

3.3 後続の負荷曲面と硬化法則

降伏関数の一般形

初期降伏関数 (Initial Yield Function) と降伏関数 (Yield Function)

$$f = f(\sigma_{ij})$$

降伏 (塑性変形の開始) では、応力は降伏曲面上に存在し、次式を満足する

$$f = f(\sigma_{ij}) = 0$$

弾性状態では、応力は降伏曲面の内側に存在し、次式を満足する

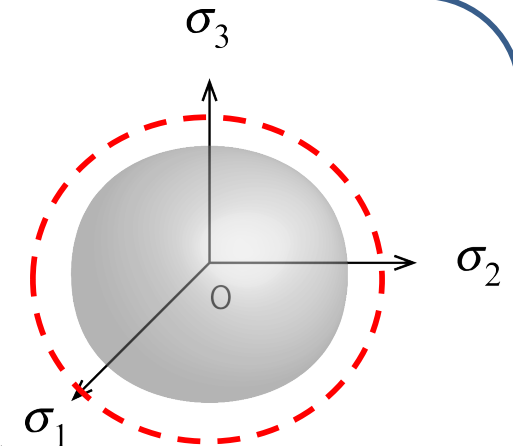
$$f = f(\sigma_{ij}) < 0$$

後続の降伏曲面

変形履歴の影響を取り入れる (降伏曲面が大きくなる)

$$f = f(\sigma_{ij}, \xi, \xi_i, \xi_{ij}) = 0$$

ξ, ξ_i, ξ_{ij} : 変形履歴パラメータ (スカラー、ベクトル、テンソル)
あくまで一般形、様々なものを考えることができる。
また、スカラーが1つだけでなく2つ、3つの場合もある
ベクトルやテンソルについても同じ



3.3 後続の負荷曲面と硬化法則

降伏関数の一般形

後続の降伏曲面

変形履歴の影響を取り入れる(降伏曲面が大きくなる)

$$f = f(\sigma_{ij}, \xi, \xi_i, \xi_{ij}) = 0$$

ξ, ξ_i, ξ_{ij} : 変形履歴パラメータ(スカラー、ベクトル、テンソル)
塑性変形による状態変化を表す
(塑性変形が発生すると変化する)

塑性変形が進行してしている間は、 $f(\sigma_{ij}, \xi, \xi_i, \xi_{ij}) = 0$

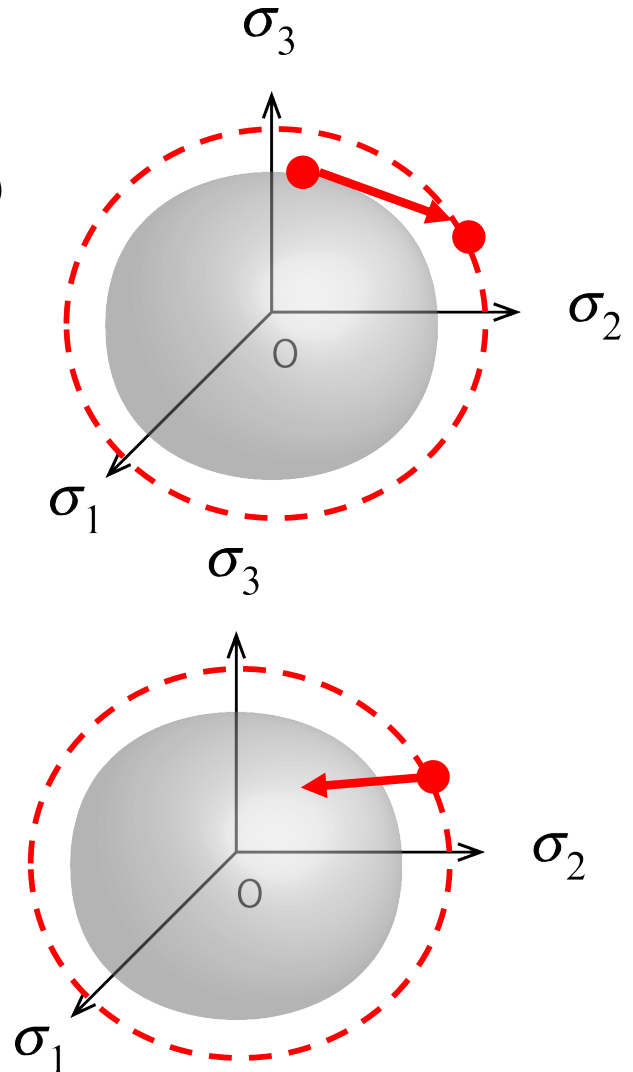
$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial f}{\partial \xi_i} \dot{\xi}_i + \frac{\partial f}{\partial \xi_{ij}} \dot{\xi}_{ij} = 0$$

弾性変形するとき:

$$\xi = \xi_i = \xi_{ij} = 0$$

塑性変形から弾性変形に移るとき (Elastic Unloading)

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} < 0 \quad \xi = \xi_i = \xi_{ij} = 0$$



3.3 後続の負荷曲面と硬化法則

降伏関数の一般形

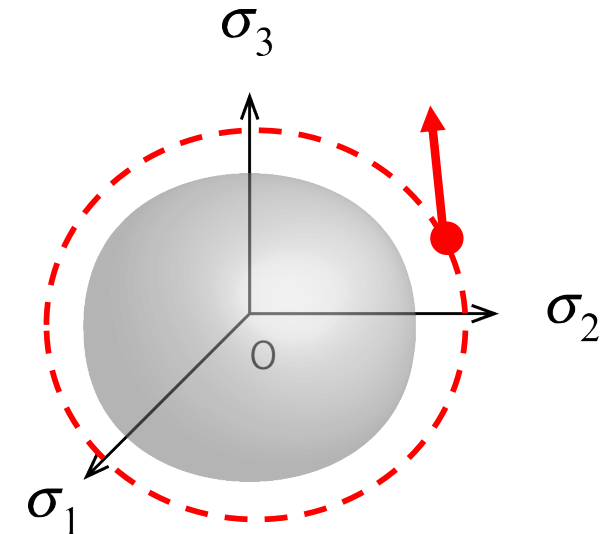
後続の降伏曲面

変形履歴の影響を取り入れる(降伏曲面が大きくなる)

$$f = f(\sigma_{ij}, \xi, \xi_i, \xi_{ij}) = 0$$

ξ, ξ_i, ξ_{ij} : 変形履歴パラメータ(スカラ、ベクトル、テンソル)

塑性変形が発生すると変化する



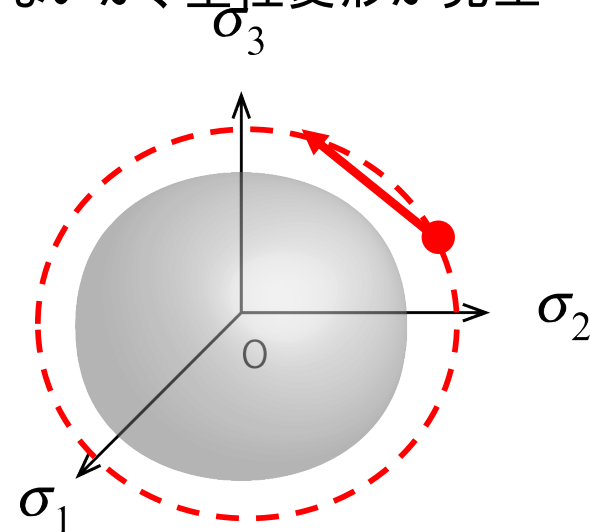
負荷 (Plastic Loading) → 降伏曲面が広がる

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} > 0 \quad f = 0$$

中立負荷 (Neutral Loading) → 降伏曲面が広がらないが、塑性変形が発生

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} = 0 \quad f = 0$$

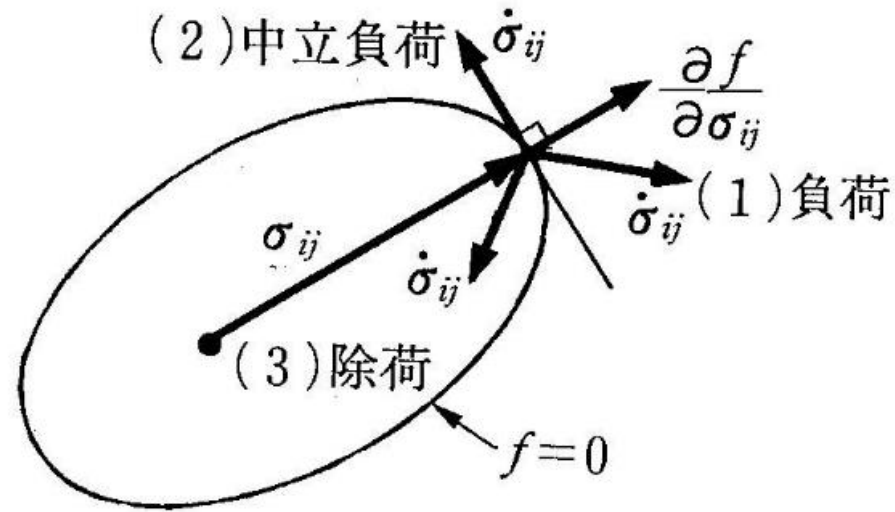
$$\frac{\partial f}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial f}{\partial \xi_i} \dot{\xi}_i + \frac{\partial f}{\partial \xi_{ij}} \dot{\xi}_{ij} = 0 \quad \text{が満たされる}$$



3.3 後続の負荷曲面と硬化法則

降伏関数の一般形

負荷・除荷・中立負荷



$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$: 応力曲面の外向き法線ベクトル

$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij}$: 応力曲面の外向き法線ベクトルと応力速度(ベクトル)の内積

3.3.2 加工硬化 (Drucker の仮説; Drucker's postulate)

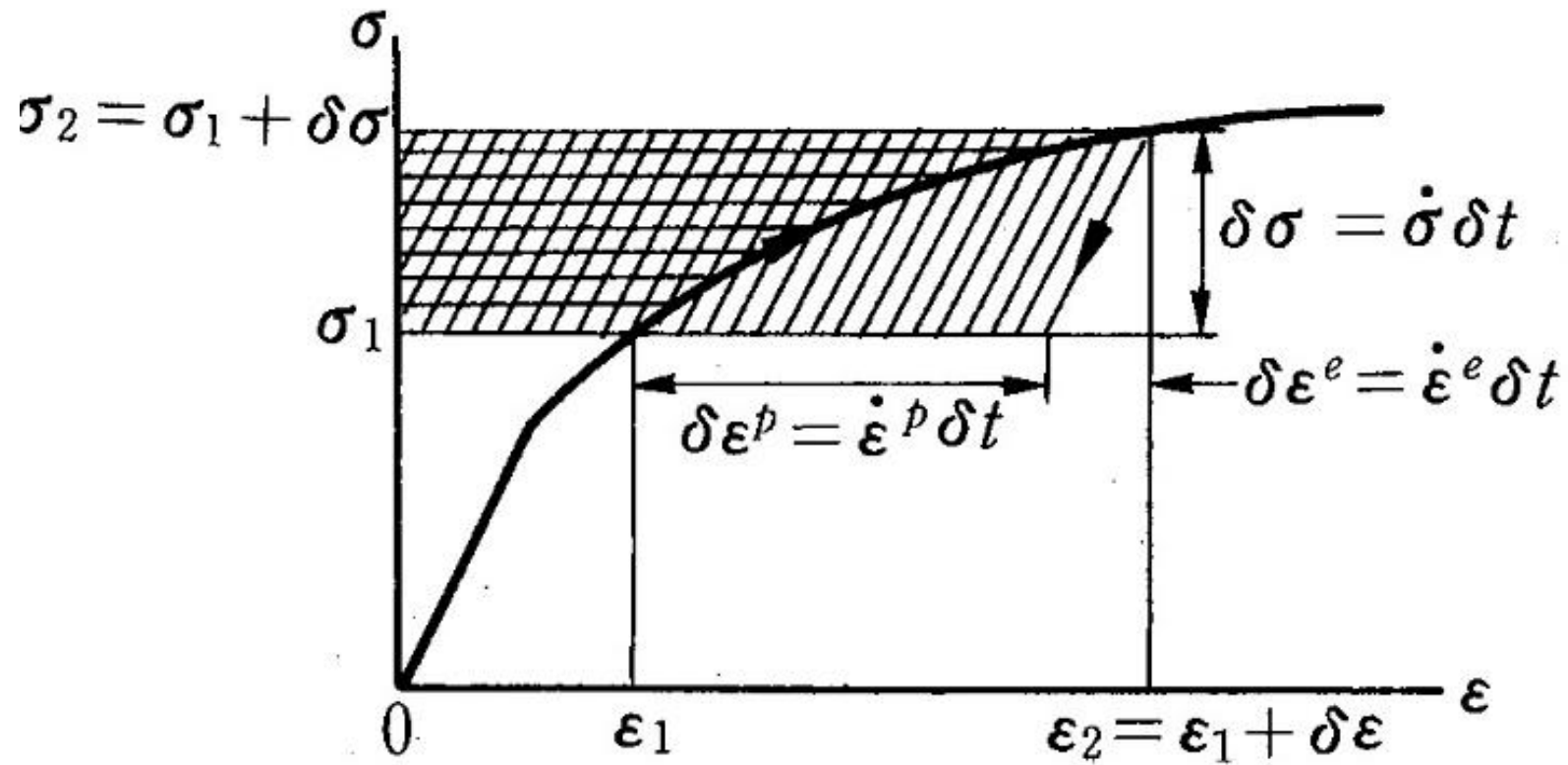


図 3.9 安定な応力-ひずみ関係

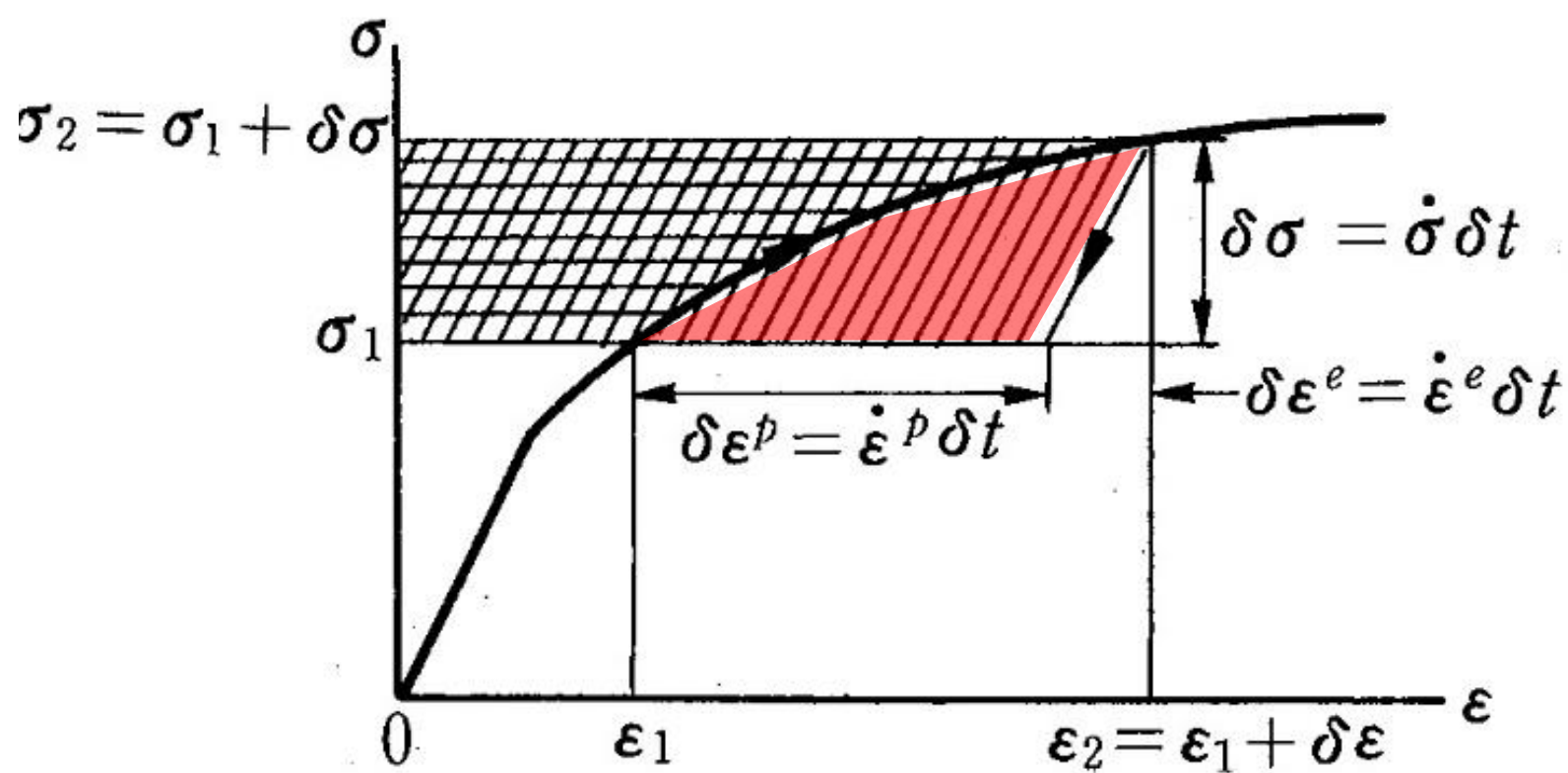


図 3.9 安定な応力-ひずみ関係

一次元の応力サイクル

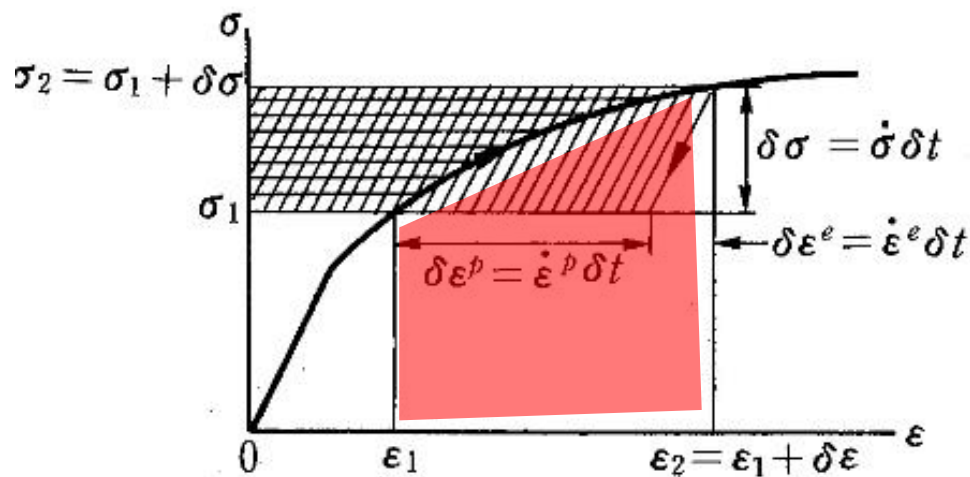


図 3.9 安定な応力-ひずみ関係

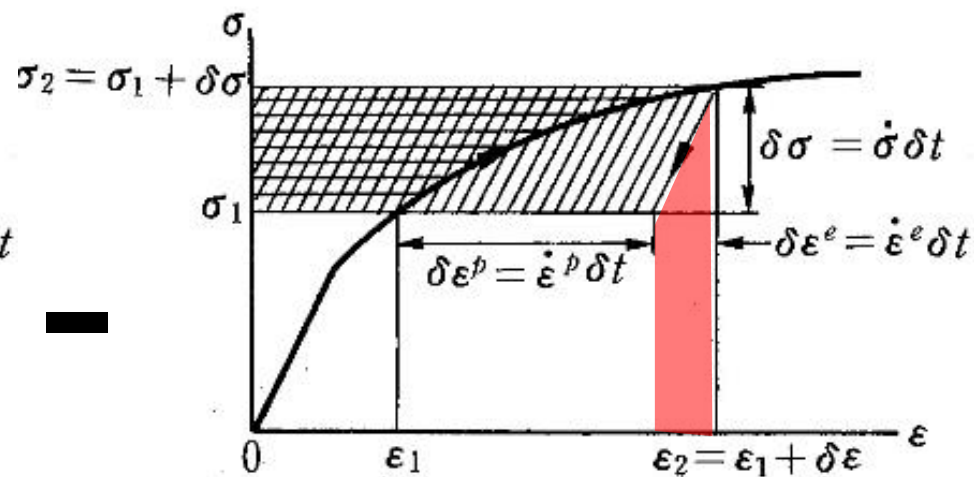


図 3.9 安定な応力-ひずみ関係

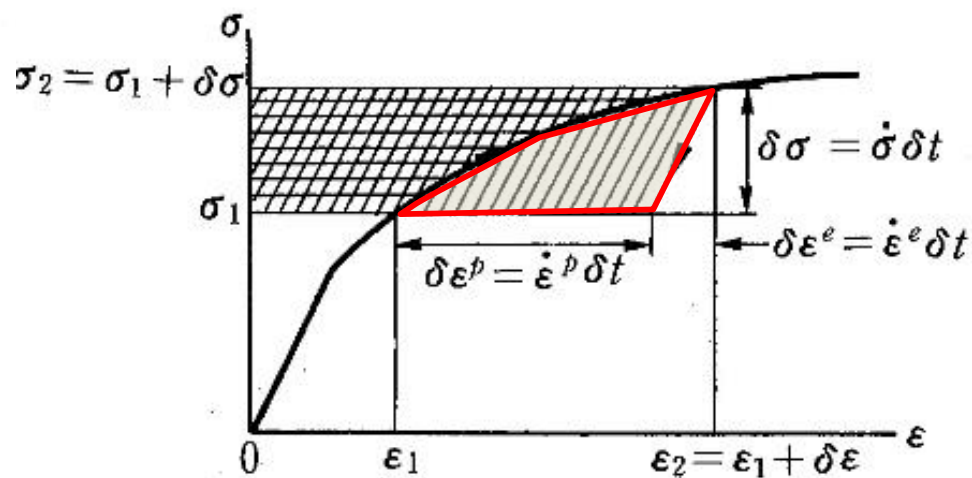


図 3.9 安定な応力-ひずみ関係

ドラッカーの仮説 (Drucker's Postulate)

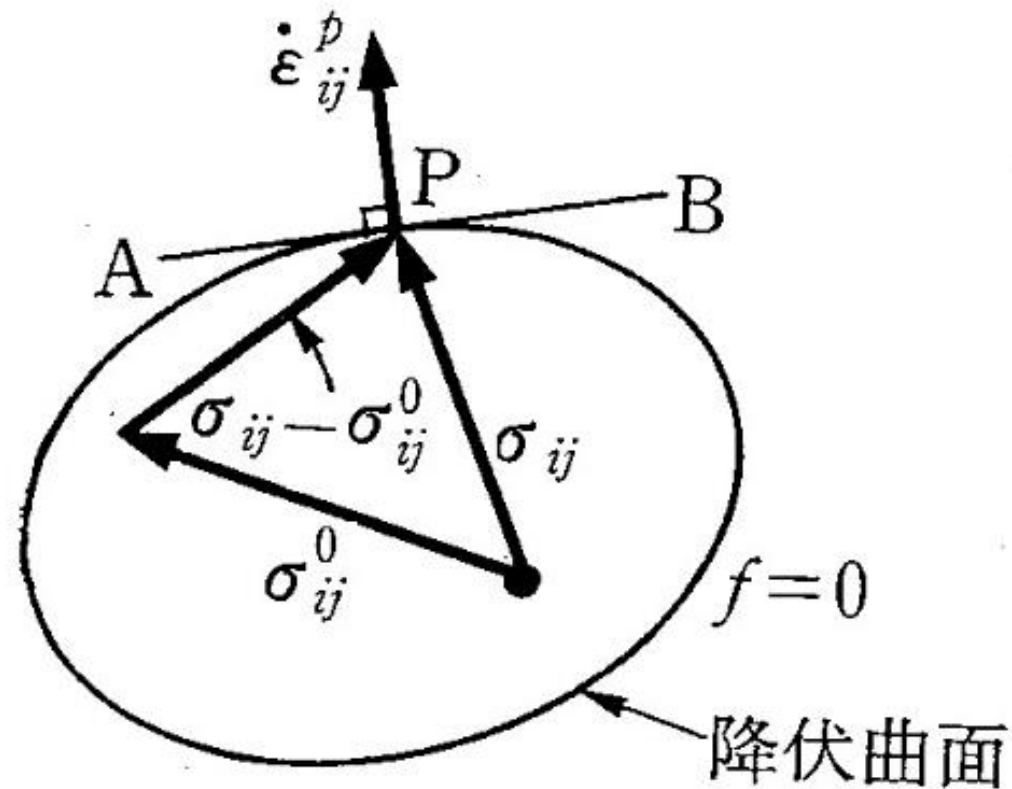


図 3.11 塑性ひずみ速度の方向