弾塑性変形の特性
(各種線形／非線形変形)

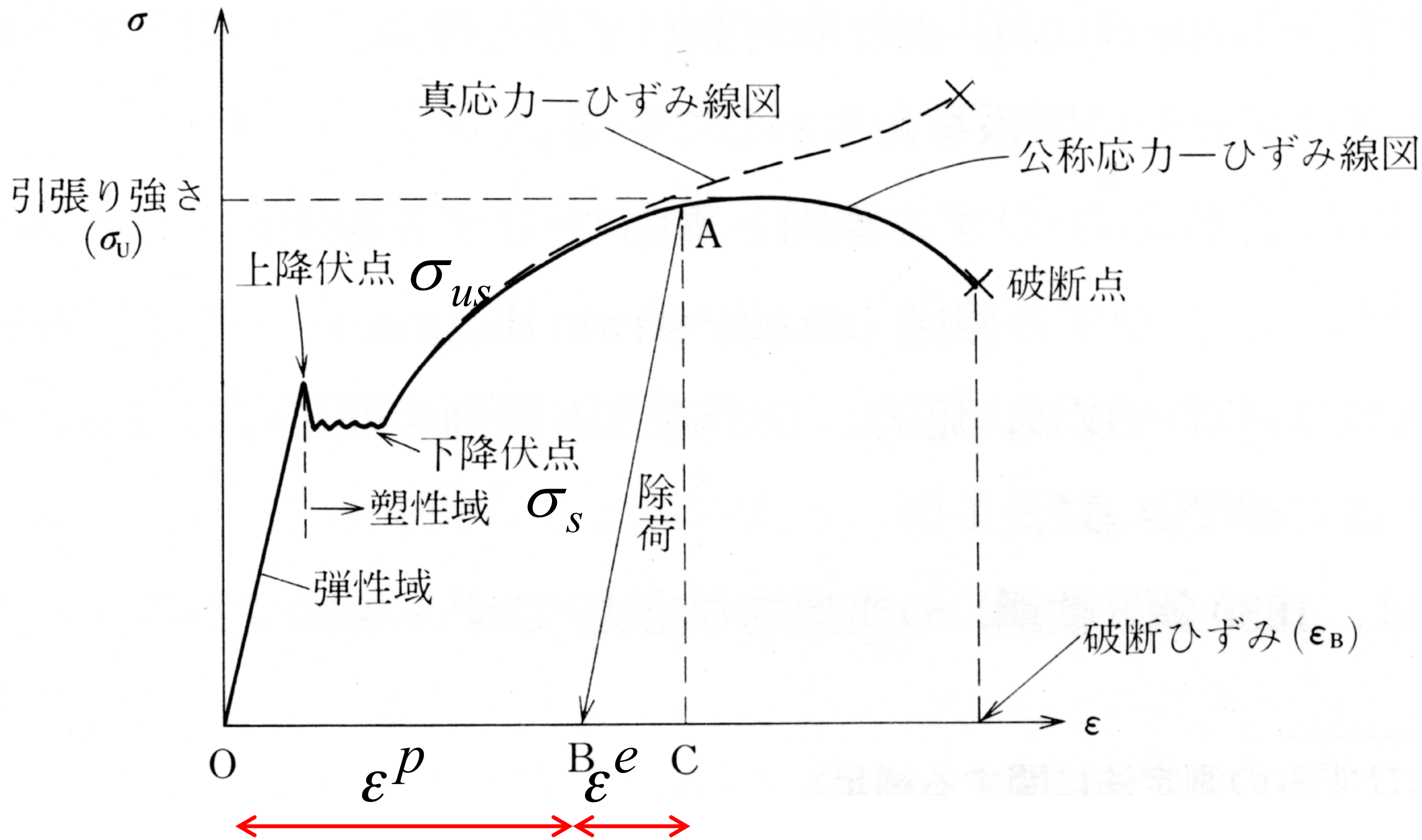
	時間に依存
■ 弾性変形（elastic deformation）	
■ 非弾性変形（Inelastic deformation)	
■ 粘性変形（viscous deformation）	○
■ 塑性変形（plastic deformation）	
■ 粘弾性変形（visco-elastic deformation)	○

材料力学I(a, b)やIIの内容からさらに発展し、非線形有限要素法を応用するための基礎知識へと進む。本講義では、時間に依存しない変形：　塑性変形を取り扱う。その取扱いには

■　金属学的にう微視的な材料の結晶構造を考えるもの

■　**現象論的（巨視的）に材料の変形挙動を数学的に表現しようとする分野（こっちを考える）**

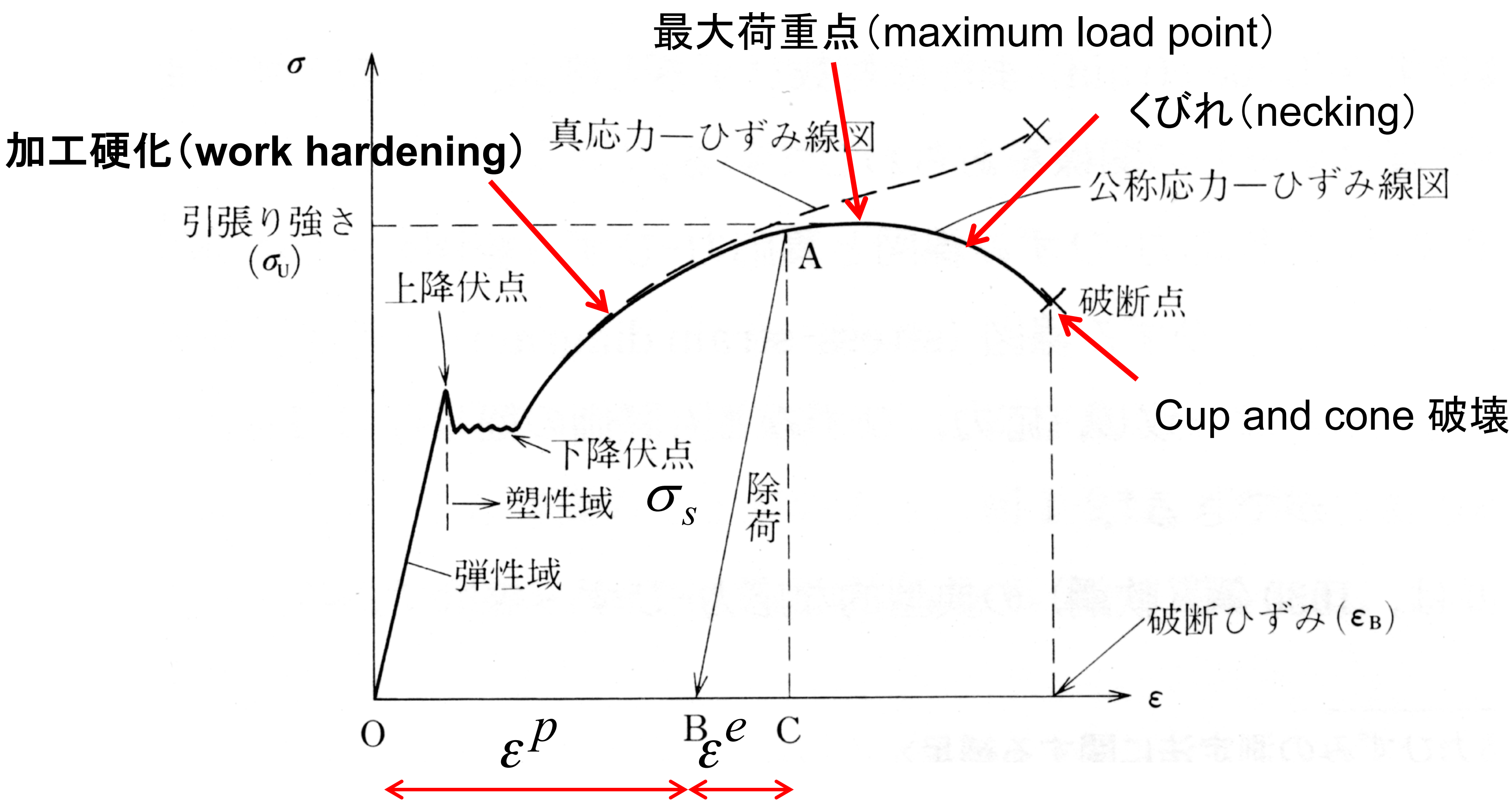
弾塑性変形(炭素鋼の場合)



上降伏点(Upper yield point) : σ_{us}
下降伏点(Lower yield point) : σ_s
永久ひずみ、塑性ひずみ(Plastic strain) : ε^p
弾性ひずみ(Elastic strain) : ε^e

$$\varepsilon = \varepsilon^p + \varepsilon^e$$

弾塑性変形（炭素鋼の場合）



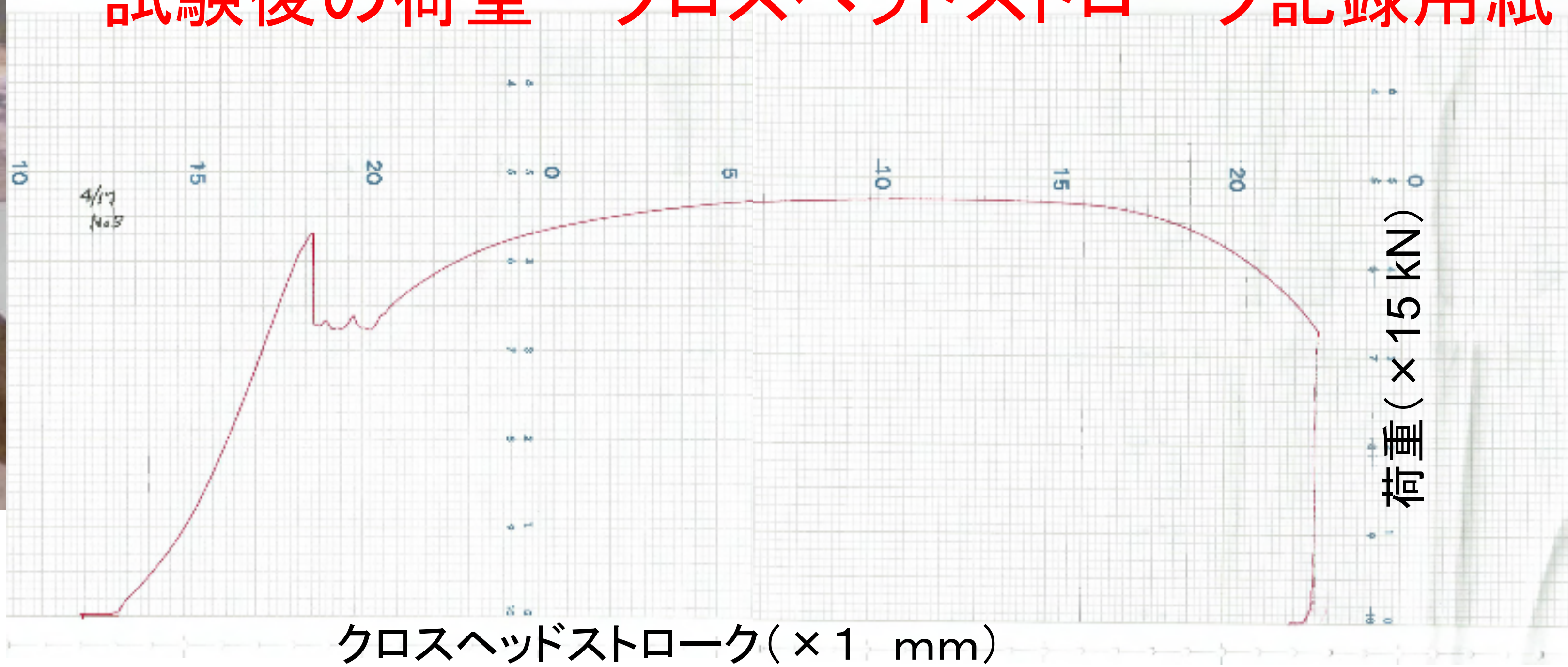
加工硬化（work hardening）
最大荷重点（maximum load point）
くびれ（necking）、Cup and cone 破壊

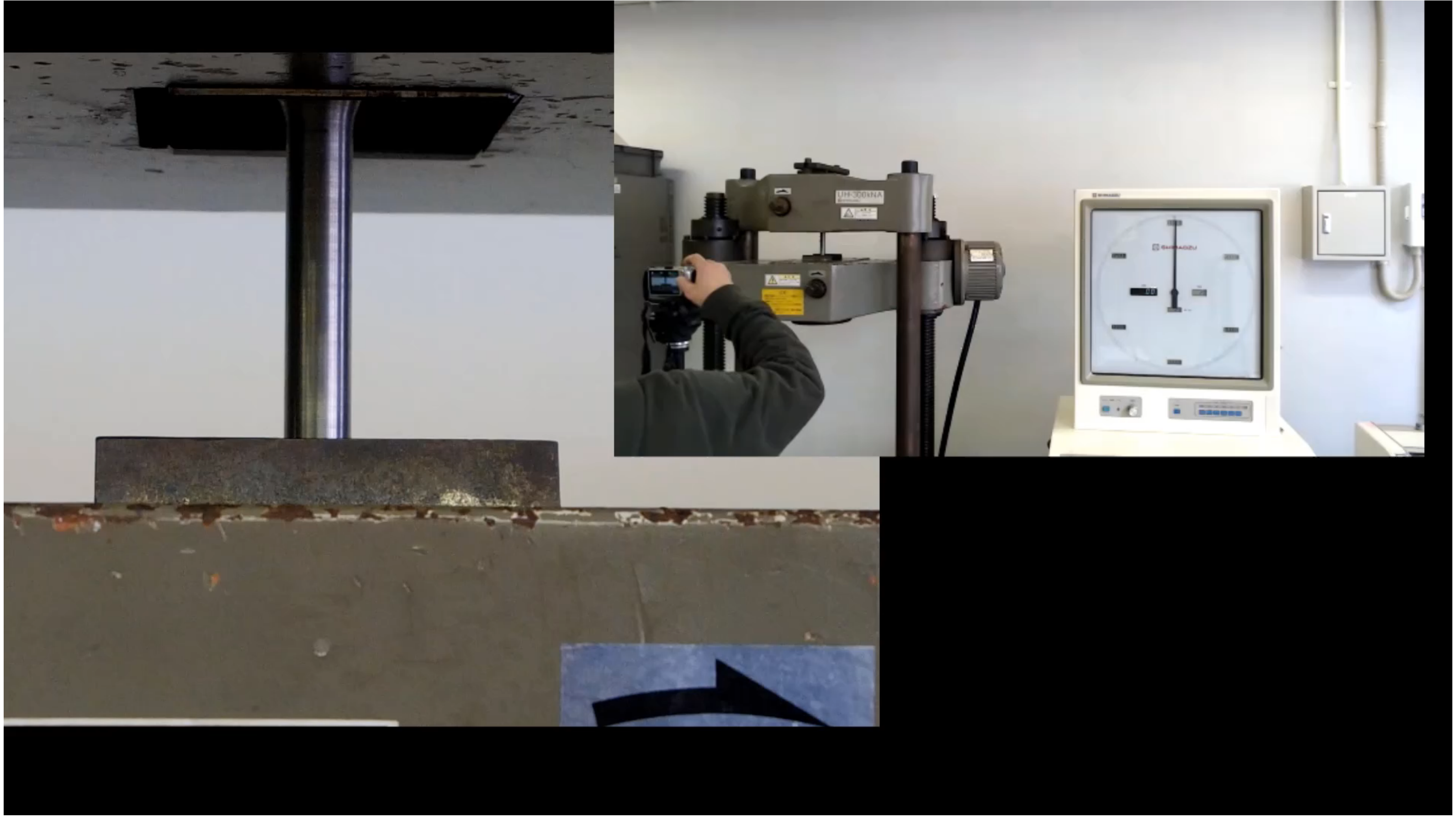
引張試験

（軟鋼、SS400 機械工学実験の動画と同じ）

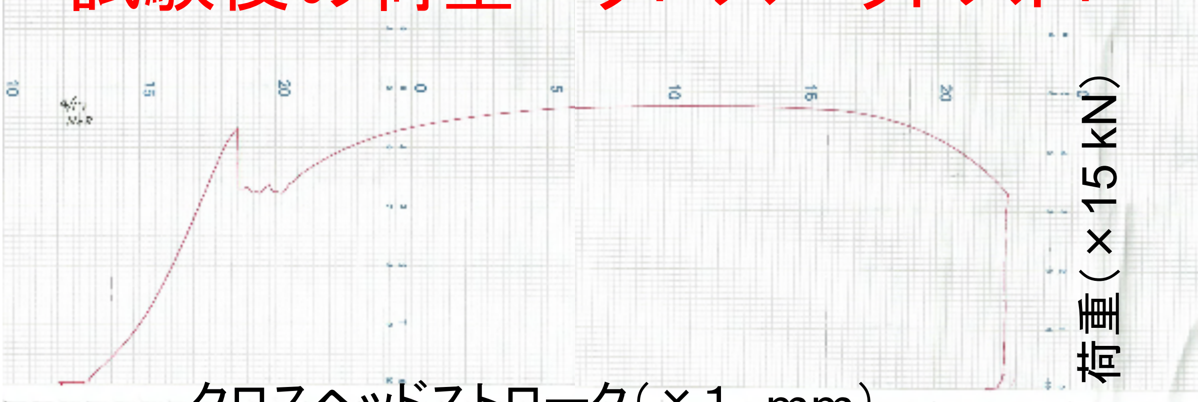
試験後の試験片

試験後の荷重ークロスヘッドストローク記録用紙





試験後の荷重ークロスヘッドストローク記録用紙



応力ーひずみ関係のいろいろ

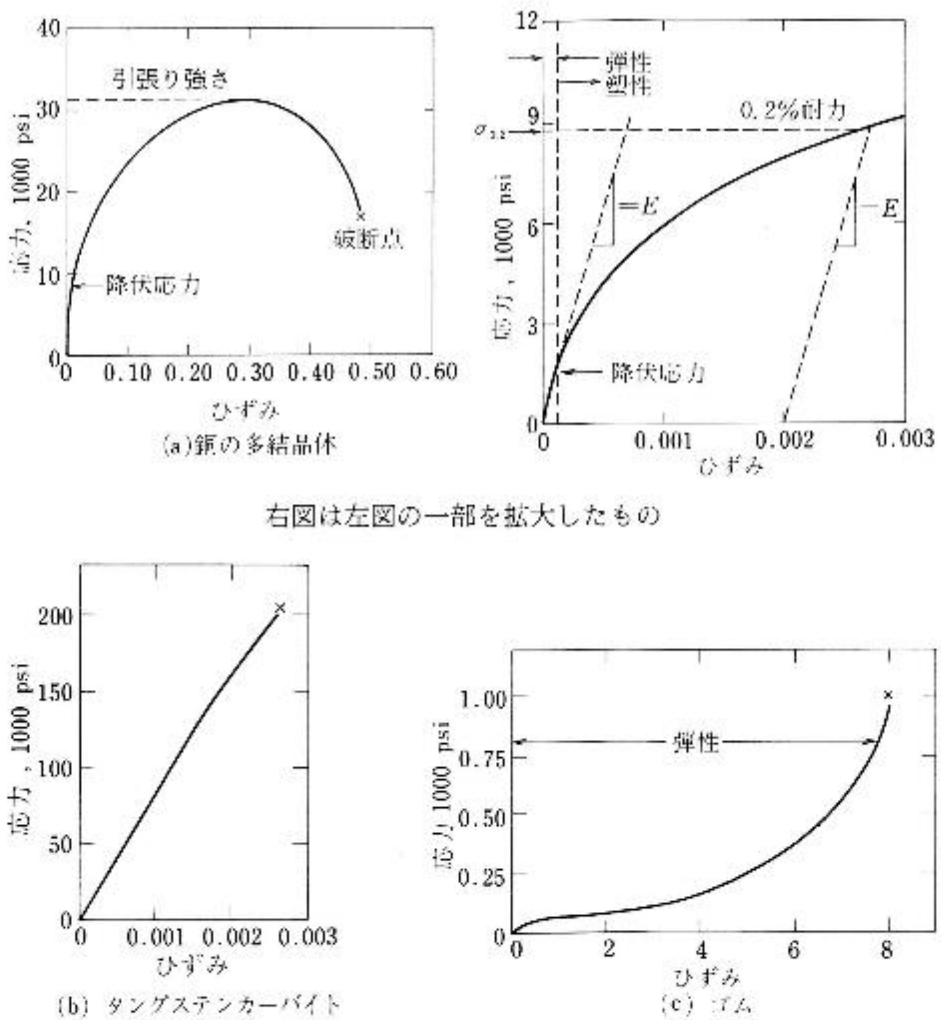


図 1-12

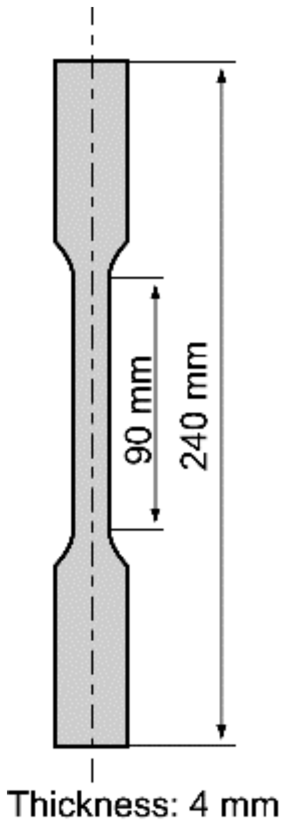
破壊するまでに大きな塑性変形をする材料

延性材料

鋳鉄のように塑性変形が発生するとすぐ破壊する材料やガラスなど

脆性材料

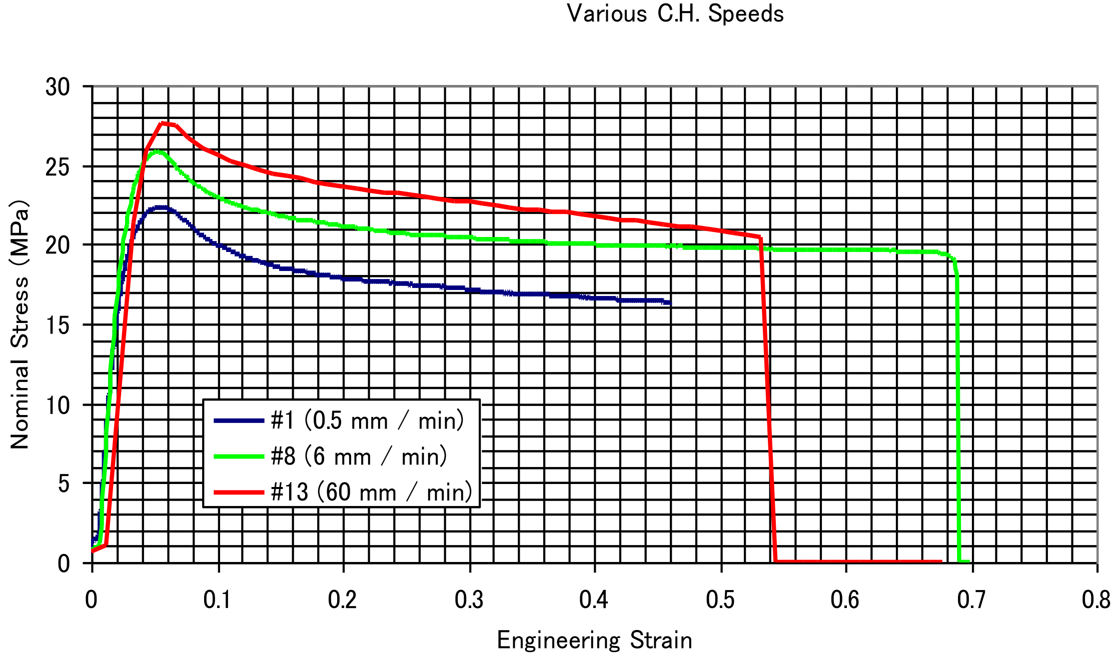
引張試験

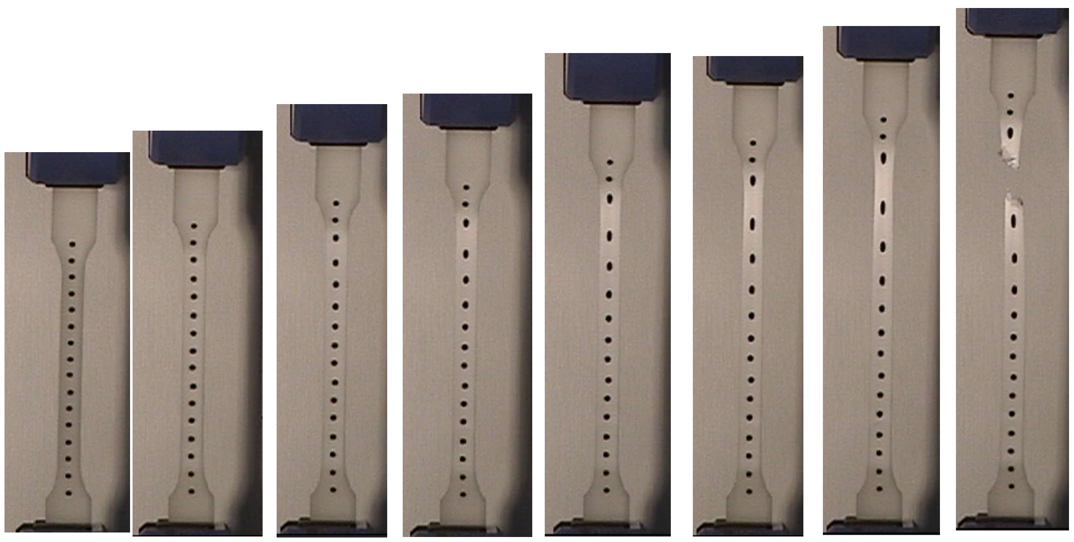


ビデオ

Using a standard PP (Polypropylene) specimen made by injection molding

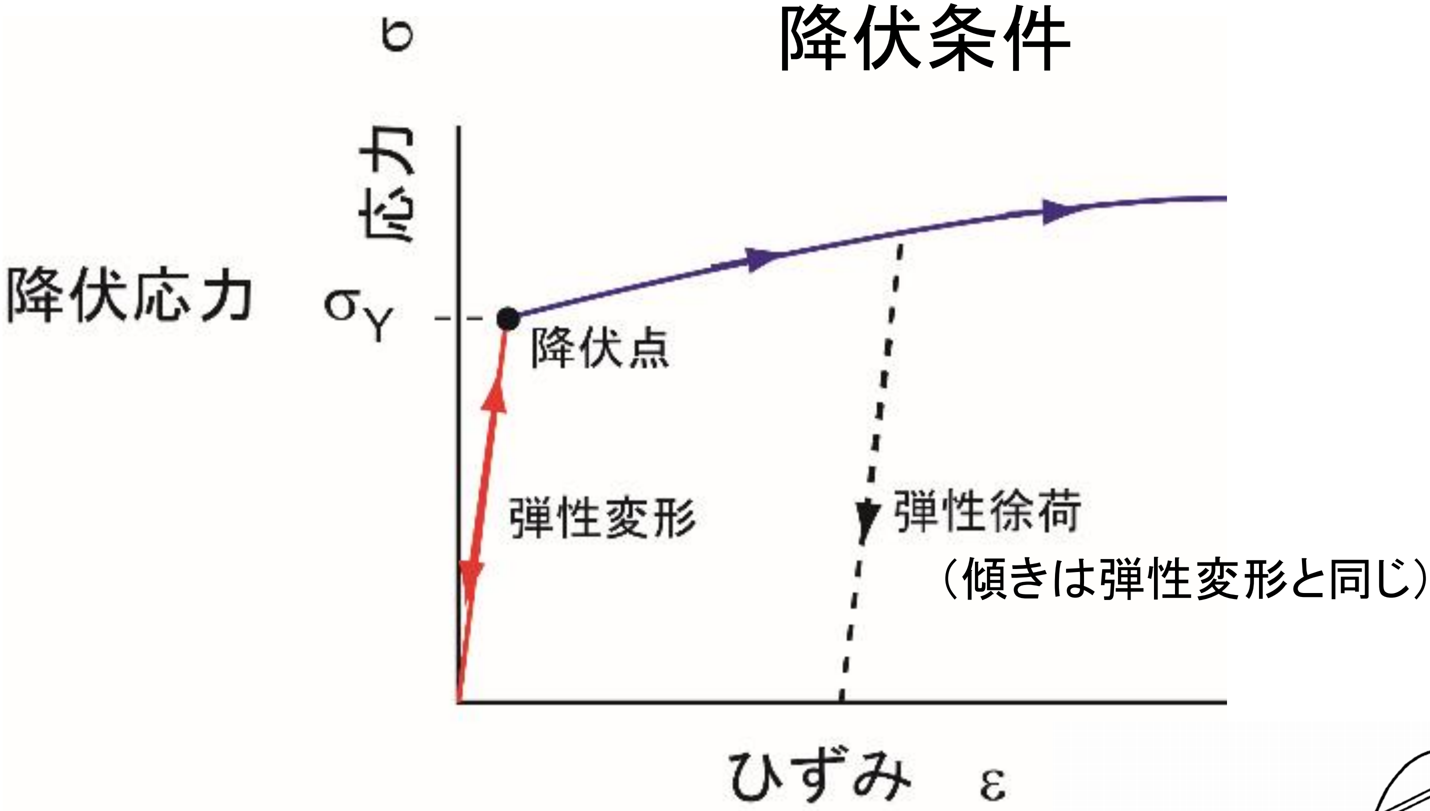
ネッキングとくびれの伝ぱ





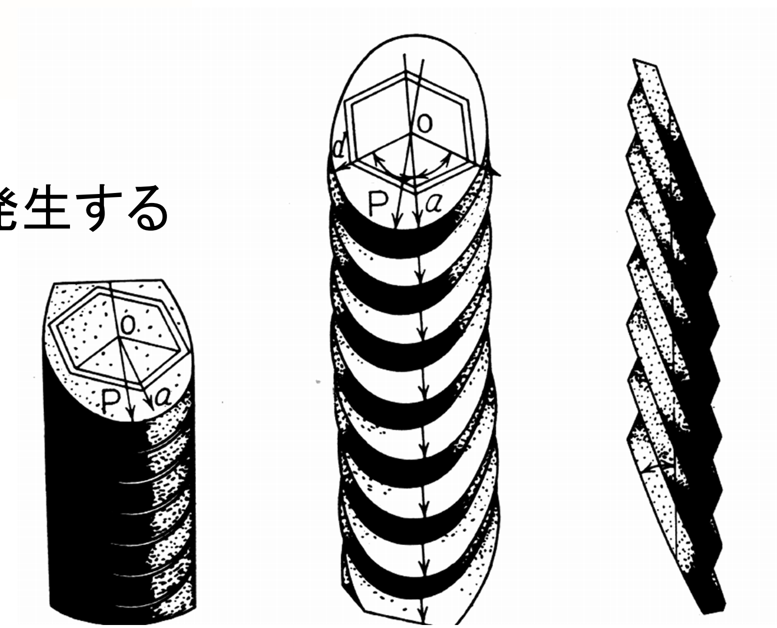
Engg. Strain=0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 Failure

降伏条件

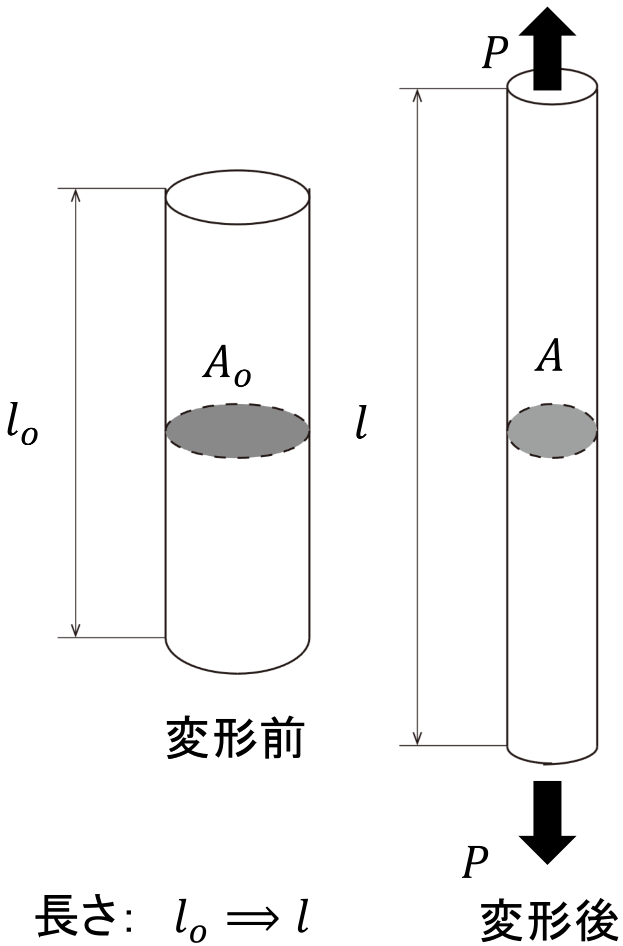


- 塑性変形では体積が一定である
- すべり変形（教科書では格子にゆがみが発生すると書かれている）

矢島・市川・古沢
機械・金属材料
丸善から



単軸引張の応力ーひずみ関係の理想化



長さ: $l_o \Longrightarrow l$

断面積: $A_o \Longrightarrow A$

■ 塑性変形では体積一定である

$$A_o l_o = Al$$

これより、

$$A = A_o \frac{l_o}{l} = A_o \frac{1}{\frac{l}{l_o}} = A_o \frac{1}{1+\varepsilon_n}$$

ここで、ε_nは公称ひずみ: $\varepsilon_n = \frac{l-l_o}{l_o}$

軸力

$$P = \sigma A = \sigma_n A_o$$

$\sigma = \frac{P}{A}$: 真応力(true stress)、

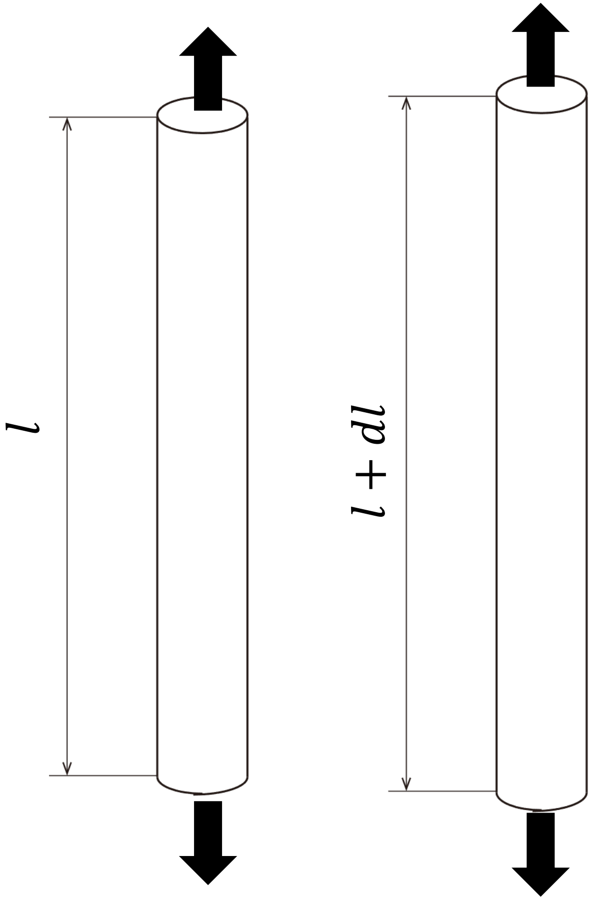
$\sigma_n = \frac{P}{A_o}$: 公称応力(nominal stress)

$$P = \sigma A = \sigma A_o \frac{1}{1+\varepsilon_n} = \frac{\sigma}{1+\varepsilon_n} A_o = \sigma_n A_o$$

より、 $\sigma_n = \dfrac{\sigma}{1+\varepsilon_n}$ または、 $(1+\varepsilon_n)\sigma_n = \sigma$

単軸引張の応力ーひずみ関係の理想化

対数ひずみ（Logarithmic strain）



長さの微小な変化：

$$l \rightarrow l+dl$$

ひずみの増分 $d\varepsilon = \dfrac{dl}{l}$

積分して、

$$d\varepsilon = \frac{dl}{l}$$

$$1+\varepsilon_n = e^{\varepsilon}$$

$$\varepsilon = \int_0^{\varepsilon} d\bar{\varepsilon} = \int_{l_o}^{l} \frac{d\bar{l}}{\bar{l}} = ln\frac{l}{l_o} = ln(1+\varepsilon_n)$$

対数ひずみ（Logarithmic strain）とよぶ

変形： $l_o \rightarrow l \rightarrow l_o$ を考える

公称ひずみの場合：

$$l_o \rightarrow l \qquad \varepsilon_n^1 = \frac{l-l_o}{l_o}$$

$$l \rightarrow l_o \qquad \varepsilon_n^2 = \frac{l_o-l}{l}$$

$$\varepsilon_n^1 + \varepsilon_n^2 = \frac{l-l_o}{l_o} + \frac{l_o-l}{l}$$

$$= \frac{(l-l_o)l + l_o(l_o-l)}{ll_o} = \frac{(l-l_o)^2}{ll_o}$$

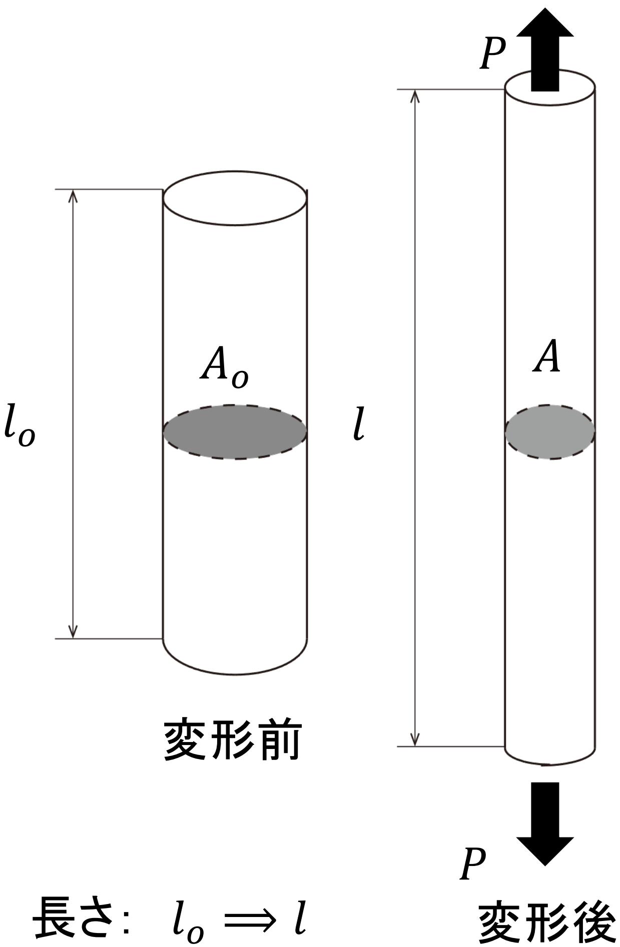
長さが元に戻ってもひずみが残る

対数ひずみの場合：

$$\varepsilon = \int_{l_o}^{l} \frac{d\bar{l}}{\bar{l}} + \int_{l}^{l_o} \frac{d\bar{l}}{\bar{l}} = ln\frac{l}{l_o} + ln\frac{l_o}{l} = 0$$

ひずみは
残らない

単軸引張の応力ーひずみ関係の理想化



長さ:　$l_o \Longrightarrow l$

断面積:$A_o \Longrightarrow A$

軸力 P　を真応力と対数ひずみで表す

$$P = \sigma A = \sigma \frac{A_o}{1+\varepsilon_n} = \sigma \frac{A_o}{e^{\varepsilon}} = \sigma A_o e^{-\varepsilon}$$

軸力 P　の増分を表す

$$dP = d\sigma A_o e^{-\varepsilon} - \sigma A_o e^{-\varepsilon} d\varepsilon = (d\sigma - \sigma d\varepsilon) A_o e^{-\varepsilon}$$

最大荷重時は軸力 P　の増分ゼロ

$$0 = (d\sigma - \sigma d\varepsilon) A_o e^{-\varepsilon} \Rightarrow d\sigma - \sigma d\varepsilon = 0$$

これより、 $\dfrac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma$

真応力ー対数ひずみ曲線の傾きが真応力の値と等しいときに最大荷重となる⇒Considere の条件とよぶ