

1	2	3	4	Calificación

Apellido y Nombre:

No. de libreta:

Carrera:

## Álgebra I

Examen final - 20/07/2022

1. Sean  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$  y  $B = \{a, b, c, d, e\}$ . Calcular cuántas funciones  $f : A \rightarrow B$  verifican simultáneamente:

- hay exactamente 3 elementos  $m \in A$  tales que  $f(m) = a$ ,
- hay exactamente 2 elementos  $n \in A$  tales que  $f(n) = b$ .

2. Sea  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la sucesión definida recursivamente por

$$\begin{aligned} a_1 &= 10, \\ a_2 &= 30, \\ a_n &= 2^n a_{n-1} + 5^n a_{n-2} \quad \text{si } n \geq 3. \end{aligned}$$

Probar que  $(100 : a_n) = 10$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ .

3. Para cada  $k \in \mathbb{N}$ , hallar el resto de

$$2^{3^{k!}}$$

en la división por 23.

4. Factorizar en  $\mathbb{Q}[X]$ ,  $\mathbb{R}[X]$  y  $\mathbb{C}[X]$  el polinomio

$$X^6 - 6X^5 + 14X^4 - 8X^3 - 14X^2 + 10X + 7$$

sabiendo que tiene dos raíces cuya suma es 1 y cuyo producto es  $-1$ , que además son múltiples.

*Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen.*

*Justifique todas sus respuestas.*