

# 弾塑性変形の特徴

## (各種線形／非線形変形)

時間に依存

- 弾性変形 (elastic deformation)
- 非弾性変形 (Inelastic deformation)
- 粘性変形 (viscous deformation) ○
- 塑性変形 (plastic deformation)
- 粘弾性変形 (visco-elastic deformation) ○

材料力学I(a, b)やIIの内容からさらに発展し、非線形有限要素法を応用するための基礎知識へと進む。本講義では、時間に依存しない変形：塑性変形を取り扱う。その取扱いには

- 金属学的に微視的な材料の結晶構造を考えるもの
- **現象論的(巨視的)に材料の変形挙動を数学的に表現しようとする分野(こっちを考える)**

# ドラッカーの仮説 (Drucker's Postulate)

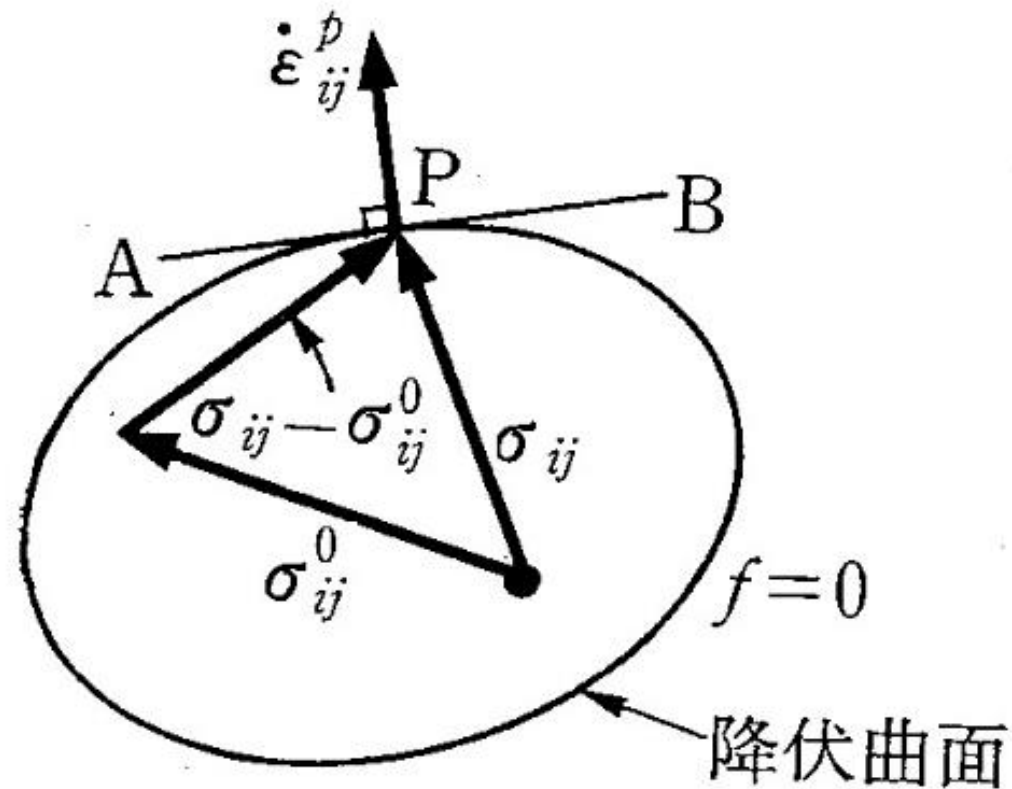


図 3.11 塑性ひずみ速度の方向

## 加工硬化材の流れ法則

ドラッカーの仮説より

$$(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^0) \dot{\varepsilon}_{ij}^p \geq 0$$

これらより

- 塑性ひずみ速度の法線性 (Normality Rule)
  - 降伏曲面の凸性 (Convexity)
- が導出された

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$$

$f$  : 塑性ポテンシャル (Plastic Potential) と呼ぶこともある

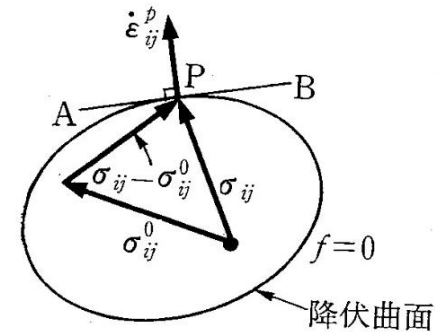


図 3.11 塑性ひずみ速度の方向

**この関係を流れ法則 (Flow rule) と呼ぶ**

(塑性ポテンシャルと降伏関数が同じとき、連合流れ則 (Associated Flow Rule) と呼ぶことがある)

## 加工硬化材の流れ法則

塑性変形が進行指定る間、降伏関数  $f$  の値はゼロである

$$f(\sigma_{ij}, \xi, \xi_i, \xi_{ij}) = 0$$

さらに

$$0 = \dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial f}{\partial \xi_i} \dot{\xi}_i + \frac{\partial f}{\partial \xi_{ij}} \dot{\xi}_{ij}$$

$\xi, \xi_i, \xi_{ij}$  : 負荷履歴パラメータ→これらは塑性変形によってのみ変化する(塑性ひずみによってのみ変化する)

$$\dot{\xi} = a_{kl} \dot{\varepsilon}_{kl}^p \quad \dot{\xi}_i = a_{ikl} \dot{\varepsilon}_{kl}^p \quad \dot{\xi}_{ij} = a_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}^p \quad \text{発展方程式 (Evolution Equations)}$$

以下式展開(板書する)

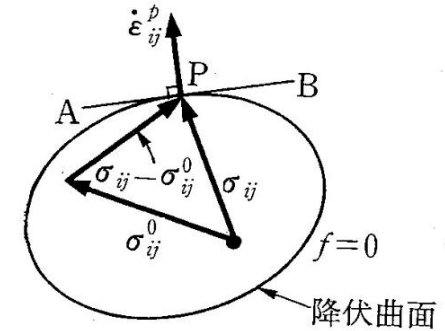


図 3.11 塑性ひずみ速度の方向

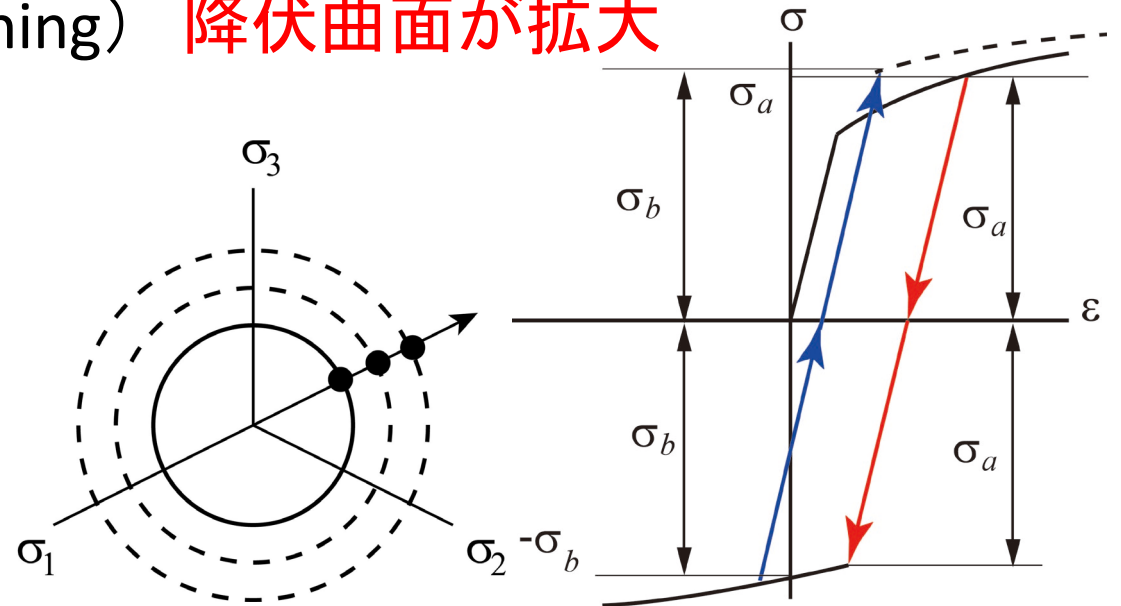
## 等方硬化 (Isotropic Hardening) 降伏曲面が拡大

$$f = \frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} - \bar{\sigma}^2(\bar{\epsilon}^p) = 0$$

$\bar{\epsilon}^p$  : 相当塑性ひずみ

$$\dot{\bar{\epsilon}}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p} \quad \text{相当塑性ひずみ速度 (Plastic strain rate)}$$

$$\bar{\epsilon}^p = \int \dot{\bar{\epsilon}}^p dt \quad \text{積分}$$



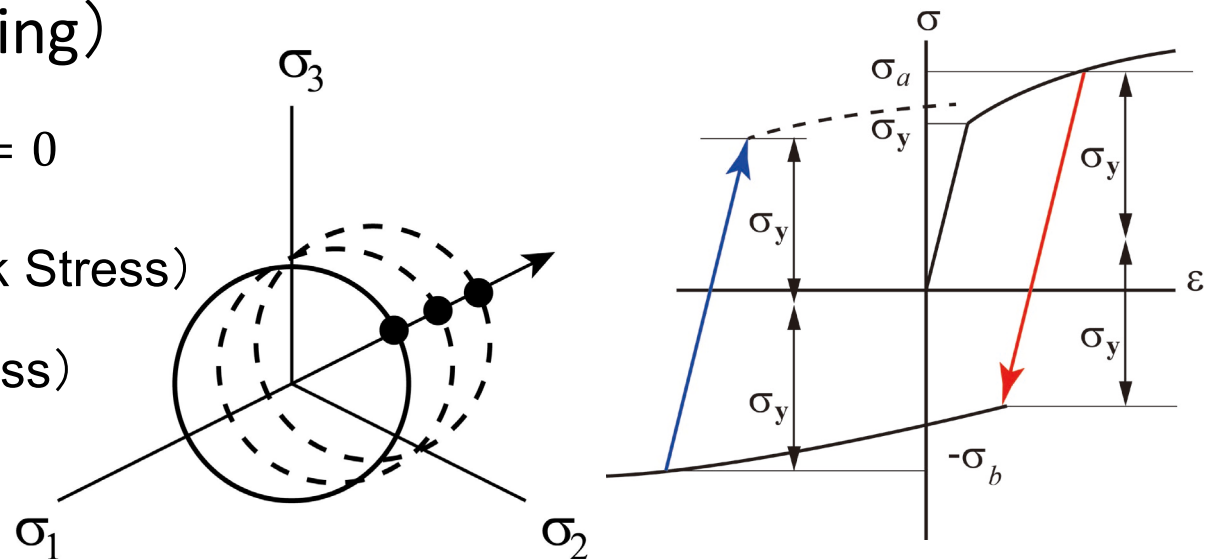
## 移動硬化 (Kinematic Hardening)

$$f = \frac{3}{2} (\sigma'_{ij} - \alpha_{ij})(\sigma'_{ij} - \alpha_{ij}) - \sigma_y^2 = 0$$

$\alpha_{ij}$  : 降伏曲面の中心 (背応力、Back Stress)

$\sigma_y$  : 初期降伏応力 (Initial yield stress)

降伏曲面が移動



**バウシンガー効果 (Bauschinger effect)** : 引張の後、圧縮を加えると降伏応力が小さくなる現象。金属の繰返し塑性変形によく発生する。移動硬化則で表現可能だが、等方硬化則では表現できない。Yield stress is smaller than the original value when a material is subject to a compressive stress after a tensile stress.