

# Projeto Final: Problemas de Grafos

Antônio Joabe Alves Morais  
Iarley Natã Lopes Souza

## 1 [Problema 1] Colorindo os vértices do grafo com duas cores

### 1.1 Descrição da solução

Na solução, o primeiro vértice ( $v_0$ ) no grafo é pintado de vermelho, portanto todos os vizinhos deverão ser pintados com a cor contrária: Azul.

A partir disto, forma-se um efeito cascata: Ao analisarmos um vértice  $v$ , verificamos seus vizinhos. Se um vizinho  $u$  for branco, devemos pintá-lo com a cor contrária de  $v$ , caso contrário (se  $u$  não for branco), comparamos as cores de  $v$  e  $u$ .

Se  $v$  e  $u$  possuírem cores diferentes, a execução do algoritmo irá prosseguir normalmente. Se possuírem cores iguais, o algoritmo será interrompido, assim indicando que não é possível bipartir o grafo.

### 1.2 Complexidade

A complexidade será dada, de acordo com a notação *Big O*, por:

$$O(V + E)$$

A justificativa se dá pelo fato do algoritmo visitar todos os vértices e arestas, já que precisamos verificar a cor de todos eles, a fim de saber se um grafo é bipartido ou não.

A notação, portanto, irá indicar que a complexidade de tempo de execução cresce de acordo com a soma desses dois termos, vértices ( $V$ ) e arestas ( $E$ ), de forma diretamente proporcional.

## 2 [Problema 2] Seis graus de Kevin Bacon

### 2.1 Descrição da solução

Neste problema, é necessária apenas a aplicação da *BFS* (Breadth-First Search) [3], já que o algoritmo já conta com o armazenamento das distâncias de todos os vértices dado uma origem, neste caso, Kevin Bacon.

Portanto, dado um grafo não-direcionado, a *BFS* irá fornecer os números de Bacon que o problema demanda por meio das distâncias armazenadas na execução do algoritmo.

## 2.2 Complexidade

Essa solução exige um tempo de execução:

$$O(V + E \log V)$$

Analizando o algoritmo de busca de forma agregada, temos que o tempo de inicialização onde se visita os vértices se dá por  $O(V)$ , assim como o tempo gasto com a fila.

Ao percorrer as adjacências (arestas) - por causa da estrutura usada (**map**), que usa  $O(\log V)$  para realizar operações de inserção, busca e remoção - será exigido tempo  $O(E \log V)$ .

Portanto, a análise de complexidade será de  $O(V + E \log V)$ .

## 3 [Problema 3] Vias de mão dupla

### 3.1 Descrição da solução

A solução se divide em duas etapas:

1. Identificar as arestas que são pontes: [1] Através de uma *DFS* [4] modificada, são encontradas as arestas que são pontes, que são depois removidas, dividindo o grafo em componentes desconectados. Essas arestas são armazenadas em um vetor de pares  $(u, v)$ .
2. Direcionamento das arestas não-pontes: [2] Em seguida, uma nova *DFS* é realizada para direcionar as arestas restantes. Para cada vértice, como o grafo ainda é não-direcionado, o algoritmo irá retirar, digamos, a aresta  $(v, u)$ , deixando a aresta  $(u, v)$ , onde  $u$  é o vértice analisado e  $v$  é um vizinho de  $u$ .

Isso é feito para cada vértice, e a *DFS* é executada novamente.

Quando um vértice não possuir mais vizinhos ainda não visitados, o tempo de descoberta do mesmo é comparado com o do seu vizinho: se for maior, a aresta  $(v, u)$  será removida.

Depois disso, as arestas que são pontes são adicionadas novamente ao grafo, e o mesmo é ordenado e impresso.

### 3.2 Complexidade

A solução tem complexidade:

$$O((V + E) + V \log V)$$

Ambas as *DFS*'s têm complexidades  $O(V + E)$ , já que são algoritmos de busca em profundidade, com alterações que não modificam a complexidade. Portanto:  $O(2 \times (V + E))$ . Como a notação *Big O* elimina constantes, a complexidade será:  $O(V + E)$ .

A ordenação tem complexidade  $O(V \log V)$ , que ocorre para ordenar os vizinhos na lista de adjacência.

Portanto, a complexidade total é  $O((V + E) + V \log V)$ .

## Referências

- [1] GeeksForGeeks. *Bridges in a graph*. 2023. URL: <https://www.geeksforgeeks.org/bridge-in-a-graph/amp/> (acesso em 03/07/2023).
- [2] GeeksForGeeks. *Convert undirected connected graph to strongly connected directed graph*. 2023. URL: <https://www.geeksforgeeks.org/convert-undirected-connected-graph-to-strongly-connected-directed-graph/amp/> (acesso em 04/07/2023).
- [3] Atílio G. Luiz. *Grafos - Busca em Largura - BFS*. 2023. URL: <https://moodle2.quixada.ufc.br/mod/resource/view.php?id=55732> (acesso em 28/06/2023).
- [4] Atílio G. Luiz. *Grafos - Busca em Profundidade - DFS*. 2023. URL: <https://moodle2.quixada.ufc.br/mod/resource/view.php?id=55806> (acesso em 30/06/2023).