

Projeto de Controladores por Alocação de Polos Aplicados a um Sistema de Suspensão Ativa

Orientando: Joacy Mesquita da Silva

Orientadora: Márcia Lissandra Machado Prado

Trabalho de Conclusão de Curso

Curso de Engenharia de Computação

Universidade Estadual de Feira de Santana

joacymsilva@gmail.com, marcia.lissandra@gmail.com

03 de agosto de 2018

- 1 Introdução
- 2 Projeto usando Função de Transferência (FT)
 - Modelagem do Sistema
 - Projeto do Controlador
- 3 Projeto usando Espaço de Estados (EE)
 - Modelagem do Sistema
 - Projeto do Controlador
- 4 Resultados
 - Projeto usando Função de Transferência
 - Teste de Robustez do Controlador $G_c(s)$
 - Projeto usando Espaço de Estados
 - Projeto do Guia de Laboratório do Sistema de Suspensão Ativa da *Quanser*
- 5 Conclusões

- Sistemas de Controle [1], [2].
- Alocação de Polos [1], [3].
- Sistema de Suspensão Ativa [4].
- Objetivo do Trabalho.

Projeto usando Função de Transferência

Função de Transferência: Modelagem do Sistema

- Para o projeto, foi utilizado o Sistema de Suspensão Ativa da *Quanser* [4]. O modelo físico concedido pelo fabricante se encontra na Figura 1.

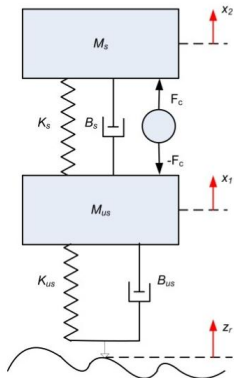


Fig. 1: Modelo para o Sistema de Suspensão Ativa da *Quanser* [4].

Função de Transferência: Modelagem do Sistema

- A modelagem matemática foi possível através da representação do sistema em Equações Diferenciais, as Equações (1) e (2) foram obtidas.

$$\ddot{x}_2 = -g + \frac{F_c}{M_s} + \frac{B_s}{M_s} \dot{x}_1 - \frac{B_s}{M_s} \dot{x}_2 + \frac{K_s}{M_s} x_1 - \frac{K_s}{M_s} x_2 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 = & -g - \frac{F_c}{M_{us}} - \frac{B_s+B_{us}}{M_{us}} \dot{x}_1 + \frac{B_{us}}{M_{us}} \dot{x}_2 + \frac{B_{us}}{M_{us}} \dot{z}_r \\ & - \frac{K_s+K_{us}}{M_{us}} x_1 + \frac{K_s}{M_{us}} x_2 + \frac{K_{us}}{M_{us}} z_r \end{aligned} \quad (2)$$

Função de Transferência: Modelagem do Sistema

- Os valores numéricos atribuídos a cada parâmetro da Figura 1 são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros do Sistema de Suspensão Ativa.

Parâmetro	Valor	Unidade
M_s	2,45	kg
M_{us}	1	kg
K_s	900	N/m
K_{us}	1250	N/m
B_s	7,5	N.s/m
B_{us}	5	N.s/m

Função de Transferência: Modelagem do Sistema

- Foram obtidas duas funções de transferência para o sistema, uma relaciona a saída z_s e a força de controle F_c , chamada de $G_1(s)$, Equação (3), e a outra relaciona a saída z_s e a perturbação z_r , chamada de $G_2(s)$, Equação (4).

$$G_1(s) = \frac{s^2 + 7,5s + 1250}{2,45s^4 + 38,125s^3 + 6205s^2 + 13875s + 1,125 \times 10^6} \quad (3)$$

$$G_2(s) = \frac{37,5s^2 + 13875s + 1,125e06}{2,45s^4 + 38,125s^3 + 6205s^2 + 13875s + 1,125 \times 10^6} \quad (4)$$

Função de Transferência: Modelagem do Sistema

- A Figura 2 nos traz a resposta natural do sistema em Malha Fechada. Por indicação do fabricante, a perturbação z_r é representada por uma onda quadrada de amplitude 0,01 m e frequência 0,3 Hz.

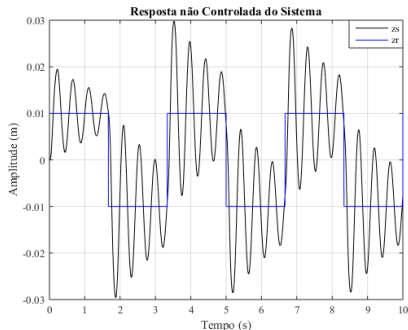


Fig. 2: Resposta do Sistema em Malha Fechada.

Função de Transferência: Projeto do Controlador

- A Equação (5) traz a Função de Transferência do controlador a ser utilizado.

$$G_c(s) = \frac{A_{G_c}s^3 + B_{G_c}s^2 + C_{G_c}s + D_{G_c}}{E_{G_c}s + F_{G_c}} \quad (5)$$

- Esse formato proporcionou a mesma quantidade de equações e de coeficientes de $G_c(s)$, condição necessária para que a alocação de polos seja realizada.

- A equação de malha fechada é representada pela Equação (6).

$$T(s) = G_2(s) \frac{1}{1 + G_1(s)G_c(s)} \quad (6)$$

Função de Transferência: Projeto do Controlador

- Para o projeto utilizando como controlador $G_c(s)$, os polos foram alocados com o intuito de eliminar o efeito dos zeros. Foram alocados polos em:
 - $p_1 = -5$;
 - $p_2 = -120$;
 - $p_3 = -250$;
 - $p_{4,5} = -7, 1720 \pm j28, 6880$.
- Conhecendo os polos, o denominador da função de transferência de malha fechada, $dT(s) = (s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)(s + p_1)(s + p_2)(s + p_3)$, pode ser encontrado.

Função de Transferência: Projeto do Controlador

- Conhecendo o denominador de malha fechada, foi possível encontrar os coeficientes do controlador, através da resolução de um sistema de equações lineares, no formato $Aw = b$.
 - A : matriz composta pelos coeficientes da função de transferência da planta.
 - b : vetor composto pelos coeficientes de $dT(s)$.
 - w : vetor composto pelos coeficientes do controlador, a serem encontrados.

Projeto usando Espaço de Estados

Espaço de Estados: Modelagem do Sistema

- Para o Sistema de Suspensão Ativa, foram definidos como vetor de estados, x , vetor de entrada, u , e vetor de saída, y , os apresentados nas Equações (7), (8), (9) [4].

$$x = \begin{bmatrix} z_s - z_{us} \\ \dot{z}_s \\ z_{us} - z_r \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$u = \begin{bmatrix} \dot{z}_r \\ F_c \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$y = \begin{bmatrix} z_s - z_{us} \\ \ddot{z}_s \end{bmatrix} \quad (9)$$

Espaço de Estados: Modelagem do Sistema

- Através das equações diferenciais que representam o sistema, foi possível calcular as matrizes A , B , C e D . As Equações (10), (11), (12), e (13) trazem essas matrizes.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{K_s}{M_s} & -\frac{B_s}{M_s} & 0 & \frac{B_s}{M_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_s}{M_{us}} & \frac{B_s}{M_{us}} & -\frac{K_{us}}{M_{us}} & -\frac{B_s+B_{us}}{M_{us}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_s} \\ -1 & 0 \\ \frac{B_{us}}{M_{us}} & -\frac{1}{M_{us}} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_s}{M_s} & -\frac{B_s}{M_s} & 0 & \frac{B_s}{M_s} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_s} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Espaço de Estados: Modelagem do Sistema

- Na Figura 4 é apresentado o diagrama de blocos do sistema.

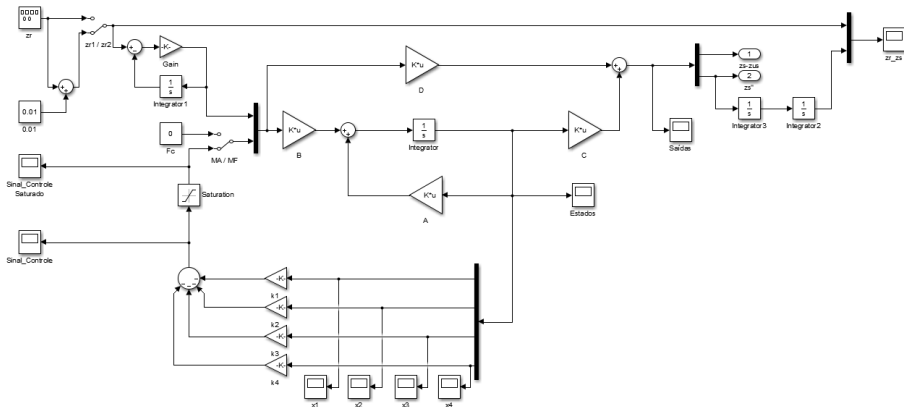


Fig. 4: Diagrama de Blocos do Sistema de Suspensão Ativa.

Espaço de Estados: Modelagem do Sistema

- A Figura 5 apresenta a resposta natural do sistema, considerando z_r variando de $-0,01$ à $0,01\text{m}$.

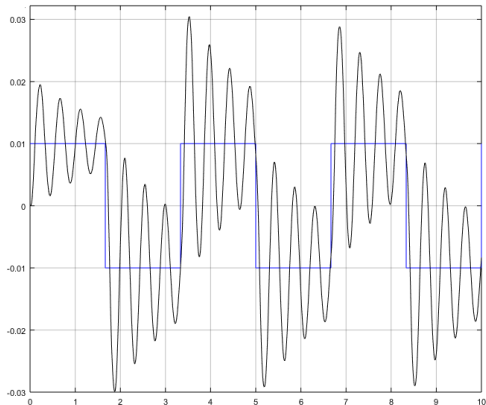


Fig. 5: Resposta Natural do Sistema, z_r de $-0,01$ à $0,01m$.

Espaço de Estados: Modelagem do Sistema

- A Figura 6 apresenta a resposta natural do sistema, considerando z_r variando de 0 à 0,02m.

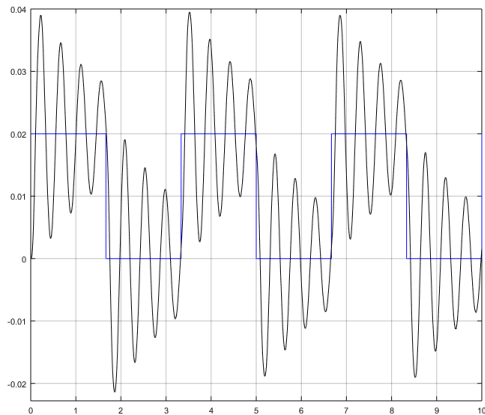


Fig. 6: Resposta Natural do Sistema, z_r de 0 à 0,02m.

- Através das funções *ctrb* e *obsv* do *matlab* foram verificadas a controlabilidade e a observabilidade do sistema, respectivamente.
- Com a utilização da função *eig* do *matlab* foi possível conhecer os autovalores da matriz A , ou seja, os polos do sistema.
- Dois pares de polos complexos em: $p_{1,2} = -0,6087 \pm j14,0644$ e $p_{3,4} = -7,1719 \pm j47,5981$.
- Especificações do projeto
 - Sobrelevação máxima, M_p , de 5%, e o tempo de estabelecimento, t_s , de 0,5 segundos.
 - Par de polos dominantes em $p_{1,2} = -8 \pm j8,3895$.
 - O outro par de polos foi escolhido em $p_{3,4} = -9,9596 \pm j35,2870$.

- Para encontrar a matriz de ganho K através da fórmula de Ackermann, foi utilizada a função *acker* do *matlab*.
- A Equação (14) apresenta a matriz K encontrada no projeto.

$$K = \begin{bmatrix} -545,9043 & 38,4895 & 45,0246 & -4,6480 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Resultados: Projeto usando FT

Função de Transferência: Resultados

- A Figura 7 mostra a resposta do sistema com a ação do controlador.

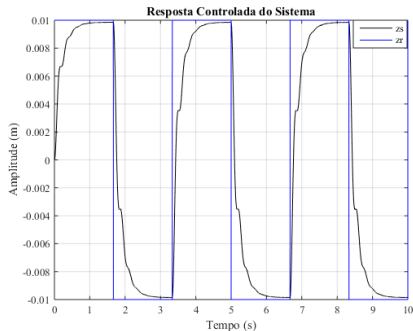


Fig. 7: Resposta do Sistema com Controlador.

Função de Transferência: Resultados

- A Figura 8 apresenta o Sinal de Controle resultante da ação de $G_c(s)$.

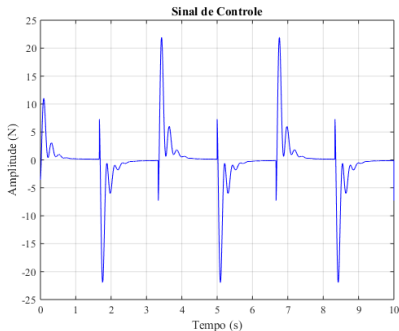


Fig. 8: Sinal de Controle do Sistema.

Função de Transferência: Resultados

Teste de Robustez do Controlador $G_c(s)$

- No primeiro caso foram levadas em consideração as variações de K_s e K_{us} em 3%, e de B_s e B_{us} em 10%.
- Para as simulações, foram utilizados 7 valores do intervalo de cada parâmetro que sofreu variação, totalizando 2401 iterações.

Função de Transferência: Resultados

Teste de Robustez do Controlador $G_c(s)$

- A Figura 9 traz as várias respostas do Sistema, sem a presença do controlador, com variação dos parâmetros, em Malha Fechada.

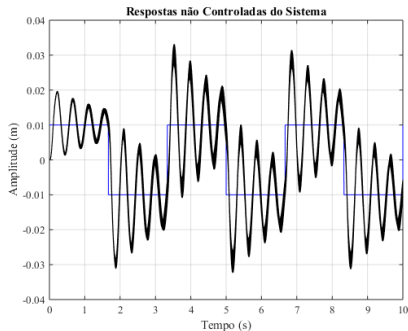


Fig. 9: Respostas não Controladas do Sistema com variação de K_s e K_{us} em 3%, e B_s e B_{us} em 10%.

Função de Transferência: Resultados

Teste de Robustez do Controlador $G_c(s)$

- A Figura 10 apresenta as respostas do Sistema, com a ação do controlador $G_c(s)$.

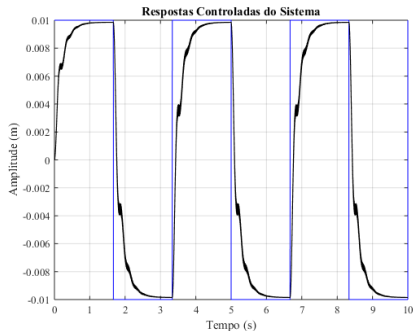


Fig. 10: Respostas Controladas do Sistema com variação de K_s e K_{us} em 3%, e B_s e B_{us} em 10%.

Função de Transferência: Resultados

Teste de Robustez do Controlador $G_c(s)$

- A Figura 11 mostra os vários Sinais de Controle resultantes da ação de $G_c(s)$ e a variação de parâmetros da planta.

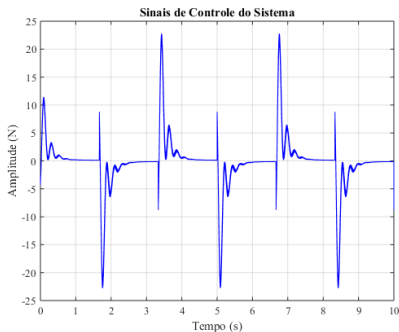


Fig. 11: Sinais de Controle do Sistema com variação de K_s e K_{us} em 3%, e B_s e B_{us} em 10%.

Função de Transferência: Resultados

Teste de Robustez do Controlador $G_c(s)$

- No segundo caso foram levadas em consideração as variações de K_s e K_{us} em 5%, e de B_s e B_{us} em 10%.
- Para as simulações, foram utilizados 7 valores do intervalo de cada parâmetro que sofreu variação, totalizando 2401 iterações.

Função de Transferência: Resultados

Teste de Robustez do Controlador $G_c(s)$

- A Figura 12 traz as várias respostas do Sistema, sem a presença do controlador, com variação dos parâmetros, em Malha Fechada.

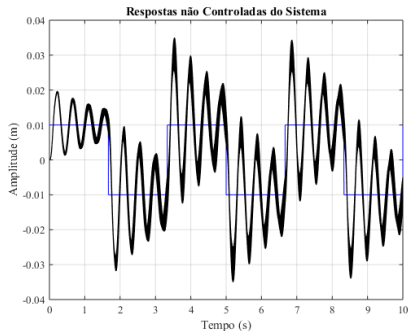


Fig. 12: Respostas não Controladas do Sistema com variação de K_s e K_{us} em 5%, e B_s e B_{us} em 10%.

Função de Transferência: Resultados

Teste de Robustez do Controlador $G_c(s)$

- A Figura 13 apresenta as respostas do Sistema, com a ação do controlador $G_c(s)$.

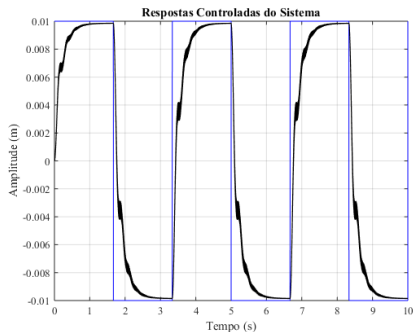


Fig. 13: Respostas Controladas do Sistema com variação de K_s e K_{us} em 5%, e B_s e B_{us} em 10%.

Função de Transferência: Resultados

Teste de Robustez do Controlador $G_c(s)$

- A Figura 14 mostra os vários Sinais de Controle resultantes da ação de $G_c(s)$ e a variação de parâmetros da planta.

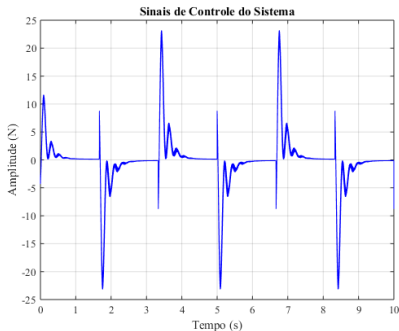


Fig. 14: Sinais de Controle do Sistema com variação de K_s e K_{us} em 5%, e B_s e B_{us} em 10%.

Resultados: Projeto usando EE

Espaço de Estados: Resultados

- A Figura 15 apresenta a resposta controlada do sistema, considerando z_r de $-0,01$ a $0,01$ m.

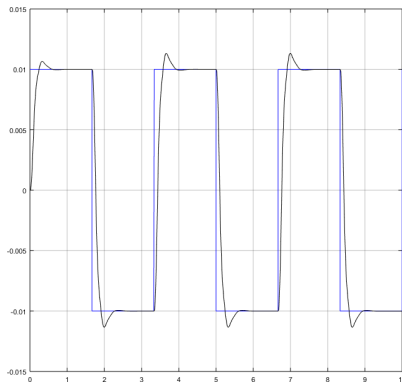


Fig. 15: Resposta Controlada do Sistema, z_r de $-0,01$ à $0,01$ m.

- A Figura 16 mostra o esforço de controle para alocar os polos nas posições desejadas, considerando z_r de $-0,01$ a $0,01\text{m}$.

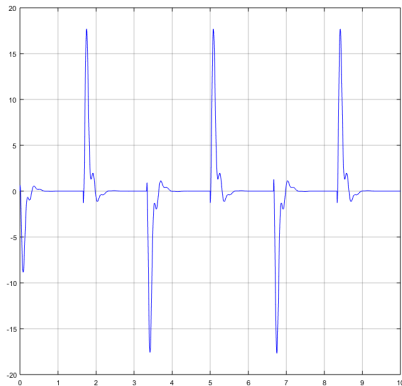


Fig. 16: Sinal de Controle do Sistema, z_r de $-0,01$ à $0,01\text{m}$.

Espaço de Estados: Resultados

- A Figura 17 apresenta a resposta controlada do sistema, considerando z_r de 0 a 0,02m.

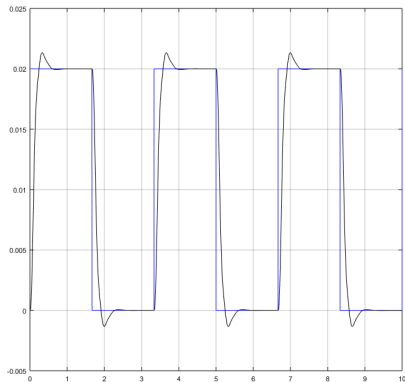


Fig. 17: Resposta Controlada do Sistema, z_r de 0 à 0,02m.

Espaço de Estados: Resultados

- A Figura 18 mostra o esforço de controle para alocar os polos nas posições desejadas, considerando z_r de 0 a 0,02m.

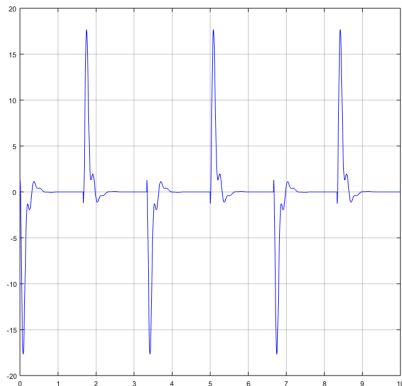


Fig. 18: Sinal de Controle do Sistema, z_r de 0 à 0,02m.

Espaço de Estados: Resultados

Projeto do Guia de Laboratório do Sistema de Suspensão Ativa da *Quanser*

- Na Guia de Laboratório do Sistema de Suspensão Ativa, fornecido pela *Quanser*, há o projeto de um controlador por realimentação de estados. Nesse projeto é encontrada uma matriz de ganho $K = \begin{bmatrix} 24,66 & 48,87 & -0,47 & 3,68 \end{bmatrix}$ [4].

Espaço de Estados: Resultados

Projeto do Guia de Laboratório do Sistema de Suspensão Ativa da *Quanser*

- A Figura 19 apresenta a resposta controlada do sistema, considerando z_r de $-0,01$ à $0,01$ m.

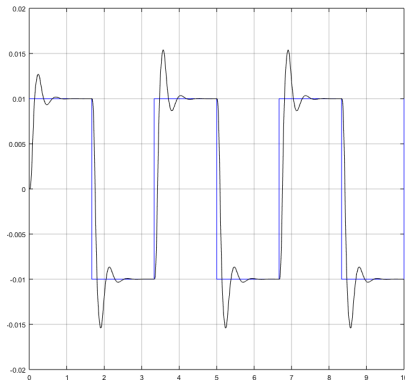


Fig. 19: Resposta Controlada do Sistema, z_r de $-0,01$ à $0,01$ m.

Espaço de Estados: Resultados

Projeto do Guia de Laboratório do Sistema de Suspensão Ativa da *Quanser*

- A Figura 20 mostra o esforço de controle do sistema, considerando z_r de $-0,01$ à $0,01\text{m}$.

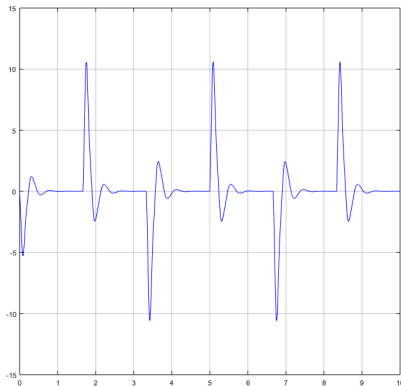


Fig. 20: Sinal de Controle do Sistema, z_r de $-0,01$ à $0,01\text{m}$.

Projeto do Guia de Laboratório do Sistema de Suspensão Ativa da *Quanser*

-

◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡

Projeto do Guia de Laboratório do Sistema de Suspensão Ativa da *Quanser*

-
- The graph displays a periodic signal with a period of approximately 3.3 units. The signal is zero for most of the cycle, with sharp positive and negative spikes. The positive spikes reach a maximum value of about 10.5, and the negative spikes reach a minimum value of about -10.5. The x-axis is labeled from 0 to 10, and the y-axis is labeled from -15 to 15.

◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡





- A Tabela 2 apresenta os valores de sobrelevação máxima, tempo de estabelecimento e de esforço de controle apresentados pelos projetos.

Tabela 2: Dados de M_p , t_s e Sinal de Controle dos projetos.

Projeto	M_p (%)	t_s (s)	Máx. Sin. de Cont. ($ N $)
Função de Transferência	0	0,75	23
Espaço de Estados	7,5	0,4	18
Guia da <i>Quanser</i>	25,4	0,525	11

Conclusões

- Projeto usando Função de Transferência
 - Foram feitas tentativas de aplicar a Análise Intervalar Modal para efetuar o projeto de controladores robustos, mas não foram obtidos resultados satisfatórios.
- Projeto usando Espaço de Estados
 - Comparando com os resultados alcançados no manual da *Quanser*.
 - Foram obtidos menores valores para o M_p e para o t_s no projeto desenvolvido neste trabalho.
 - O controlador obtido no manual da *Quanser* apresentou esforço de controle menor.
- Trabalhos futuros
 - Projeto de controladores robustos via programação alvo.
 - Implementação prática do controlador no sistema real.

-  K. Ogata, *Engenharia de Controle Moderno*, 5th ed. São Paulo: Prentice Hall, 2010.
-  N. S. Nise, *Engenharia de Sistemas de Controle*, 5th ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
-  M. L. M. Prado and A. L. Maitelli, “Controle robusto por alocação de pólos aplicado a um sistema de dois tanques,” *XIX Congresso Brasileiro de Automática, 2012, Campina Grande*, vol. 1, pp. 5479–5486, 2012.
-  Quanser, *Active Suspension Laboratory Guide*. EUA: Quanser, 2013.

Projeto de Controladores por Alocação de Polos Aplicados a um Sistema de Suspensão Ativa

Orientando: Joacy Mesquita da Silva
Orientadora: Márcia Lissandra Machado Prado

Trabalho de Conclusão de Curso
Curso de Engenharia de Computação
Universidade Estadual de Feira de Santana

joacymsilva@gmail.com, marcia.lissandra@gmail.com

03 de agosto de 2018