

Ejercicio 1:

Demuestre que $6n^3 \neq O(n^2)$.

Resolución: Podemos utilizar la definición de O grande: $6n^3 \neq O(n^2)$ si y solo si no existe una constante positiva c y un valor n_0 tal que para todo $n \geq n_0$ se cumpla que $6n^3 \leq c * n^2$.

Entonces, procedemos a verificar la igualdad:

$$6n^3 = c * n^2$$

Dividimos ambos miembros por n^2

$$6n = c$$

Y esto resulta falso, ya que no hay ninguna constante c tal que pueda cumplir la igualdad para todo n . En conclusión, $6n^3 \neq O(n^2)$.

Ejercicio 2:

¿Cómo sería un array de números (mínimo 10 elementos) para el mejor caso de la estrategia de ordenación Quicksort(n) ?

Para el mejor caso, el array debería estar ya ordenado, así no intercambia elementos. Por ejemplo:

[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]

Ejercicio 3:

Cuál es el tiempo de ejecución de la estrategia **Quicksort(A)**, **Insertion-Sort(A)** y **Merge-Sort(A)** cuando todos los elementos del array A tienen el mismo valor?

QuickSort y MergeSort tendrían un tiempo de ejecución de $O(n \log(n))$, e Insertion-Sort de $O(n^2)$

Ejercicio 4:

Implementar un algoritmo que ordene una lista de elementos donde siempre el elemento del medio de la lista contiene antes que él en la lista la mitad de los elementos menores que él. Explique la estrategia de ordenación utilizada.

Ejemplo de lista de entrada

7	3	2	8	5	4	1	6	10	9
---	---	---	---	---	---	---	---	----	---

```
393 def halfSort(L):
394     size = length(L)
395     currentNode = L.head
396     midNode = L.head
397     k = 1
398     smallerNodes = 0
399     midPosition = 0
400     position = 0
401     smallerNodeCount = 0
402
403     while (k <= size/2):
404         midNode = midNode.nextNode
405         midPosition = k
406         k += 1
407
408     while (currentNode != None):
409         if (currentNode.value < midNode.value):
410             smallerNodes += 1
411             if(position < midPosition):
412                 smallerNodeCount += 1
413             currentNode = currentNode.nextNode
414             position += 1
415
416     currentMidNode = midNode.nextNode
417     currentNode = L.head
418     if(smallerNodeCount == math.trunc(smallerNodes/2)):
419         return L
420     else:
421         while(currentMidNode != None and smallerNodeCount < math.trunc(smallerNodes/2)):
422             if(currentMidNode.value < midNode.value):
423                 if(currentNode.value > currentMidNode.value):
424                     aux = currentNode.value
425                     currentNode.value = currentMidNode.value
426                     currentMidNode.value = aux
427                     currentNode = currentNode.nextNode
428                     smallerNodeCount += 1
429             currentMidNode = currentMidNode.nextNode
430
431
```

Ejercicio 5:

Implementar un algoritmo **Contiene-Suma(A,n)** que recibe una lista de enteros A y un entero n y devuelve True si existen en A un par de elementos que sumados den n. Analice el costo computacional.

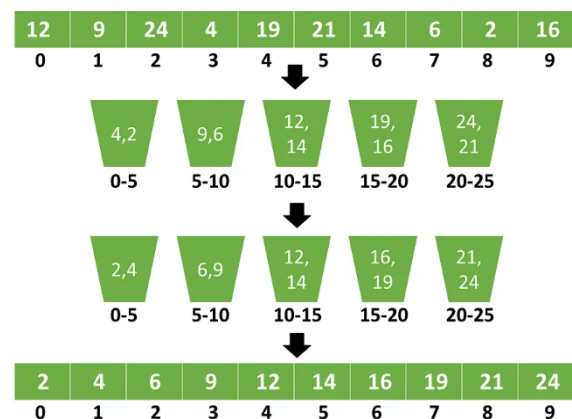
```
432 def contieneSuma(L, n):
433     currentNode = L.head
434     while(currentNode != None):
435         currentNodeAux = currentNode
436         while(currentNodeAux != None):
437             if(currentNode.value + currentNodeAux.value == n):
438                 return True
439             currentNodeAux = currentNodeAux.nextNode
440         currentNode = currentNode.nextNode
441     return False
```

Su complejidad es de $O(n^2)$

Ejercicio 6:

Investigar otro algoritmo de ordenamiento como BucketSort, HeapSort o RadixSort, brindando un ejemplo que explique su funcionamiento en un caso promedio. Mencionar su orden y explicar sus casos promedio, mejor y peor.

BucketSort es un algoritmo de ordenamiento que utiliza un enfoque basado en contenedores para ordenar un conjunto de elementos. En lugar de comparar los elementos entre sí, BucketSort divide los elementos en contenedores, también llamados "buckets", y luego ordena cada bucket individualmente. Una vez que se han ordenado los buckets, los elementos se combinan en orden para producir el conjunto de elementos ordenado completo.



El orden de BucketSort depende de la forma en que se implemente y de cómo se distribuyan los elementos en los buckets. En el caso promedio, si los elementos se distribuyen uniformemente en los buckets, el orden de BucketSort es $O(n+k)$, donde n es el número de elementos en el conjunto y k es el número de buckets. En el mejor caso, si todos los elementos

caen en un solo bucket, el orden sería $O(n \log n)$ debido al algoritmo de ordenamiento utilizado dentro de cada bucket. En el peor caso, si todos los elementos caen en el mismo bucket, el orden sería $O(n^2)$ si se utiliza un algoritmo de ordenamiento cuadrático dentro de cada bucket. En general, BucketSort es útil cuando se trabaja con datos distribuidos uniformemente, como en el ejemplo anterior, pero puede ser menos eficiente si los datos no están uniformemente distribuidos.

Ejercicio 7:

A partir de las siguientes ecuaciones de recurrencia, encontrar la complejidad expresada en $\Theta(n)$ y ordenarlas de forma ascendente respecto a la velocidad de crecimiento. Asumiendo que $T(n)$ es constante para $n \leq 2$. Resolver 3 de ellas con el método maestro completo: $T(n) = a T(n/b) + f(n)$ y otros 3 con el método maestro simplificado: $T(n) = a T(n/b) + n^c$

Si tenemos un algoritmo cuya ecuación de recurrencia es:

$$T(n) = A * T(n / B) + \mathcal{O}(n^C)$$

A: cantidad de llamados recursivos

B: proporción del tamaño original con el que llamamos recursivamente

$\mathcal{O}(n^C)$: el costo de *partir y juntar* (todo lo que no son llamados recursivos)

a. $T(n) = 2T(n/2) + n^4$

$a = 2$, $b = 2$ y $f(n) = n^4$. Entonces, $n^{\log_b(a)} = n^{\log_2(2)} = n$. Como $f(n)$ es del mismo orden que $n^{\log_b(a)}$, la complejidad es $\Theta(n^{\log_b(a)} \log n) = \Theta(n \log n)$.

b. $T(n) = 2T(7n/10) + n$

$a = 2$, $b = 10/7$ y $f(n) = n$. Entonces, $n^{\log_b(a)} = n^{\log_{10/7}(2)} \approx n^{0.643}$. Como $f(n)$ es mayor que $n^{\log_b(a)}$, la complejidad es $\Theta(f(n)) = \Theta(n)$.

c. $T(n) = 16T(n/4) + n^2$

$a = 16$, $b = 4$ y $c = 2$. Entonces, $n^c = n^2$. Como a es del mismo orden que n^c/b^c , la complejidad es $\Theta(n^c \log n) = \Theta(n^2 \log n)$.

d. $T(n) = 7T(n/3) + n^2$

$a = 7$, $b = 3$ y $c = 2$. Entonces, $n^c = n^2$. Como a es mayor que n^c/b^c , la complejidad es $\Theta(a^n) = \Theta(7^n)$

e. $T(n) = 7T(n/2) + n^2$

$a = 7$, $b = 2$ y $f(n) = n^2$. Entonces, $n^{\log_b(a)} = n^{\log_2(7)} \approx n^{2.81}$. Como $f(n)$ es menor que $n^{\log_b(a)}$, la complejidad es $\Theta(n^{\log_b(a)}) = \Theta(n^{2.81})$.

f. $T(n) = 2T(n/4) + \sqrt{n}$

$a = 2$, $b = 4$ y $c = 1/2$. Entonces, $n^c = \sqrt{n}$. Como a es mayor que n^c/b^c , la complejidad es $\Theta(a^n) = \Theta(2^n)$

A tener en cuenta:

1. Usen lápiz y papel primero
2. ~~No se puede utilizar otra Biblioteca mas alla de algo1.py y linkedlist.py~~
3. Hacer una análisis por cada algoritmo implementado del caso mejor, el caso peor y una perspectiva del caso promedio.