

CURSO DE

# **FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS**

## PARTE 1

---

# INTRODUCCIÓN

¿Qué son las matemáticas?

Operaciones básicas

Operaciones adicionales

Simbología utilizada

# Operaciones básicas

Suma



Conmutativa

Resta



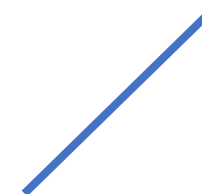
No conmutativa

Multiplicación



Conmutativa

División



**Propiedades de las operaciones y que una es inversa a la otra**



# Propiedades de los signos

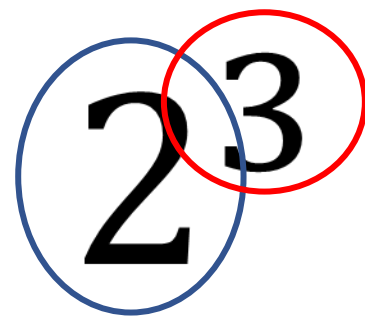


# Potenciación y sus propiedades

$$2 * 3 = 6 \longrightarrow 2 + 2 + 2 = 6$$

$$2^3 = 8 \longrightarrow 2 * 2 * 2 = 8$$

$$2 + 2 + 2 + 2 = 8$$



Exponente

Índice

Potencia

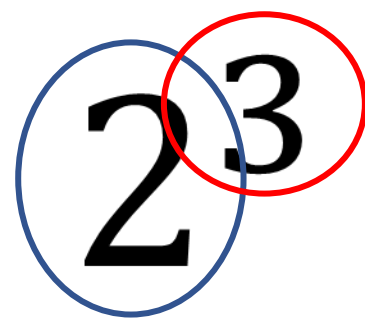
Base

# Potenciación y sus propiedades

$$2 * 3 = 6 \longrightarrow 2 + 2 + 2 = 6$$

$$2^3 = 8 \longrightarrow 2 * 2 * 2 = 8$$

$$2 + 2 + 2 + 2 = 8$$



Exponente

Índice

Potencia

Base

~~Commutativa~~

# **Radicación y sus propiedades**





# Orden de operaciones

22

$$2 * 5 + 2 * 4 - 8 + 4 \div 2 = 26$$

9



# Orden de operaciones

Paréntesis y corchetes



Exponentes



Multiplicación y división



Adición y sustracción

# Orden de operaciones

$$(3 + 6) * 2 =$$

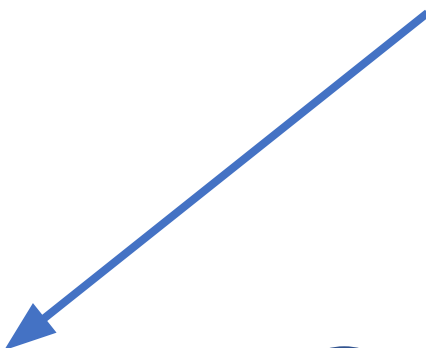
$$(3 + 2^2) * 2 =$$

$$20 + 12/2 =$$

$$4 * 8 / 2 =$$

# Factorización

$$5 * 4 = 20$$


$$20 = \textcircled{5} * \textcircled{4}$$

Factores

$$24 = \begin{array}{l} 8 * 3 \\ 6 * 4 \\ 12 * 2 \end{array}$$

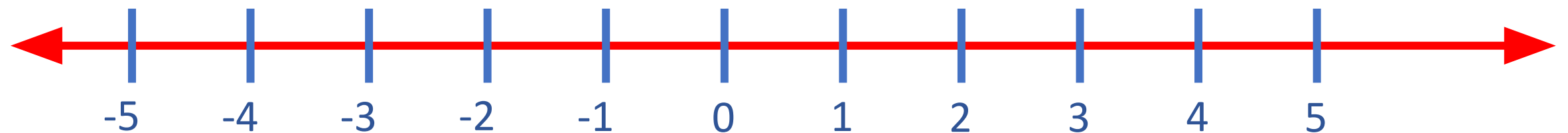
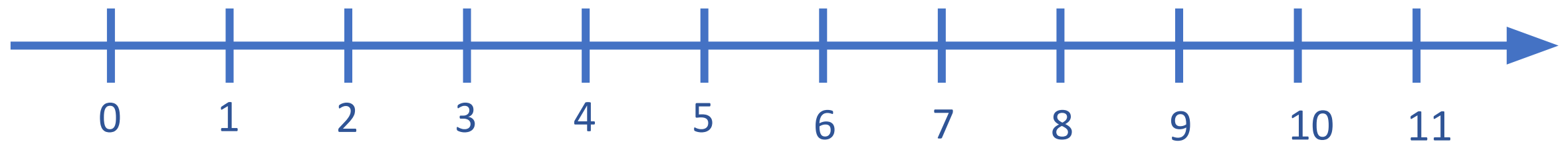
# Factorización en números primos

11       $11/2$     $11/3$     $11/4$     $11/5$

2,3,5,7,11,13,17,19

4,6,8,10,12,14,15,16,18

# Recta numérica



$$3 < 4$$

$$5 > 3$$

$$-3 < -4$$

$$-5 < -3$$

## PARTE 2

---

# PRINCIPIOS DEL ÁLGEBRA

¿Qué es una ecuación ?

¿Qué es el valor posicional?

Operaciones básicas

Operaciones adicionales

# Principios del álgebra

$$3 + 5 - 2^4 = ?$$

$$3 + 5 - 2^4 = x$$

*Variable*  
*Varia*  
*Desconocido*

Ecuación

$$3 + 5 - 2^4 = x$$

“Igualdad entre dos expresiones que contiene una o más variables.”



# Reglas básicas

$$1 + 2 = x$$

$$x = 3$$

$$3 + 2 = x$$

$$x = 5$$

$$12/2 = x$$

$$4 + 2 = x$$

$$x + x = 4 \quad 3 + 1??$$

$$x + y = 4 \quad 2 + 2??$$

$$\frac{x^2 - x + 5}{3 - x} + \frac{x^4 - 3x + 5}{x} = x$$

# Simbología

Suma



Resta



División



Multiplicación



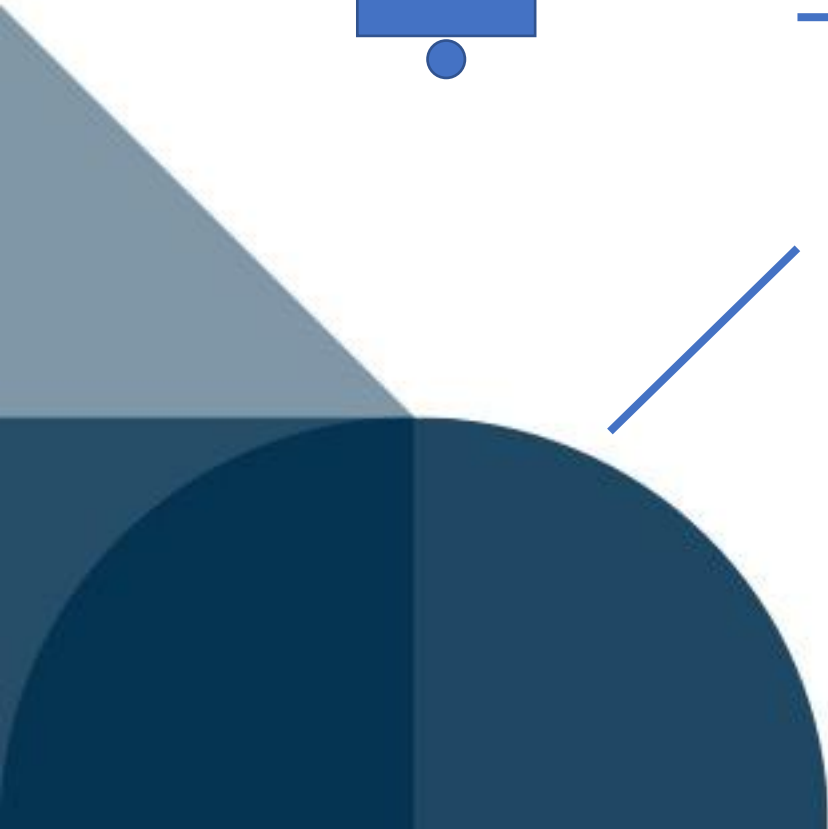
$3 * x$

$(3)(x)$

$3. x$

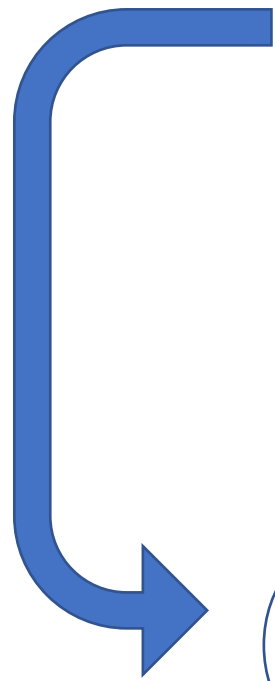
$3x$

$3 X x$



# Solucionando ecuaciones

$$\frac{2 + x}{3} = 4 + 5$$



$$x = 3(4 + 5) - 2$$

# Propiedades de las ecuaciones

$$a = b \quad b = c \quad c = a$$

$$1 + 2 = 3 \quad 3 = 4 - 1 \quad 1 + 2 = 4 - 1$$

$$a = b \quad a + x = b + x \quad a - x = b - x$$

$$1 + 2 = 3 \quad 1 + 2 + 2 = 3 + 2 \quad 1 + 2 - 1 = 3 - 1$$

$$a = b \quad a \cdot x = b \cdot x \quad a/x = b/x$$

$$1 + 2 = 3 \quad (1 + 2)2 = 3(2) \quad (1 + 2)/3 = 3/3$$

# Solucionemos nuestras primeras ecuaciones

$$x + 3 = 5 + 2$$

$$y - 4 = 8$$

$$4 - z = 9$$

$$x - \frac{2}{3} = 9$$

# Solucionemos nuestras primeras ecuaciones

$$4x = 16$$

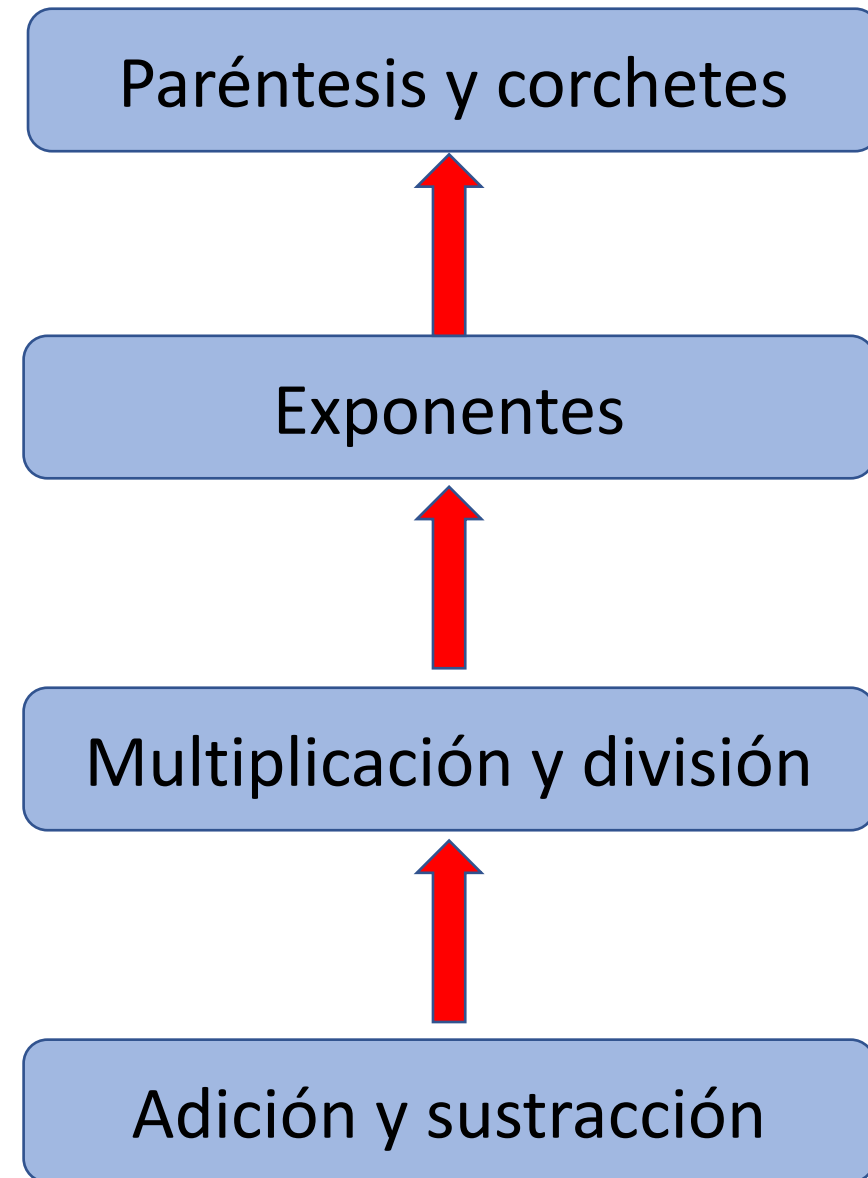
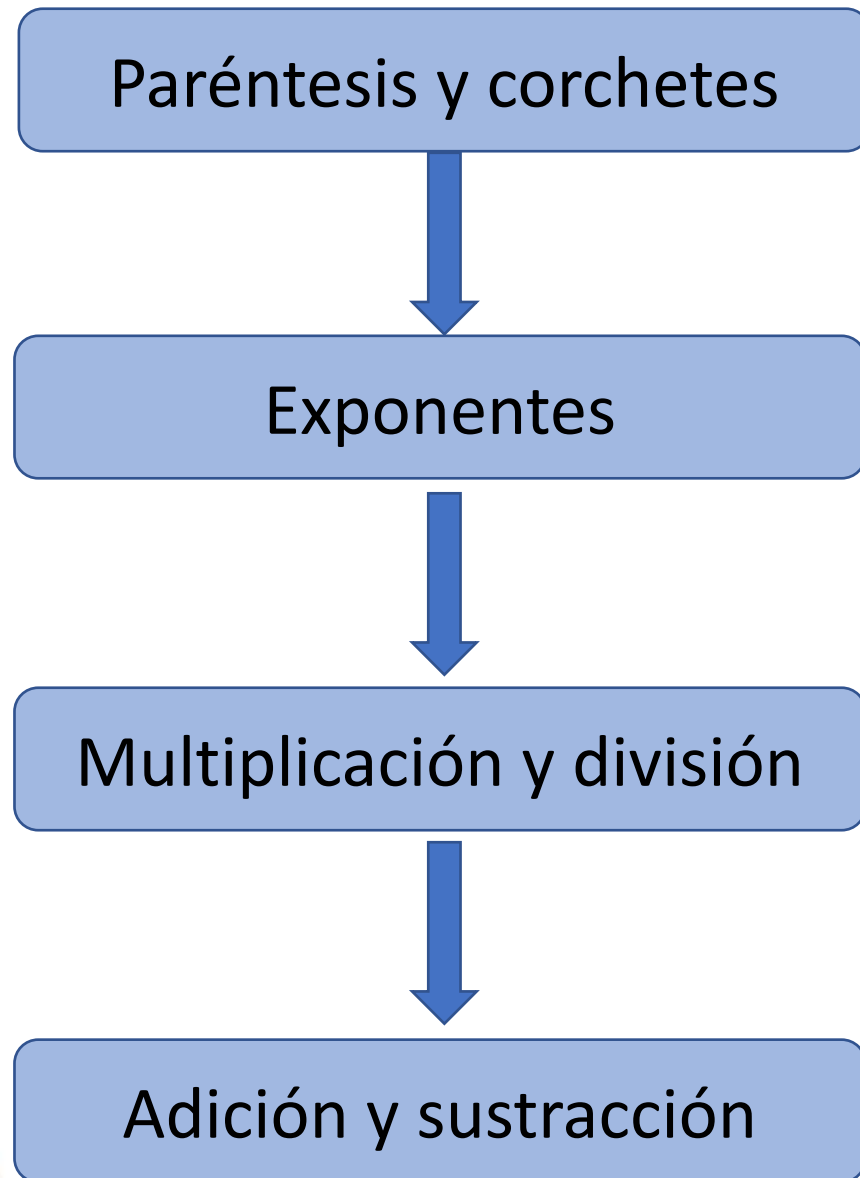
$$y/4 = 12$$

$$4 - z = 9$$

$$a - \frac{2}{3} = 9$$

$$\frac{2}{x} = 9$$

# Orden de solución



# Propiedades de los signos





PARTE 2

---

# ECUACIONES

SDNSDNSAKD

# Monomios/Polinomios

Reducción de polinomios

Multiplicación de monomios

Multiplicación de polinomios

División de monomios

División de polinomios entre monomios

PARTE 2

---

# FUNCIONES

SDNSDNSAKD

# Conjunto de números



## PARTE 2

---

# GRÁFICAS

¿Qué es la aritmética?

¿Qué es el valor posicional?

Operaciones básicas

Operaciones adicionales

# Qué es el plano cartesiano?



$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{Adj} (A^t)$$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 1$$

$$A^t = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Adj} (A^t) = \begin{vmatrix} ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{vmatrix}$$

MATRICES

---

# Factorización LU

Conoceremos un método de factorización entre matrices que nos facilitara el desarrollo de ecuaciones de la forma  $Ax=b$



$$Ax = b$$

$$A = LU$$

$$L = \left[ \begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 4 & 6 & -1 \end{array} \right]$$

$$U = \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & \\ 0 & 1 & 3 & \\ 0 & 0 & 7 & \end{array} \right]$$

$$LUx = b$$

$$Ux = y$$

$$Ly = b$$

Suma de múltiplos con otras filas

**No** multiplicación por escalar en renglón

# Ejercicio

Resolvamos el siguiente sistema

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & -1 & 2 \\ \hline 2 & 1 & 0 \\ \hline 3 & 1 & 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline y \\ \hline z \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline 7 \\ \hline 18 \\ \hline \end{array}$$

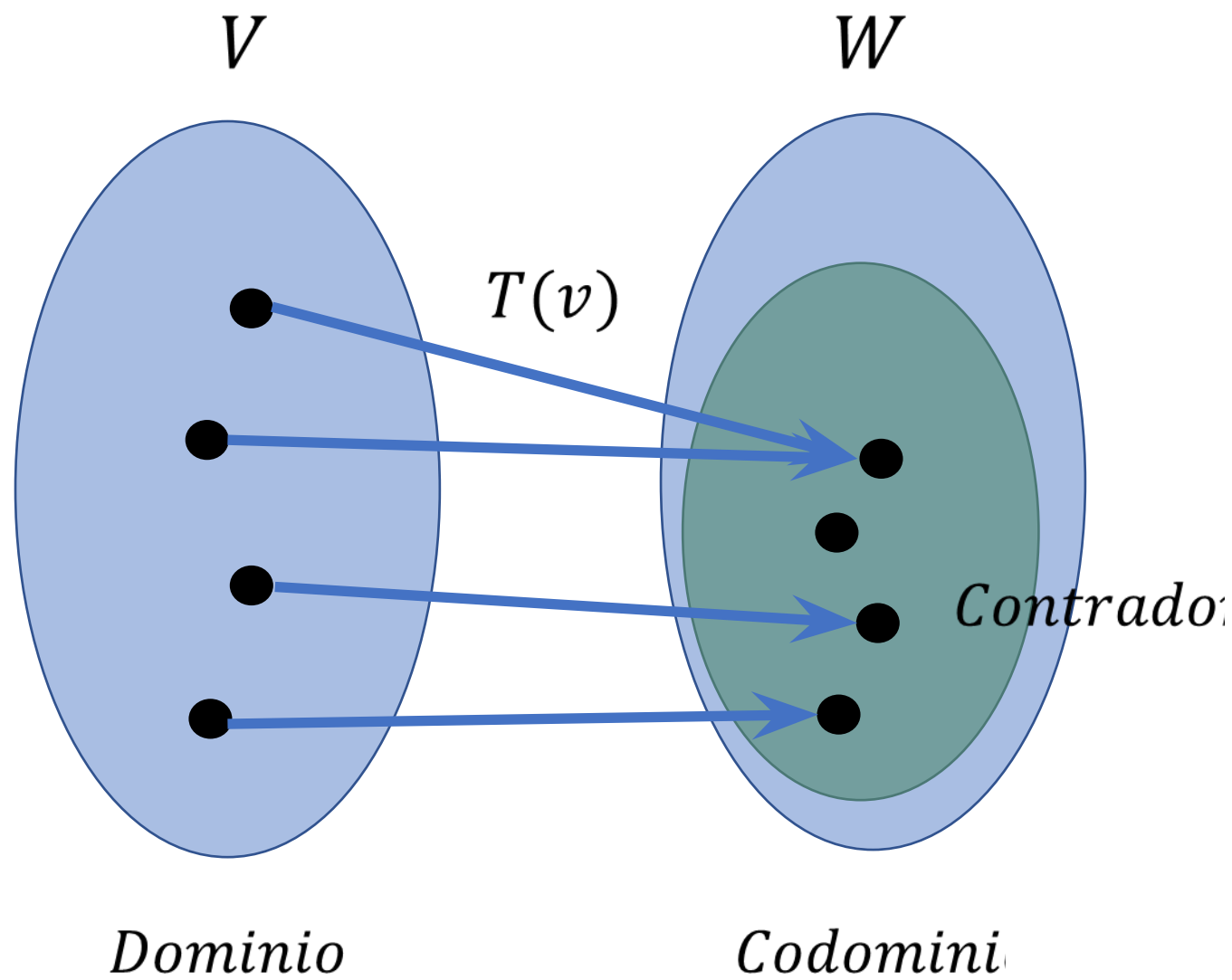
PARTE 4

---

# TRANSFORMACIONES LINEALES

Conoceremos una de las aplicaciones mas interesantes del algebra lineal.

# Transformaciones lineales



$$f(x) = y$$

$$T: V \rightarrow W$$

$$T(v) = w$$

$$v \in V$$

$$w \in W$$

$$T(u + v) = T(u) + T(v)$$

$$T(\alpha \cdot v) = \alpha T(v)$$

# Ejercicio

$$T(x, y, z) = (x - y + z, x + y - z)$$

Es  $T$  una transformación? Cual es su dominio y su codominio?

Cuál es la imagen de los vectores  $(1, -2, 3)$   $(1, 2, -3)$   $(1, 0, 5)$

Cuál es la Matriz de transformación

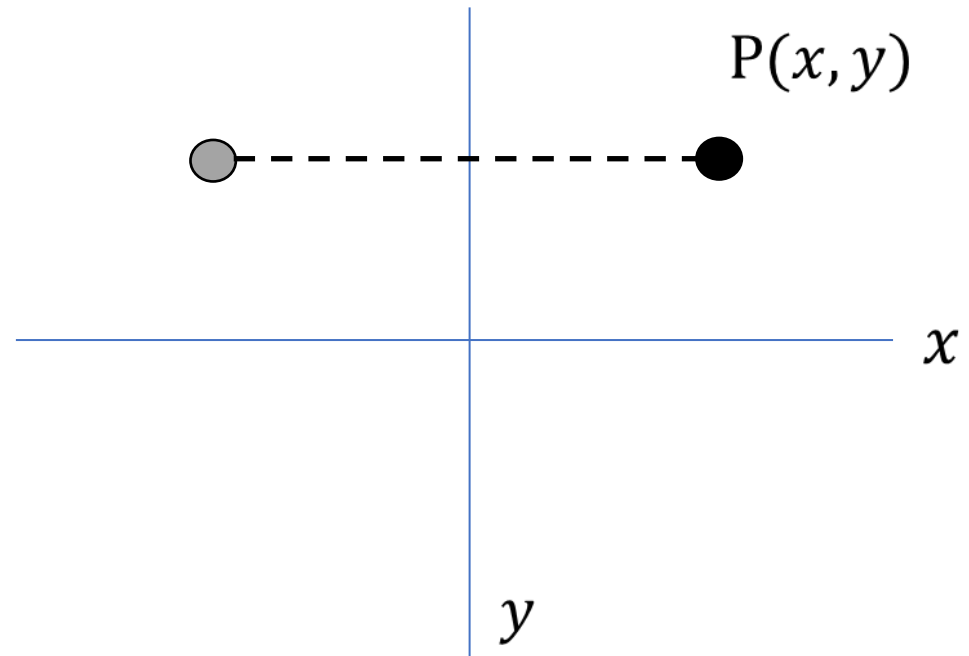
## TRANSFORMACIONES LINEALES

---

# Reflexiones

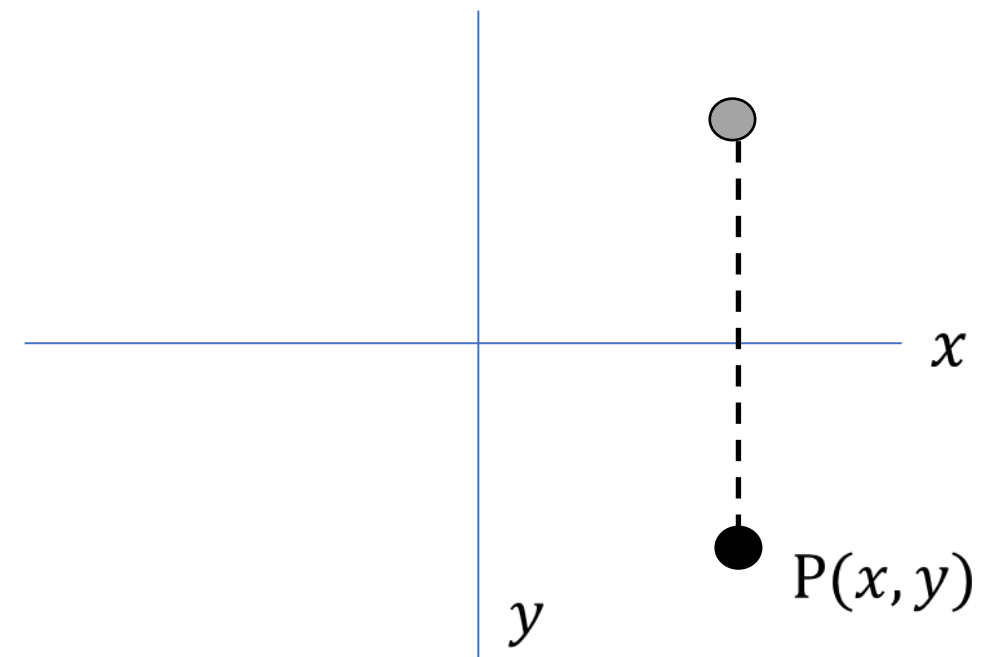
Aprenderemos a reflejar un punto con respecto a los ejes principales y al origen

$$Ry(x, y) = (-x, y)$$



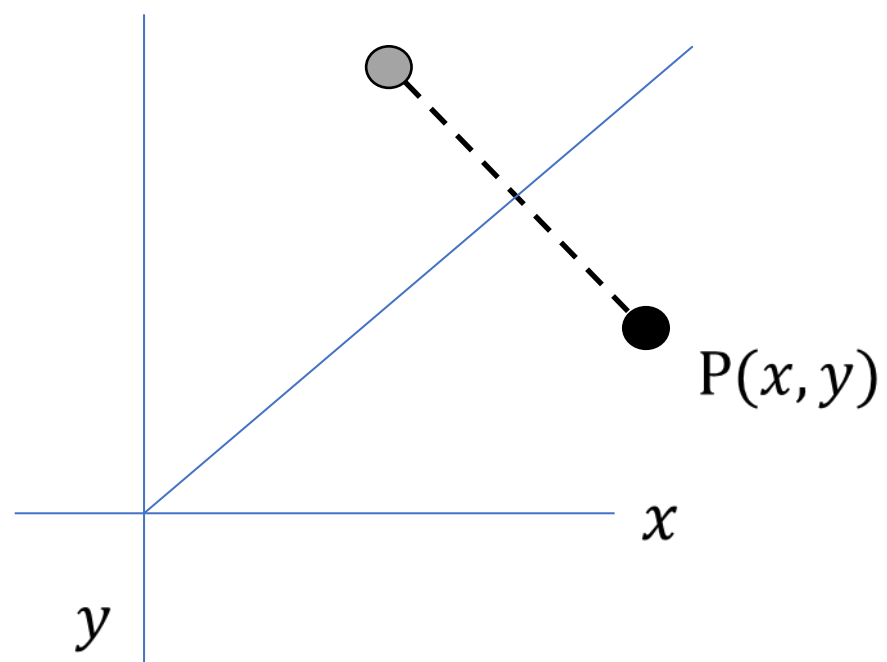
$$\text{Eje } x \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$Rx(x, y) = (x, -y)$$



$$\text{Eje } y \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$Rd(x, y) = (y, x)$$



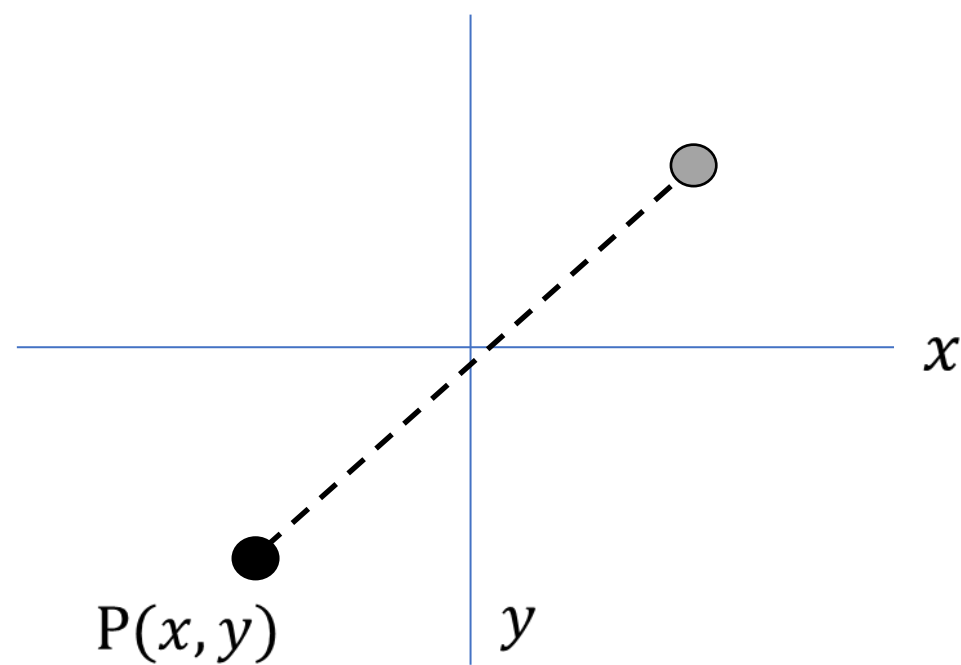
Diagonal

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Origen

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$Ro(x, y) = (-x, -y)$$



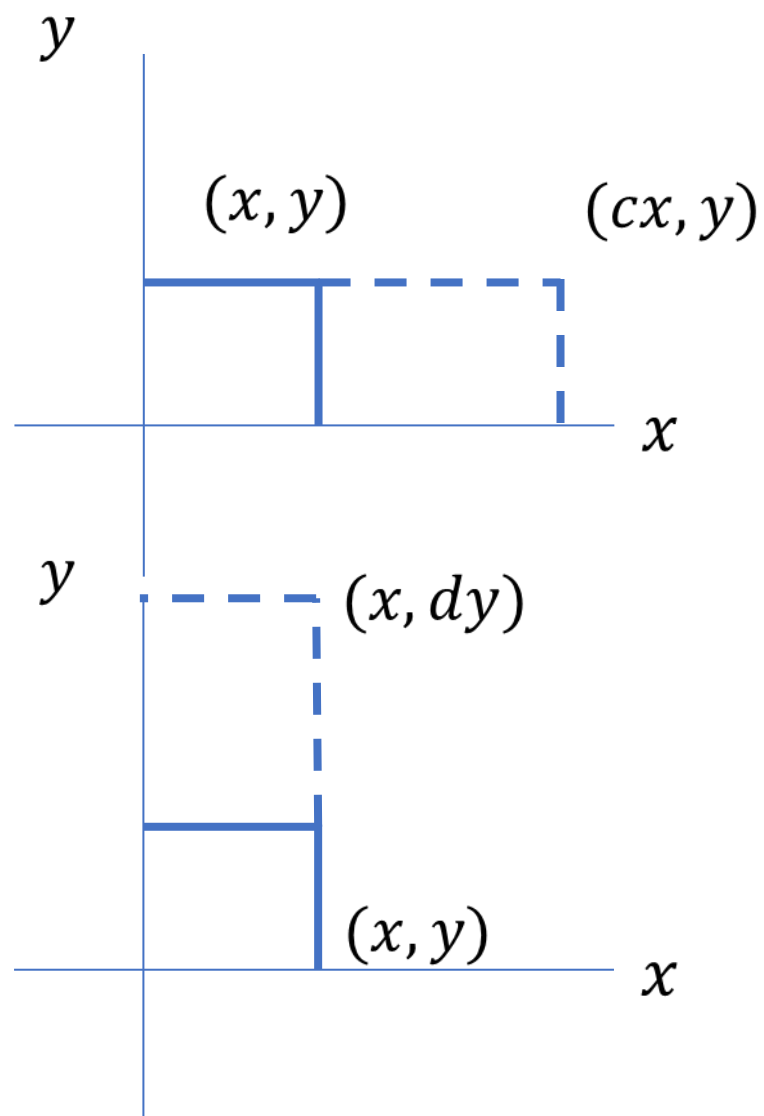


TRANSFORMACIONES LINEALES

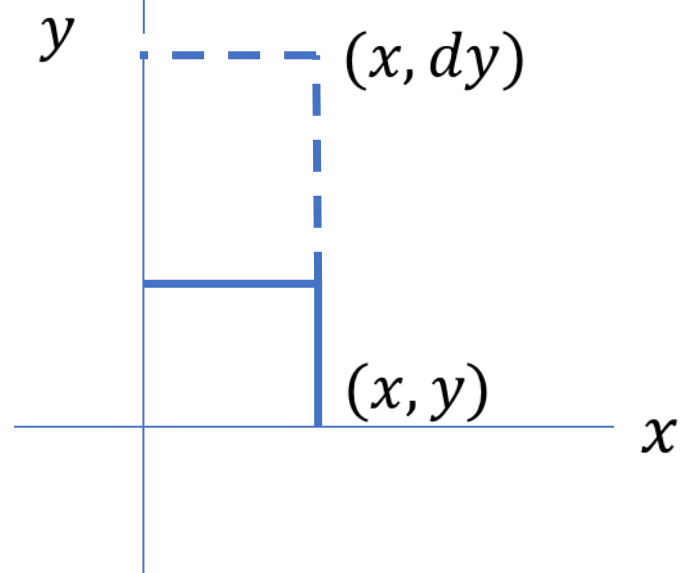
---

# Compresiones y expansiones

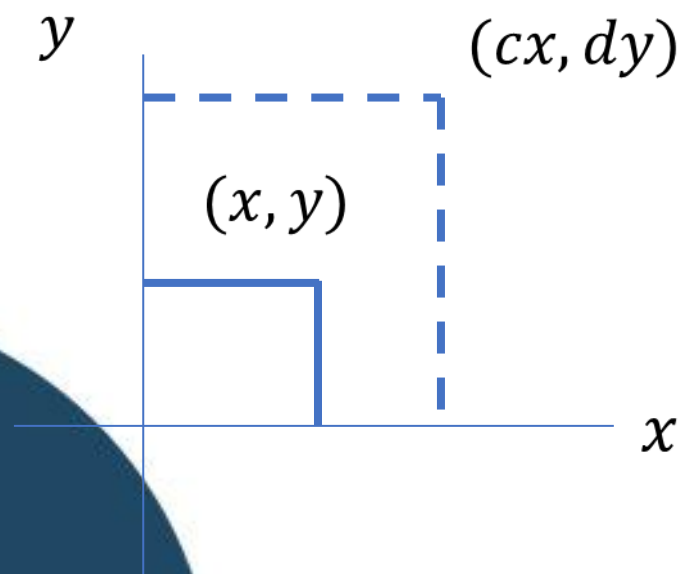
Aprenderemos a comprimir y expandir planos a lo largo de los ejes coordenados.



Matriz de transformación  
escalamiento eje x

$$\begin{vmatrix} c & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$


Matriz de transformación  
escalamiento eje y

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & d \end{vmatrix}$$


Matriz de transformación  
escalamiento eje x , y

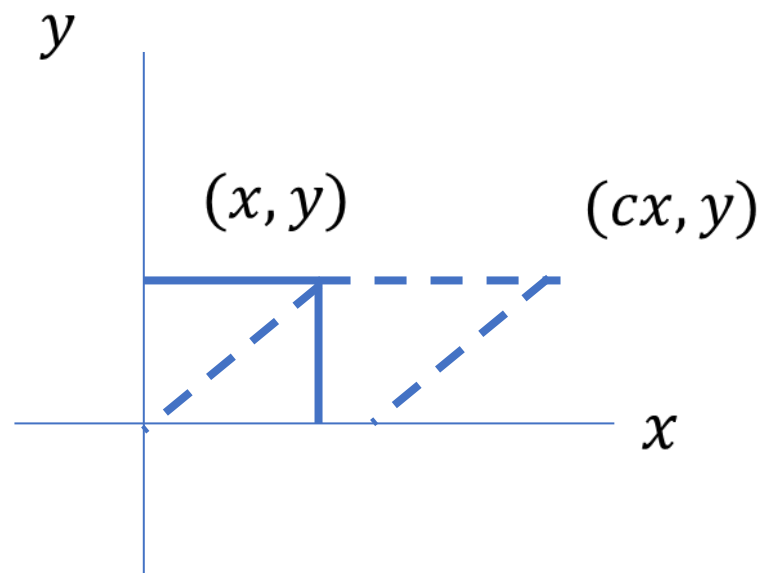
$$\begin{vmatrix} c & 0 \\ 0 & d \end{vmatrix}$$

TRANSFORMACIONES LINEALES

---

# Cortes o deslizamientos

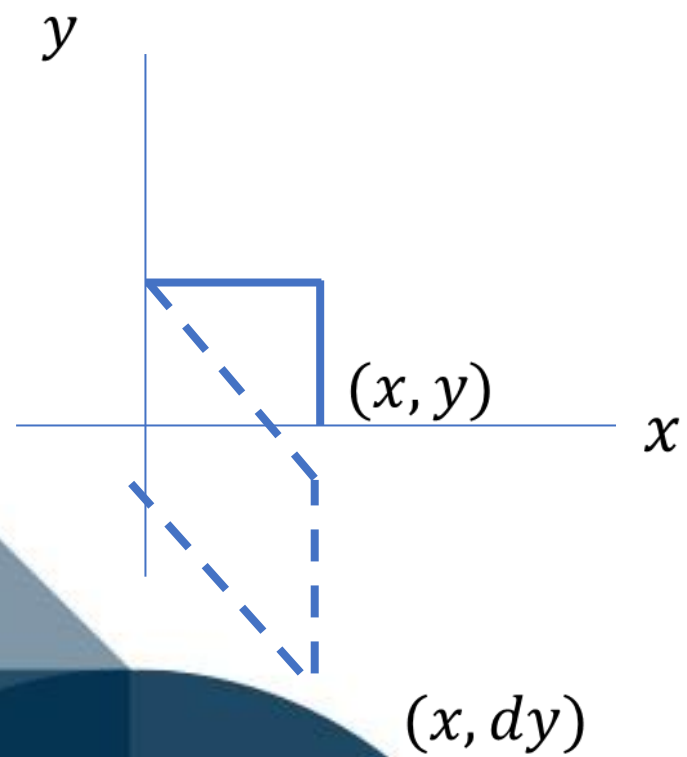
Aprenderemos a hacer cortes o deslizamientos a lo largo de los ejes coordenados



$$S_x(x, y) = (x + cy, y)$$

Matriz de transformación  
escalamiento eje x

$$\begin{vmatrix} 1 & c \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$



$$S_x(x, y) = (x, y + cx)$$

Matriz de transformación  
escalamiento eje y

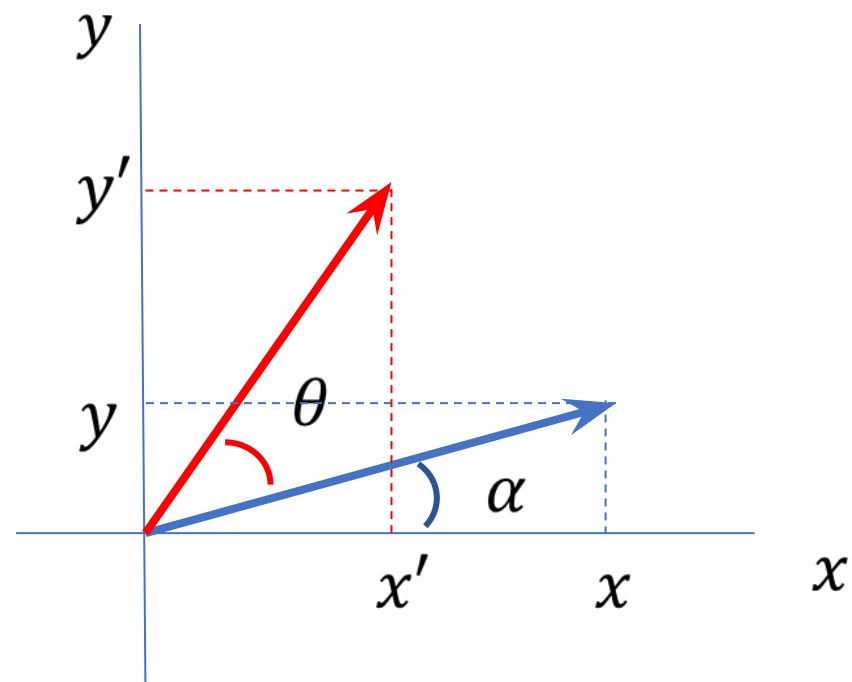
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ c & 1 \end{vmatrix}$$

## TRANSFORMACIONES LINEALES

---

# Rotaciones

Aprenderemos a girar vectores en un ángulo determinado y en sentido contrario a las manecillas del reloj



$$x = r \cos \alpha$$

$$y = r \sin \alpha$$

$$x' = r \cos(\alpha + \theta)$$

$$y' = r \sin(\alpha + \theta)$$

$$x' = r \cos \alpha \cos \theta - r \sin \alpha \sin \theta$$

$$y' = r \sin \alpha \cos \theta + r \cos \alpha \sin \theta$$

$$x' = x \cos \theta - y \sin \theta$$

$$y' = y \cos \theta - x \sin \theta$$

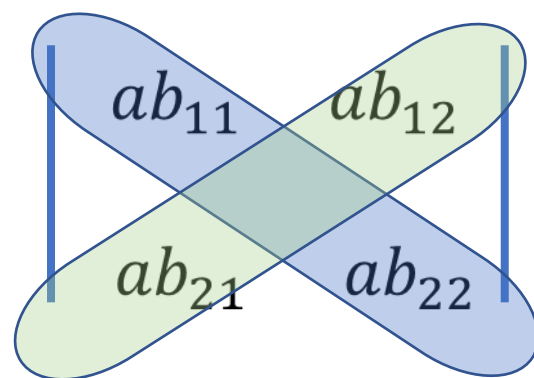
$$\begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x' \\ y' \end{vmatrix}$$

## PARTE 5

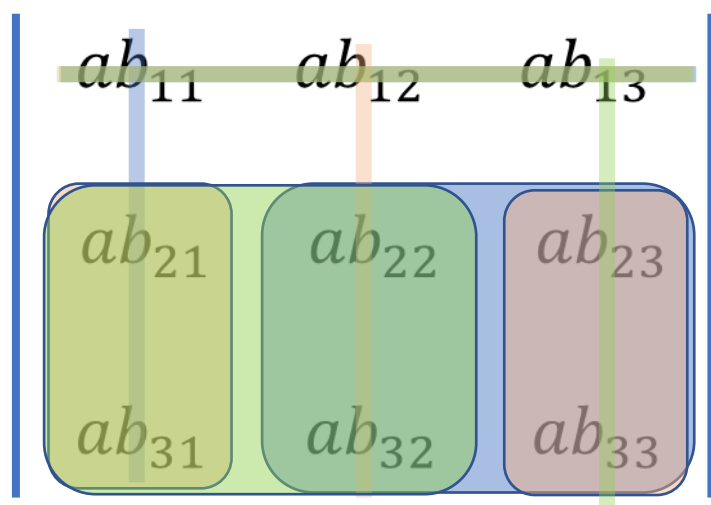
---

# DETERMINANTES

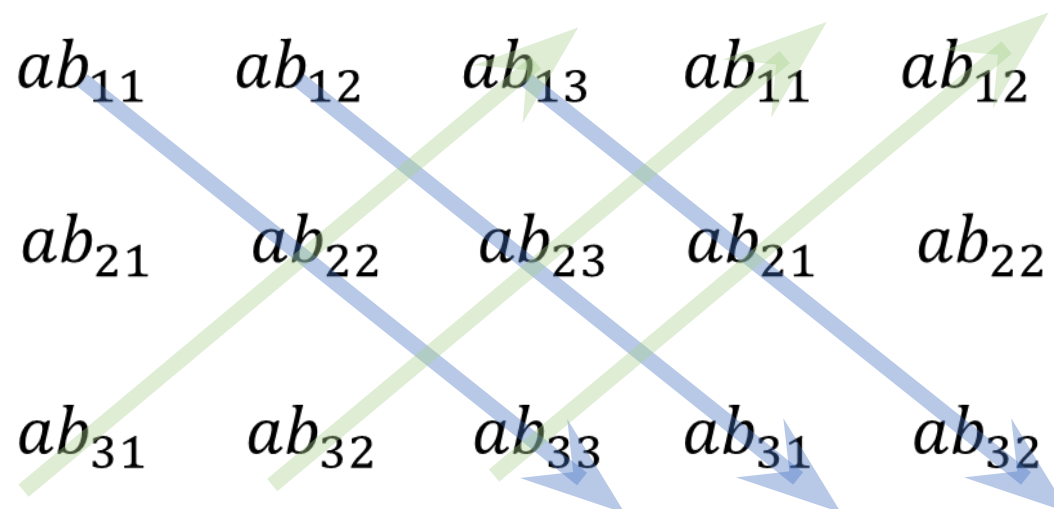
Conoceremos diferentes formas para hallar los determinantes, así como su interpretación geométrica y ejercicios con aplicaciones



$$|A| = (ab_{11} * ab_{22}) - (ab_{21} * ab_{12})$$



$$|A| = ab_{11} \boxed{\phantom{00}} - ab_{12} \boxed{\phantom{00}} + ab_{13} \boxed{\phantom{00}}$$



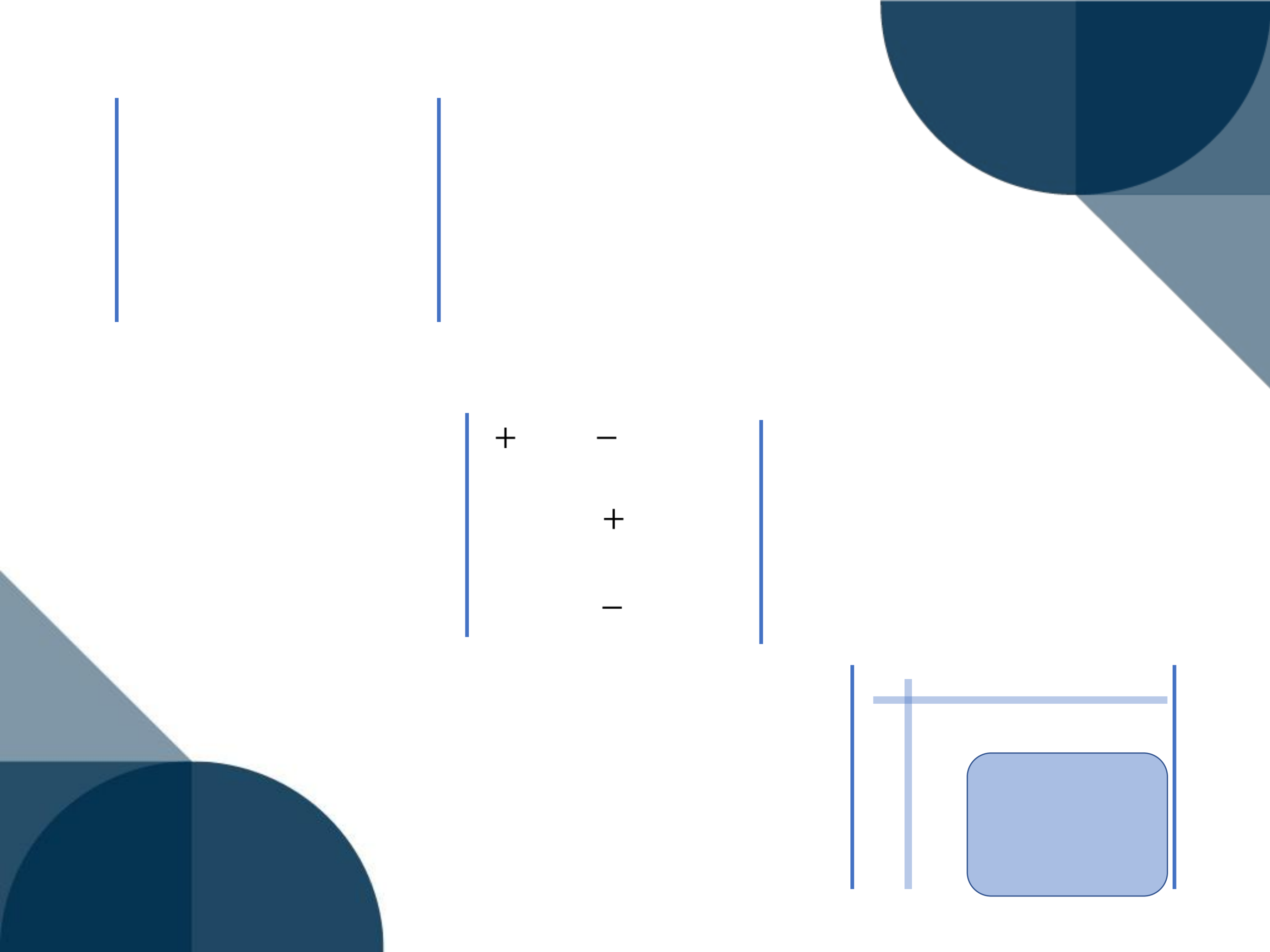


MATRICES

---

# Desarrollo por cofactores

Aprenderemos un método efectivo y que nos puede ahorrar muchos cálculos a la hora de encontrar el determinante.



+

-

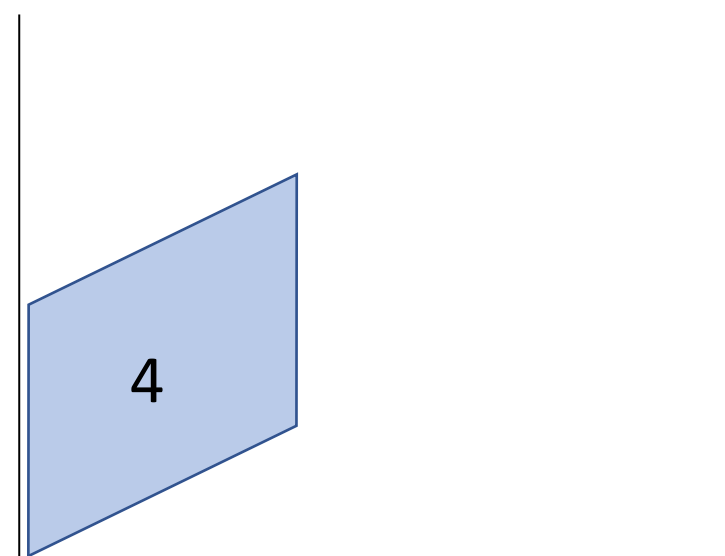
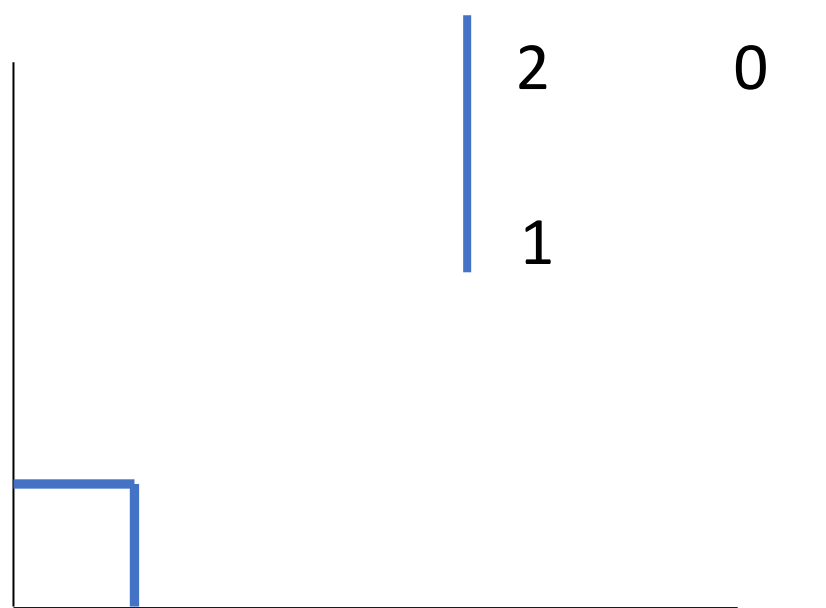
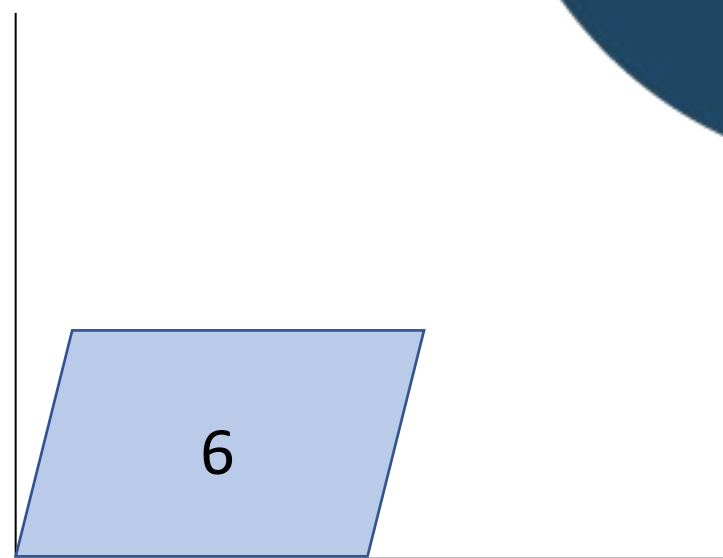
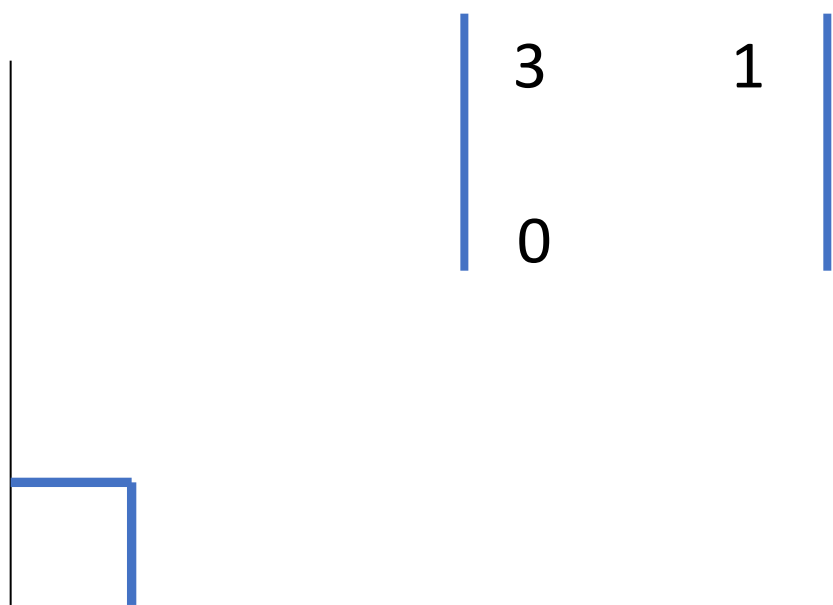
+

-

MATRICES

# Geometría y propiedades del determinante

Aprenderemos un método efectivo y que nos puede ahorrar muchos cálculos a la hora de encontrar el determinante.



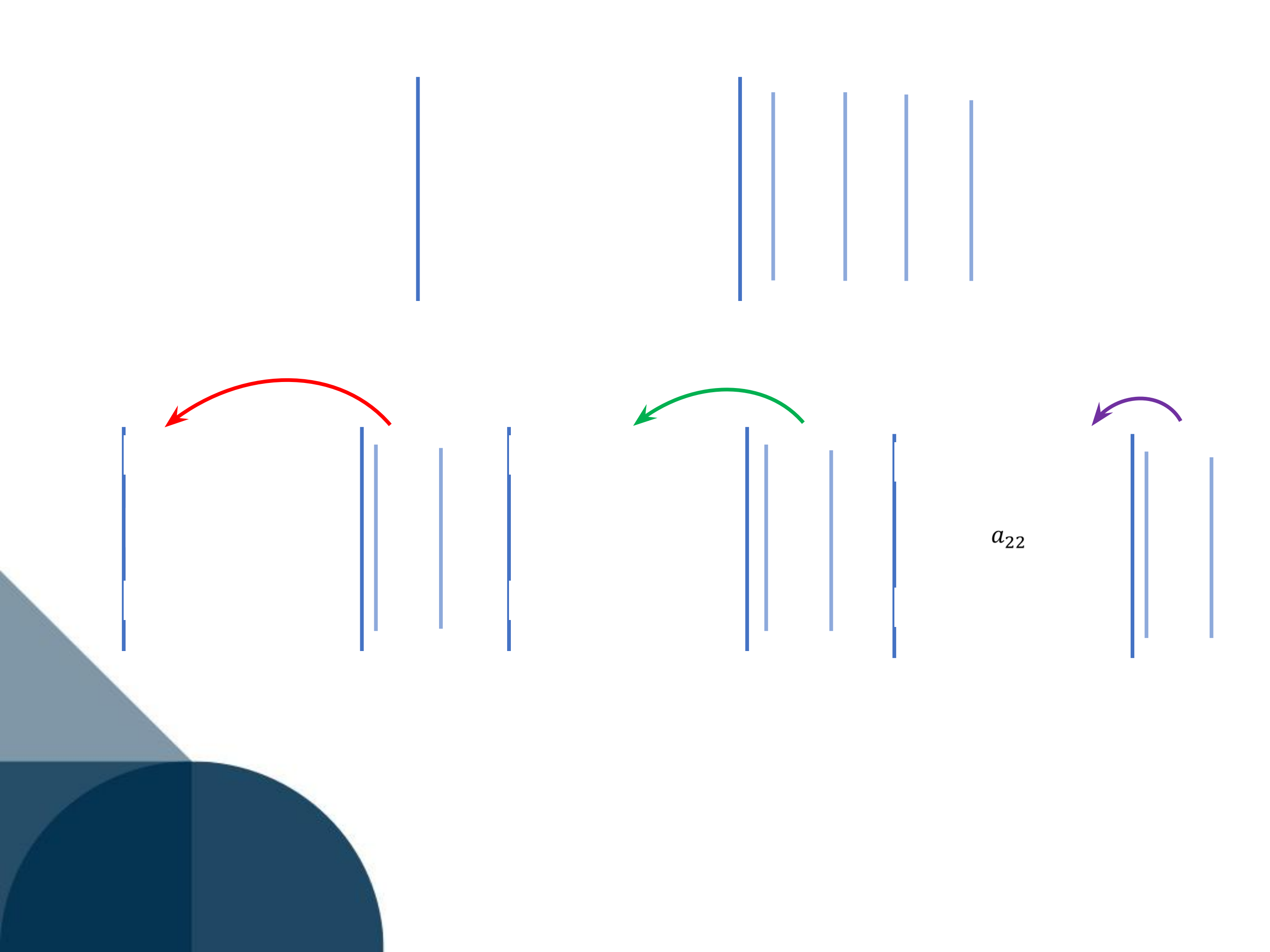


MATRICES

---

# Regla de Cramer

Conoceremos un método para la resolución de sistemas haciendo uso de las propiedades del determinante



# Ejercicio

Resolvamos el siguiente Sistema utilizando la regla de Cramer

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 \\ 7 \\ 18 \end{vmatrix}$$