression/Classifier
- Deep Learning
 - XOR
- Convolution Neural Network

Machine Learning(기계학습)

- 어떠한 자료(데이터)에서 스스로 "학습"해서 작동하는 것
 - 1. Supervised Learning
 - Label이 정해져 있는 데이터
 - Label을 보고 학습 -> Training Data sets
 - 종류
 - Predicting(예측)
 - Classification(분류)
 - 2. Unsupervised Learning
 - Label이 정해지지 않은 데이터
 - 데이터를 보고 학습을 함
 - 종류
 - 군집화
 - 차원축소

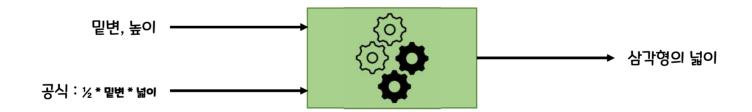
Machine Learning(기계학습)

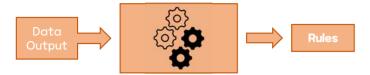




삼각형의 넓이 구하기

Data로 밑변과 높이 Rulu로는 삼각형 넓이를 구하는 공식이 들어가면, 삼각형의 넓이(Output)을 구할 수 있다.

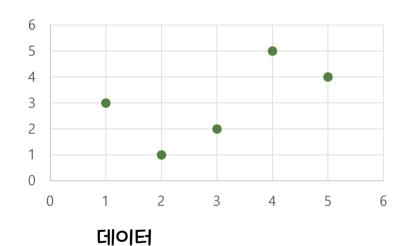




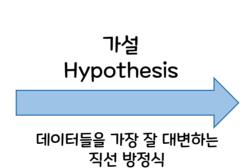
삼각형의 넓이 구하기

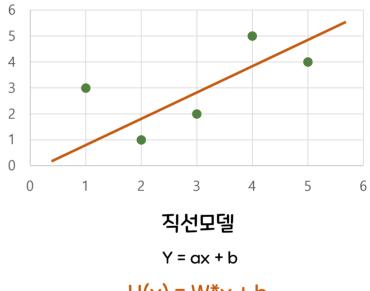
Data로 밑변과 높이 결과값인 삼각형의 넓이를 입력으로 넣어주면 모델은 Data와 Output사이에서 삼각형의 넓이를 구하는 공식을 스스로 학습하여 알아낸다.





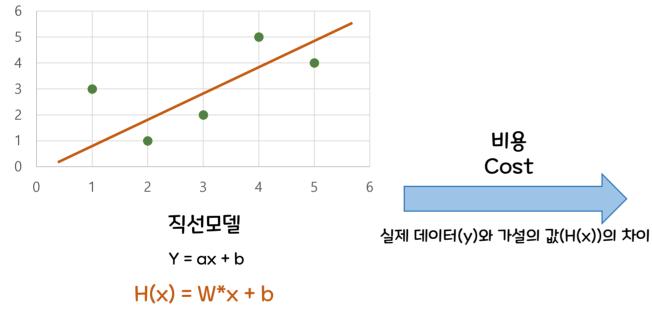
X	Y
1	3
2	1
3	2
4	5
5	4



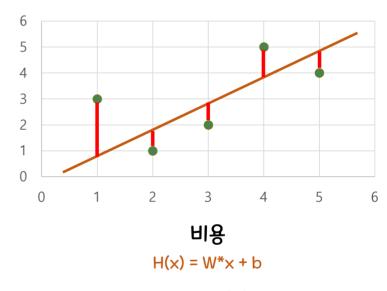


H(x) = W*x + b

기울기(W)와 y절편(b)에 따라 선의 모양이 결정된다.



기울기(W)와 y절편(b)에 따라 선의 모양이 결정된다.



Cost = H(x) - Y

Cost의 값이 음수가 될 수도 있기 때문에 제곱을 취한다. (=오차 제곱)

$$Cost = (H(x) - Y)^2$$



Cost의 값이 음수가 될 수도 있기 때문에 제곱을 취한다. (=오차 제곱)

$$Cost = (H(x) - Y)^2$$

비용 최소화 Minimize Cost Cost가 최소가 되는 W와 b값을 구한다. 평균 제곱 오차 (mean square error)

$$H(x) = W^*x + b$$

$$Cost = (H(x) - Y)^2$$

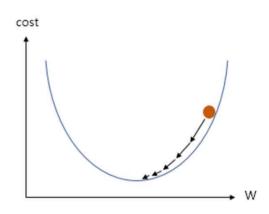
$$MSE(W,b) = \frac{1}{m} \left(\sum_{i=0}^{m} (H(x_i) - y_i)^2 \right)$$

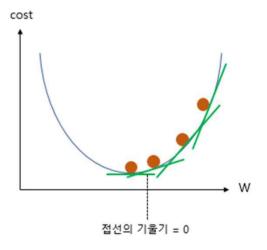
 $H(x) = W^*x + b$ $Cost = (H(x) - Y)^2$

MSE(W,b) = $\frac{1}{m} (\sum_{i=0}^{m} (H(x_i) - y_i)^2)$

경사하강법 Gradient Descent

Cost가 최소화 되는 W,b값을 찾는 알고리즘 Mse(W,b)함수를 미분하여 나타냈을때(=기울기), 그 값이 O되는 W와 b값을 찾는다.





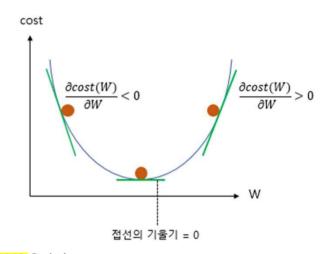
$$H(x) = W*x + b$$

$$Cost = (H(x) - Y)^2$$

MSE(W,b) =
$$\frac{1}{m} (\sum_{i=0}^{m} (H(x_i) - Y_i)^2)$$

경사하강법 Gradient Descent

Cost가 최소화 되는 W,b값을 찾는 알고리즘 Mse(W,b)함수를 **미분**하여 나타냈을때, 기울기가 O되는 W와 b값을 찾는다.



Cost가 최소가 되는 W와 b를 구하기 위해 W와 b를 업데이트하는 방법을 취한다. MSE함수를 미분하여 나타낸 <mark>접선의 기울기가 음수이거나 양수일때 O이 되게끔, α 값을 통해 적절하게 업데이트</mark>한다.

α = 학습률

Cost가 O이 되는 W와 b가 잘 찾아갈 수 있도록 결정하는 비율값 너무 높으면 O에 수렴하지 않고 발산하는 상황이 발생한다.

접선의 기울기 " $\frac{\Delta}{\Delta W}$ MSE(W,b)"가 음수이면 기존의 W에 양수 값($-\alpha \times$ 기존의 기울기 = 양수)을 더해 O으로 접근하게 하고 양수이면 기존의 W에 음수 값 ($-\alpha \times$ 기존의 기울기 = 음수) 을 더해 O으로 접근하게 한다.

$$W_{\text{new}} := W_{\text{old}} - \alpha \frac{\Delta}{\Delta W} MSE(W,b)$$

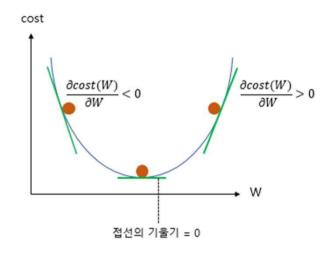
$$H(x) = W*x + b$$

$$Cost = (H(x) - Y)^2$$

MSE(W,b) =
$$\frac{1}{m} (\sum_{i=0}^{m} (H(x_i) - Y_i)^2)$$

경사하강법 Gradient Descent

Cost가 최소화 되는 W,b값을 찾는 알고리즘 Mse(W,b)함수를 **미분**하여 나타냈을때, 기울기가 O되는 W와 b값을 찾는다.





$$W_{\text{new}} := W_{\text{old}} - \alpha \frac{\Delta}{\Delta W} MSE(W,b)$$

$$b_{\text{new}} := b_{\text{old}} - \alpha \frac{\Delta}{\Delta b} MSE(W,b)$$

$$\Delta M$$
MSE(W,b) = $\frac{2}{m} \sum_{i=0}^{m} (H(x_i) - Y_i) x_i$

$$\Delta$$
 MSE(W,b) = $\frac{2}{m}\sum_{i=0}^{m}(H(x_i) - Y_i)$

• 경사하강법

- Cost함수를 최소화하는 알고리즘
- 추정을 통해 랜덤하게 Wi와 b를 결정
- Wi와 b를 지속적으로 갱신(Cost가 최소가 될 때 까지)
- Wi와 b를 아무 지점으로 결정하여도 최소점에 도달한다.
- 최소점으로 도달하게하는 논리는 미분을 통해 기울기를 구하여 O이되는 지점을 구한다.
 - 하지만 사실 최소가 되는 Wi와 b를 구하지 못할 수도 있다. = Local Minimum
 - 즉, Local Minimun이 Global Minimum인 Convex한 함수에서만 사용 가능하다.

- 가설 설정 H(x)
 - 데이터들을 가장 잘 표현하는 직선
 - H(x) = Wx + b
- 비용 정의 : cost
 - 실제 데이터값과 가설의 값의 차이
 - Cost = H(x) Y 에서
 - Cost = $(H(x) Y)^2$
- 비용 최소화 : Minimize Cost
 - 평균제곱오차(MSE) : $MSE(W,b) = \frac{1}{m} (\sum_{i=0}^{m} (H(x_i) y_i)^2)$
 - 이후 경사하강법을 이해 MSE(W,b)함수가 최소가 되는 W와 b 값을 결정

- X = Feature(input)
- Y = Label(output)
- Feature가 여러 개이면, Multi-variable(feature)

X: Features		Y : Label	
X 1	X ₂	Хз	Y
73	80	75	152
93	88	93	185
89	91	90	180
96	98	100	196
73	66	70	142

- X = Feature(input)
- Y = Label(output)
- Feature가 여러 개이면, Multi-variable(feature)
- Hypothesis = H(x)
 - H(x) = Wx + b
- Cost(W,b) = $\frac{1}{m} (\sum_{i=0}^{m} (H(x_i) Y_i)^2)$



- Hypothesis = H(x₁, x₂, x₃...)
 - $H(x) = W_1x_1 + W_2x_2 + W_3x_3 + b$
- Cost(W,b) = $\frac{1}{m} (\sum_{i=0}^{m} (H(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i} ...) y_i)^2)$

- Matrix (행렬)
 - 행렬의 곱셈 공식을 이용 (내적 = "dot product")

•
$$W_1x_1 + W_2x_2 + W_3x_3 + \dots + W_nx_n =$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_m \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ \dots \\ W_n \end{bmatrix}$$

- 복잡한 모양의 데이터(데이터의 개수 모양에 상관 x)에도 간략하게 표현이 가능
- 따라서 $H(x_1, x_2, x_3, \dots, x_m) = X_m \times W_n + b$

- 복잡한 모양의 데이터(데이터의 개수 모양에 상관 x)에도 간략하게 표현이 가능
- 따라서 $H(x_1, x_2, x_3, \dots, x_m) = X_m \times W_n + b$
- 다변수 회귀 또한 기존의 가설을 그대로 사용할 수 있기 때문에
- 큰 변경점 없이 회귀를 적용할 수 있다!

• W의 모양은 Feature와 Label의 모양에 따라 결정된다.

X 1	X 2	Хз	Y 1	Y ₂
73	80	75	152	76
93	88	93	185	92
89	91	90	180	89
96	98	100	196	96
73	66	70	142	69

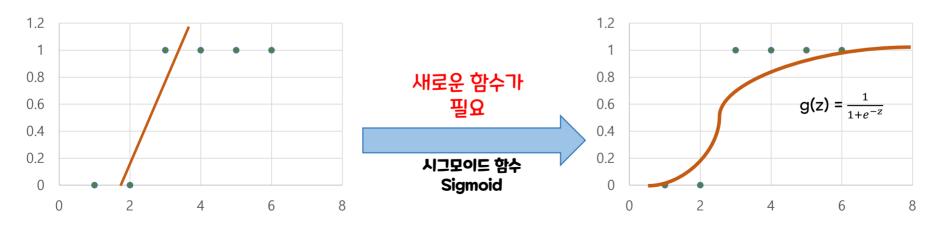
Features

Labels

•
$$[n, 3]$$
 · $[?, ?]$ = $[n, 2]$

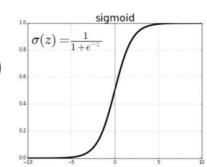
- Features의 열은 W의 행이되고
- Labels의 열은 W의 열이된다.

- 분류의 기초적인 알고리즘
- Logistic 회귀는 Y값(Label)이 "one hot" 데이터이다.
 - 연속된 데이터가 아니라 딱딱 끊어져서 표현된 데이터
 - Ex) [[1,0,0], [0,1,0], [0,0,1], [1,0,0], [0,1,0]]
- Label이 딱 정해지기 때문에 선형으로 표현하기에는 한계가 있다.
 - Y가 O과 1뿐인데 선형회귀의 경우 H(x)가 음과 양의 방향으로 무한하게 뻗어간다.



· 시그모이드 함수(Sigmoid)

- S자 곡선형 함수이다.
- 0~1사이의 값을 가진다.



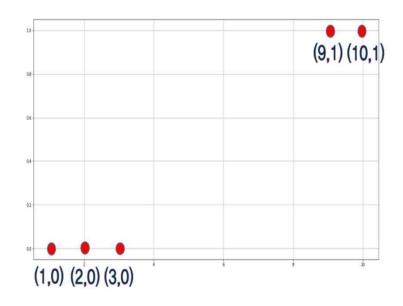
- 딥러닝에서는 활성화 함수(Activation Function)의 개념으로 사용됨
- 시그모이드 함수 외에도 사용되는 활성화 함수는 많음

Different Activation Functions and their Graphs

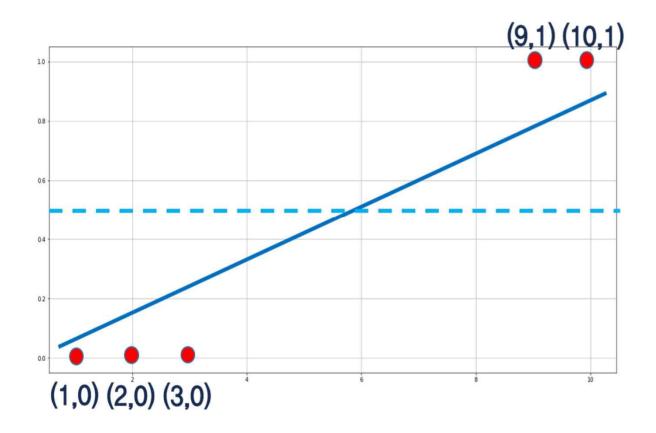
- 활성화 함수를 사용하는 이유
 - 선형적인 모델(가설)에 비선형(곡선)을 주기 위함이다.
 - 모델의 깊이가 깊어지는데, 단순한 선형회귀만 쌓는다면 모델은 단순한 구조가된다.
 - 즉 복잡한 구조의 모델을 설계하기 위해서 사용되는 기법이다.
- 머신러닝에서는 앞서 배운 선형회귀 가설에 활성화 함수를 씌워서 분류 문제를 해결한다.

로지스틱회귀분석

X 데이터	Y 데이터	
10	Pass (1)	
9	Pass (1)	
3	Fail (0)	
2	Fail (0)	
1	Fail (0)	
5	???	

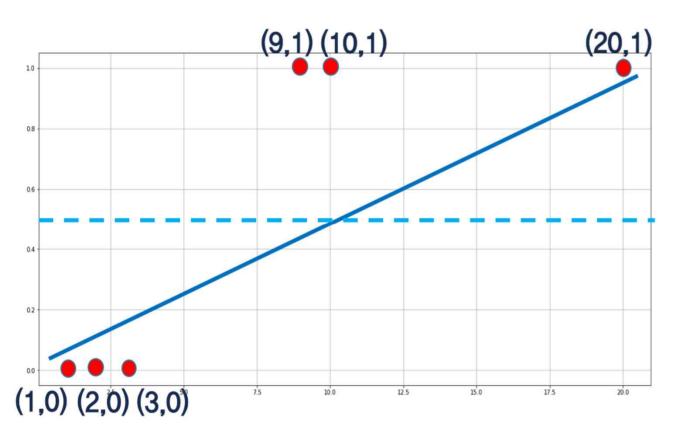


다음과 같은 데이터에 선형회귀를 적용한다고 가정한다면



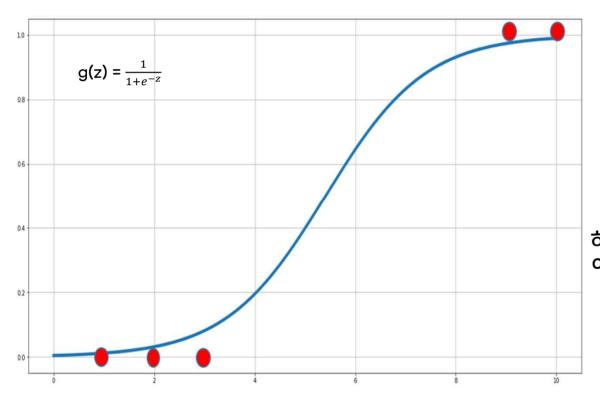
다음과 같은 데이터에 선형회귀를 적용한다고 가정한다면, 함수값이 ½가 되는 x=5를 기준으로 성공/실패를 구분할 것이다.

만약 여기에 새로운 데이터 (20,1)이 있다면,



다음과 같은 데이터에 선형회귀를 적용한다고 가정한다면, 함수값이 ½가 되는 x=5를 기준으로 성공/실패를 구분할 것이다.

만약 여기에 새로운 데이터 (20,1)이 있다면, 함수값이 ½가 되는 x=10이므로 문제가 발생한다. 즉, (9,1), (10,1)에서 분류를 실패하게 된다.



시그모이드 함수는 y=1,0이 점근선이고 치역은 (0,1)이다.

시그모이드를 왜 사용하는가? 선형회귀의 목표는 실수값 예측이기 때문에 Y = Wx+b를 이용해 예측한다. 하지만 로지스틱 회귀에서는 실수값이 아닌 O or 1의 값을 예측하기 때문에 y = Wx + b를 통한 예측은 의미가 없다.

따라서 Odds를 이용한다.

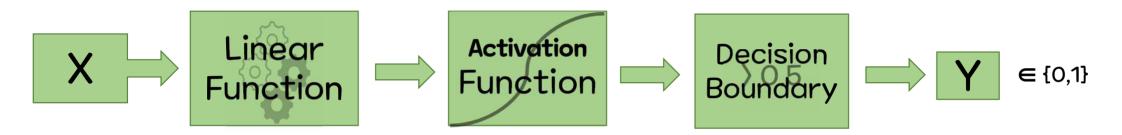
$$g(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

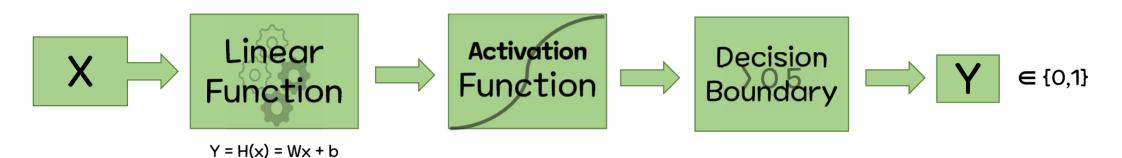
Odds(p) := $\frac{p}{1-p}$ 으로, 확률 p의 범위가 O~1이라면 Odds(p)함수의 범위는 O~ ∞ 이다. 이 Odds(p) 함수에 log를 취하면 범위는 - ∞ ~ + ∞ 이므로 실수전체이다.

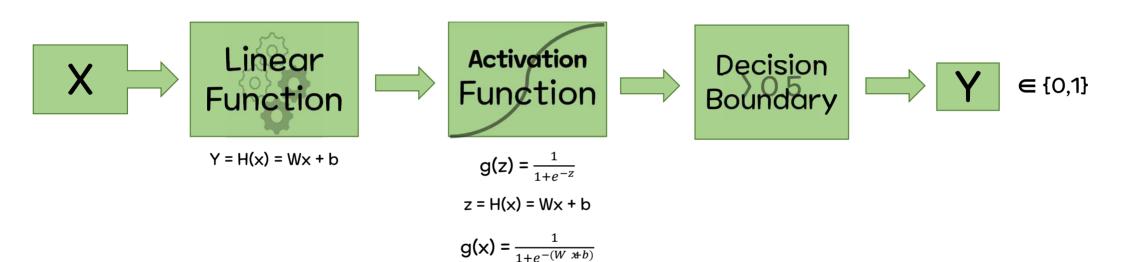
따라서 log(Odds(p))함수를 선형회귀하는 것이 의미가 있는데, Log(Odds(p)) = Wx + b

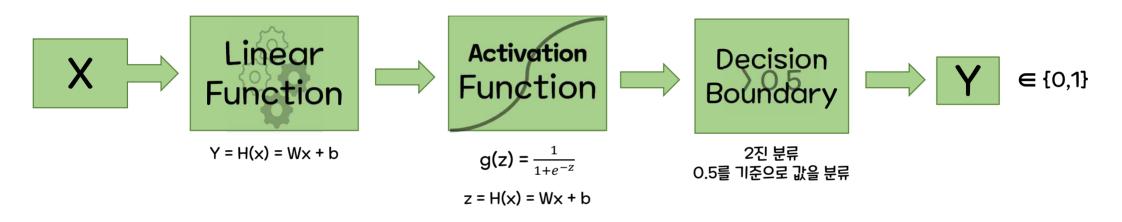
위 식을 p로 정리하면 $P(x) = \frac{1}{1 + e^{-(W + b)}}$ 이고 이는 시그모이드 함수이다.

즉, 데이터 x가 주어졌을때, O/1, 성공/실패를 예측하는 로지스틱 회귀는 시그모이드 함수의 W와 b를 찾는 문제이다.







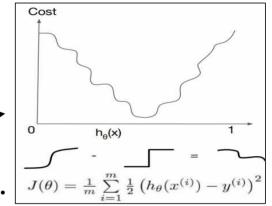


 $g(x) = \frac{1}{1 + e^{-(W \times b)}}$

- 그렇다면 Logistic 회귀의 가설함수를 설계했으니,,,
- 회귀분석을 할 수 있겠다!
- Hypothesis
 - Z = H(x) = Wx + b
 - G(z) = $\frac{1}{1+e^{-z}}$
- Cost
- Minimize Cost

Cost

- 선형회귀때 처럼, cost = g(z) Y으로 설계를 해야할까?
- Cost(W,b) = $\frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m} (H(x_i) Y_i)^2$
- Convex하지 못한 cost함수는 경사하강법을 적용할 수 없다.
- 따라서 새로운 cost함수를 정의해야한다.



$$\operatorname{Cost}(h_{\theta}(x),y) = \begin{cases} -\log(h_{\theta}(x)) & \text{if } y = 1 \\ -\log(1-h_{\theta}(x)) & \text{if } y = 0 \end{cases}$$

$$\operatorname{cost}(h_{\theta,}(x),y) = -\operatorname{ylog}(h_{\theta}(x)) - (1-\operatorname{y)log}(1-h_{\theta}(x))$$

Convex하게 정의가 됐다!

- Minimize Cost
 - 경사하강법을 이용해 Cost의 W와 b를 갱신한다.

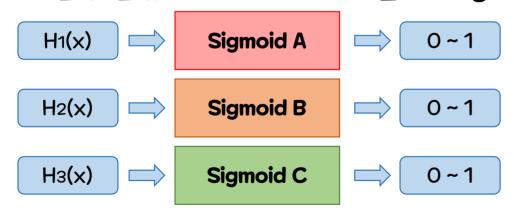
- Hypothesis
 - Z = H(x) = Wx + b
 - G(z) = $\frac{1}{1+e^{-z}}$
- Cost Function

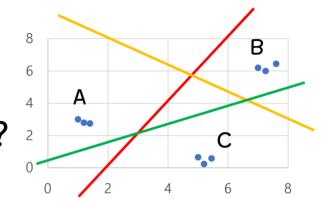
$$\begin{split} \operatorname{Cost}(h_{\theta}(x),y) &= \left\{ \begin{array}{c} -\log(h_{\theta}(x)) & \text{if } y = 1 \\ -\log(1-h_{\theta}(x)) & \text{if } y = 0 \end{array} \right. \\ \operatorname{cost}(h_{\theta_{\text{-}}}(\mathbf{x}),\mathbf{y}) &= -\operatorname{ylog}(\ h_{\theta}(\mathbf{x})\) - (1-\operatorname{y})\log(\ 1-\ h_{\theta}(\mathbf{x})\) \end{split}$$

- Minimize Cost
 - 경사하강법을 통한 Cost function의 W,b 갱신

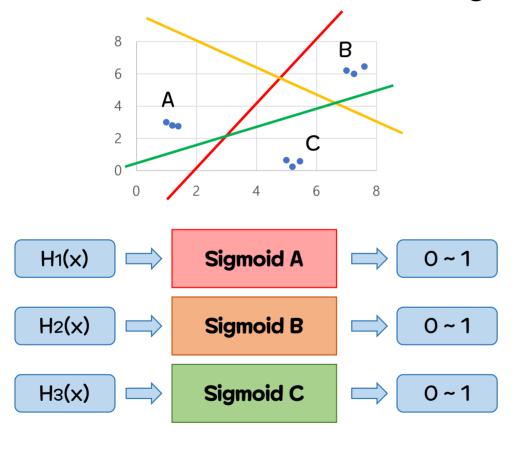
Softmax Regression/Classifier

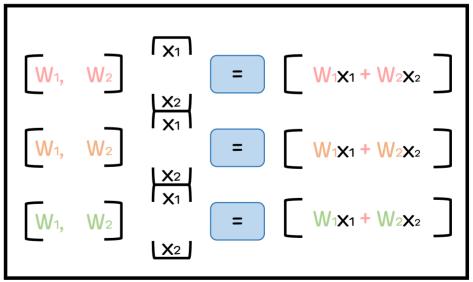
- Multinomial Classification(다중 분류)
- Y의 값이 A,B,C 3개이고, 2진분류를 통해 분류한다면?
 - A or not
 - B or not
 - C or not
- 다변수 분류도 Matrix로 해결이 가능하다.



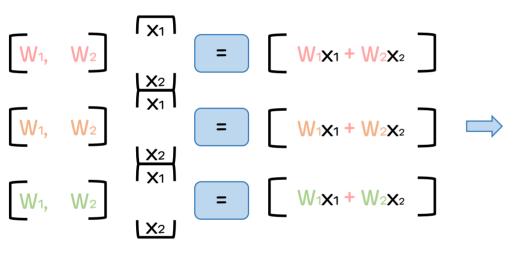


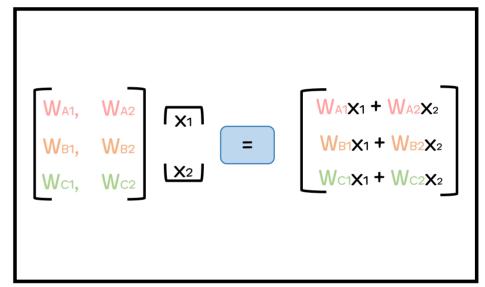
• 다변수 분류도 Matrix로 해결이 가능하다.





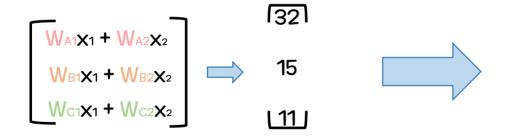
• 다변수 분류도 Matrix로 해결이 가능하다.



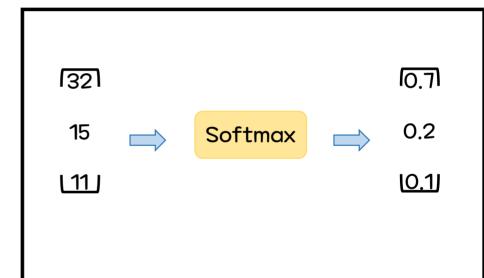


결국, H(x) = Wx + b₁ 처럼 표현이 가능하다.

- 활성화 함수로 Softmax함수를 사용한다.
- Softmax함수는 입력값을 받아
- O~1범위내로 압축한다.

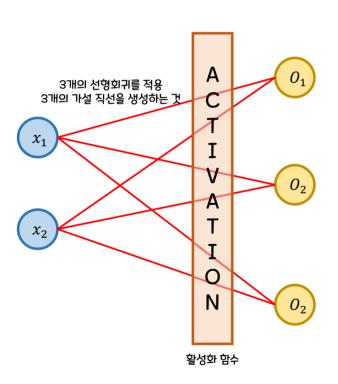


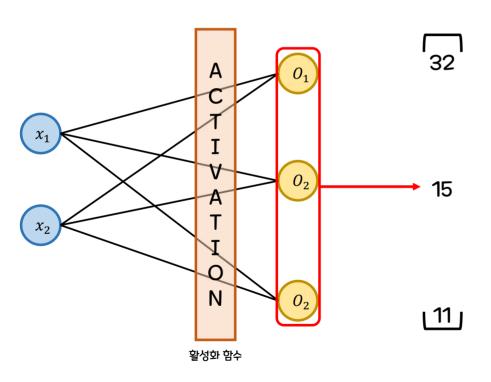
결국, H(x) = Wx + b₁ 처럼 표현이 가능하다.

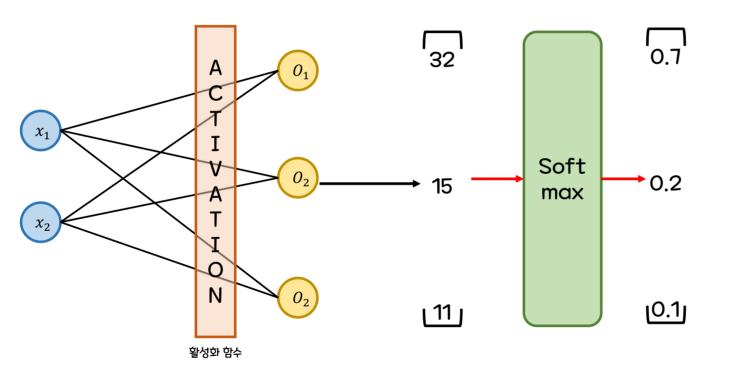


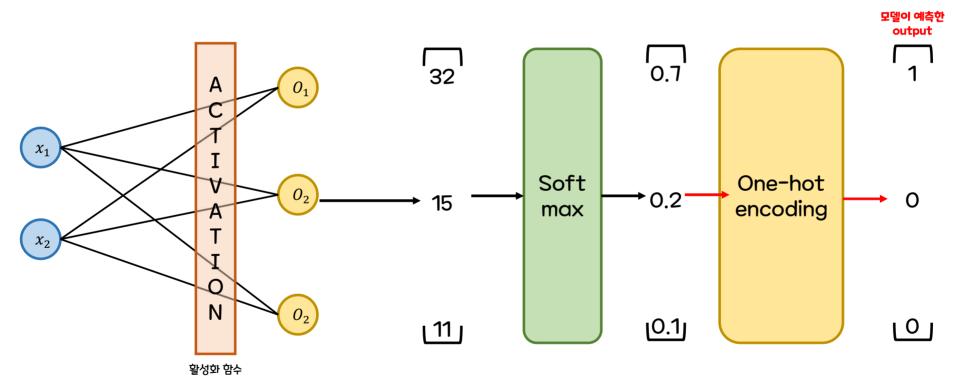
- O~1로 압축된 값들을 한번 더 가공을 한다.
- 대표적인 방법으로 one-hot encoding으로
- 가장 높은 값을 1로 나머지는 O으로 만드는 방법이다.

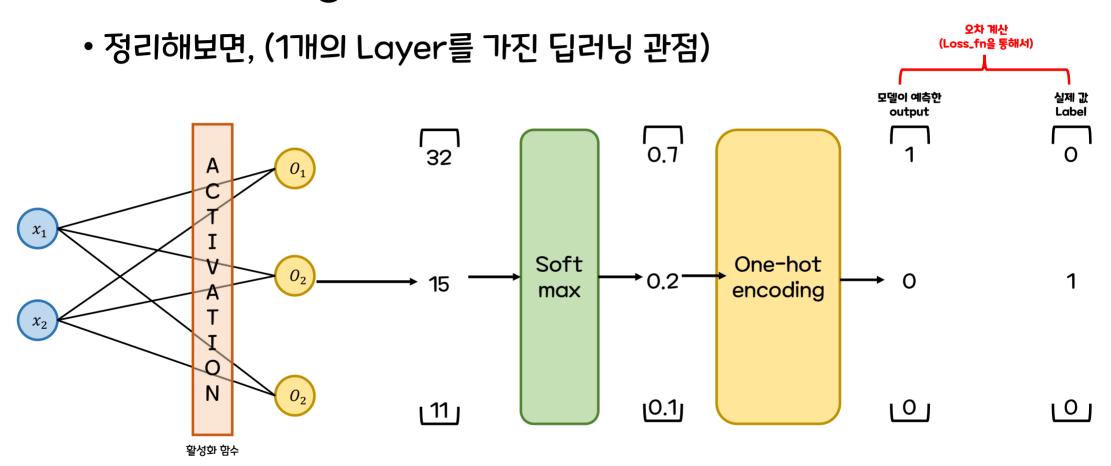








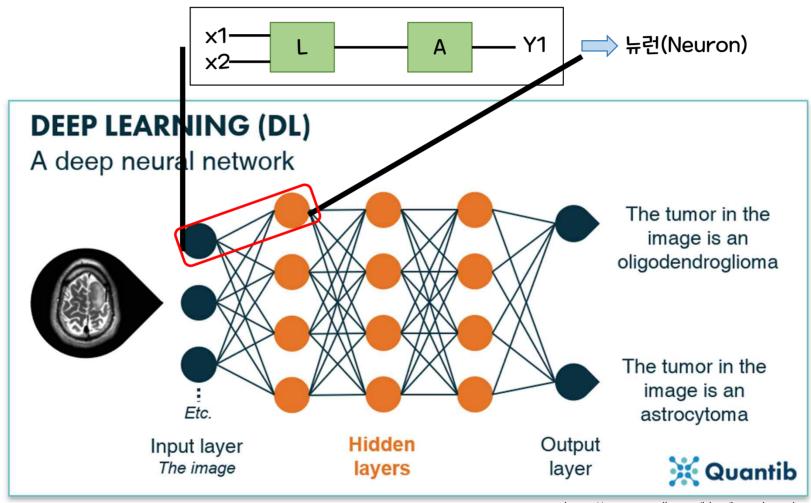




- 가설을 설계했으니, 다음은...
 - Softmax(H(x)) = Softmax(Wx+b)
- 다중 분류에서의 Cost 함수는??
 - Cross entropy
 - D(S,L) = $-\sum_{i=0}^{m} L_i \log(S_i)$
 - *L_i*:실제 Y 값
 - S_i:예측 값 = S(H(x))
 - 예측이 맞으면 cost함수는 0에 가까워지고, 틀리면 무한대로 수렴한다.
 - 즉, Convex function이므로 경사하강법을 적용할 수 있다.
- Logistic회귀의 Cost함수와, Softmax의 Cost함수는 같다는데…
 - 사실 이 부분은 이해하지 못했다.
 - 두 함수가 같은 이유는 두개의 예측 및 결과만 있기에 Logistic의 cost함수의 한쪽 부분이 이이되고 살아남은 부분이 Softmax의 그것과 같아진다.

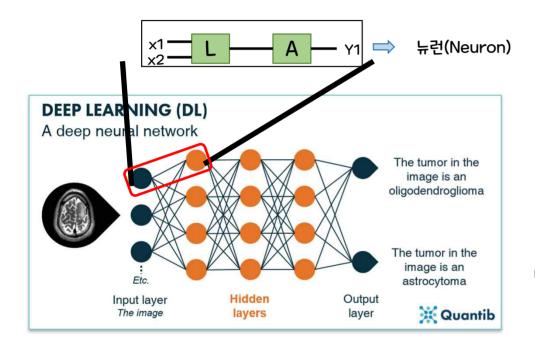
- Minimize Cost
 - Cost = $\frac{1}{N} \sum_{i}^{N} D(S_i, L_i)$
 - $S_i = S(H(x)) = S(Wx+b)$
 - 위 식을 이용해 경사하강법을 통해 cost를 최소화하는 W와 b 값을 찾는다.

Deep Learning



https://www.quantib.com/blog/how-does-deep-learning-work-in-radiology

Deep Learning

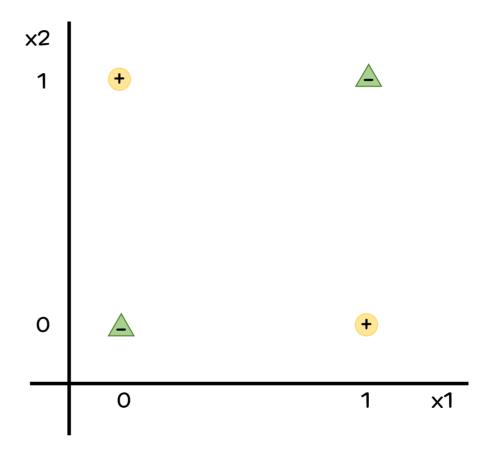


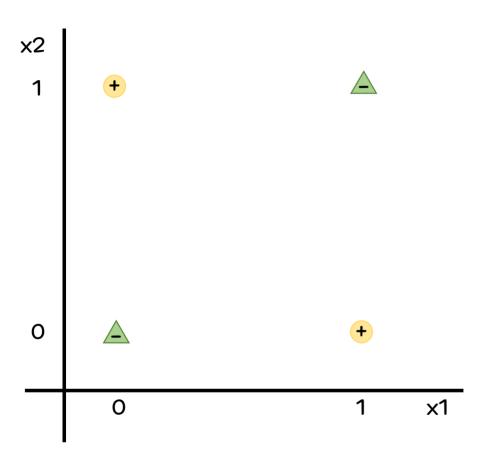
딥러닝은 연속된 층(Layer)에서 점진적으로 의미 있는 표현을 학습하는 새로운 방식이다.

데이터로부터 모델을 만드는데 얼마나 많은 층을 사용했는지가 그 모델의 깊이(depth)가 된다.

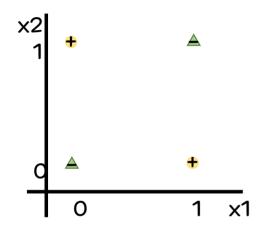
딥러닝에서는 층을 겹겹히 쌓아 올려 구성한 신경망(Neural network) 이라는 모델을 사용하여 표현 층을 학습한다.

XOR	X1	X2	Output
input	0	0	0
	0	1	1
	1	0	1
	1	1	0



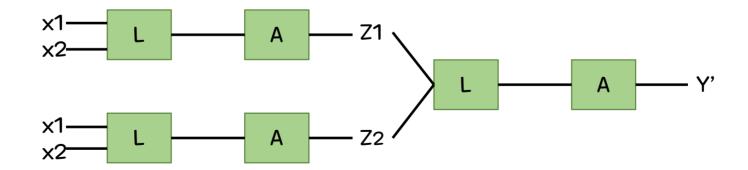


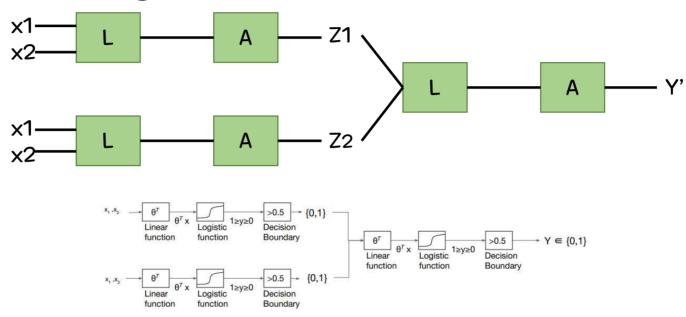
XOR은 기존의 분류방법으로는 분류가 안된다.



XOR은 기존의 분류방법으로는 분류가 안된다.

따라서, Multiple logistic model을 이용한다. 문제는 각 모델의 W,b를 어떻게 학습시키냐는 것이다.





3개의 분류 모델을 사용함 Multi – layer 궁극적인 문제는 "어떻게 W와 b를 학습시킬 것이냐"

Gradient Descent 알고리즘??

⇒ 여러 모델이 중첩되어 있다보니 그 영향력도 고려해야므로 적절하지 않을 수 있다.

- 가중치를 학습시키는 방법으로,,,
 - Back-Propagation이 이겠다.
 - 정방향으로 cost를 구하고 그 반대로 에러 값을 뒤로 전파시는 것
 - 역전파의 원리(?)는 미분이라고 할 수 있겠다...
 - 미분을 통해서 특정 Node의 가중치에 대해서 기여도를 구하는 것(?)

