| Análisis Numérico - Modelación Numérica | | Facultad de Ingeniería. Universidad de Buenos Aires. | | |
|---|---|---|---|---|
| 1º Cuatrimestre 2023 | Curso (Schwarz-Sosa) | Parcial. 2º Oportunidad | Tema 1 | Nota |
| Padrón: | Apellido y Nombres: | | | |

**Ejercicio 1.** Con los datos de la tabla se han calculado:

- 3 aproximaciones de $y_3'$ por diferencias centradas (sin usar $x_7$)
- Interpolación por Spline desde $x_0$ en adelante.
- Ajuste por Cuadrados Mínimos tomando puntos desde $x_1$ en adelante.
- Interpolación por Newton (en la que **no se han usado, al menos**, $x_2$ y $x_4$)
- Interpolación por Lagrange Baricéntrico según se indica.

| $i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | **2** | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | **5.5** | $x_5$ | $x_6$ | $x_7$ |
| $y_i$ | $y_0$ | $y_1$ | **4** | $y_3$ | $y_4$ | $y_5$ | $y_6$ | $nd$ |

$$A1 = \begin{vmatrix} \mathbf{4} & nd \\ \mathbf{18.5} & nd \end{vmatrix} \quad B1 = \begin{vmatrix} \mathbf{18} \\ nd \end{vmatrix} \quad B2 = \begin{vmatrix} 0 \\ \mathbf{-1} \\ nd \\ 0 \end{vmatrix} \quad w_7^{0,3,4,7} = \frac{1}{98}$$

$$P_N(x) = \mathbf{9} + nd.(x - x_5) + nd.(x - x_5).(x - \mathbf{5}) + nd.(x - x_5).(x - \mathbf{5}).(x - x_1) \qquad y_3'(h_{menor}) = y_3'(h_{intermedio}) = y_3'(h_{mayor}) = \mathbf{2}$$

1. Indicar para cada interpolación qué puntos se usaron, el grado y la cantidad de polinomios resultantes. Justificar.
2. A partir de la información de Newton, obtener al menos un valor de $x_i$ y uno de $y_i$
3. Incorporando información de Cuadrados Mínimos y Diferenciación, obtener todos los $x_i$ (excepto $x_7$)
4. Incorporando información de Spline hallar los $y_i$ faltantes.
5. Incorporando la información de Lagrange Baricéntrico obtener una ENOL que permita obtener $x_7$ y resolverla mediante un método de $\alpha > 1$

**Ejercicio 2.** A partir de la información dada, se pide:

$$A = \begin{vmatrix} a & d & 0 \\ d & b & d \\ 0 & d & c \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix} \quad X_0 = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} \quad X_1^{JB} = \begin{vmatrix} 0.2 \\ nd \\ 0.75 \end{vmatrix} \quad X_1^{GS} = \begin{vmatrix} nd \\ -0.04 \\ 0.77 \end{vmatrix} \quad X_1^{SOR} = \begin{vmatrix} nd \\ -0.0096 \\ nd \end{vmatrix}$$

1. A partir de las primeras iteraciones de Jacobi (JB), Gauss-Seidel (GS) y SOR que se han calculado usando el $X_0$ dado, obtener los valores de $a, b, c, d$ y el parámetro $\omega$ utilizado para SOR.
2. Indicar si para los valores de $a, b, c, d$ hallados es esperable la convergencia del método de los Gradientes Conjugados y del Método de Jacobi.
3. Construir la gráfica de proceso para cualquiera de los determinantes menores de 2x2 de la matriz A y obtener las expresiones de Cp y Te como función de $a, b, c, d$
4. ¿Qué puede decir sobre la condición del problema? ¿Y sobre la estabilidad del algoritmo?

**Ejercicio 3.** Indicar a qué método corresponde el siguiente bloque de Python y detectar cuáles son los 3 errores que impedirían que el mismo llegue a un resultado correcto:

In [1]:
```python
for i in range (0,n):
    X1[i] = B[i]
    for k in range(0,i):
        X1[i] += A[i,k]*X1[k]
    for k in range(i+1,n):
        X1[i] -= A[i,k]*X0[k]
    X1[i] += A[i,i]
    X1[i] /= w
    X1[i] += (1-w)*X0[i]
```