

連続体力学特論 レポート課題

以下の問いについて「詳細」に説明しなさい。本問題の一部は、教科書の演習問題からの出題であるが、「演習問題解答」に記述されている内容に止まらず詳細に説明すること。

1. 【マトリクス代数の基礎】 3×3 マトリクス A と 3×1 列マトリクス x について以下の問いに答えなさい。
(ア) $x^T A x = A_{ij} x_i x_j$ を展開しなさい。
(イ) $A_{ij} = A_{ji}$ の場合はどうなるか。
(ウ) $A_{ij} = -A_{ji}$ の場合はどうなるか。
2. 【ベクトル】 3つのベクトル a, b, c について $(a \times b) \times c = (a \cdot c) \cdot b - (b \cdot c) \cdot a$ が成立することを証明しなさい。
3. 【テンソル】 以下の関係を証明しなさい。
$$\int_S f(a \cdot n) dS = \int_V (\nabla f) \cdot a dV$$
 ただし $a = \nabla \times b$, f は x_i のスカラー関数。
4. 【変形とひずみ】 $u_x = a_0 + a_1 x + a_2 y, u_y = b_0 + b_1 x + b_2 y, u_z = 0$ に対して, ε_{ij} , ε'_{ij} , ε_v , 主ひずみ $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ を求めなさい。
5. 【応力と平衡方程式】 平衡状態にある連続体内の応力テンソルの性質を検討することによって, 応力の平衡方程式および応力テンソルが対称性を有することが必要であることを導きなさい。
6. 【保存則と支配方程式】 オイラーの運動方程式を導出しなさい。
7. 【構成式】 $\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij}$ から $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2\mu} \sigma_{ij} - \frac{\lambda}{2\mu(3\lambda+2\mu)} \sigma_{kk} \delta_{ij}$ を導出しなさい。
8. 【連続体の境界値問題】 図に示す棒の圧縮問題をナビエの方程式を用いて解析しなさい。

