Ejercicios

I. Para cada una de las siguientes ecuaciones, determinar en cada caso, si es posible, el o los valores que debe tomar la variable x para que sean verdaderas:

1. $2x + 1 = 5$
2. $-5x - 2 = 3$
3. $6x + 2 = x$
4. $6(x + 2) - 5(x - 4) = 2(x + 6)$
5. $-2(x - 3(5x - 4)) = 7(x - 4)$
6. $\frac{x}{6} + 2 = 2$
7. $\frac{x}{7} - 1 = 8$
8. $\frac{11x}{6} - \frac{5}{6} = 1$
9. $\frac{5x}{3} + \frac{x}{4} = -0.5$
10. $x(\frac{1}{2} + 3) - 2(\frac{x+2}{5}) = 8x + 6$
11. $-5(\frac{x-2}{5}) + 8(\frac{x-8}{7}) = \frac{x+2}{5}$
12. $x^2 = 4$
13. $x^2 = -1$
14. $(x + 1)(x - 2) = 3$
15. $x^2 + 2x = 5x + 10$
16. $x(x + 1) - 6x + \frac{2}{3} = x$

II. Sea $f(x)$ la función definida por:

$$f(x) = 2x^2 - x - 6$$

1. Determinar los valores de:

   a) $f(0)$ b) $f(3)$ c) $f(-1)$ d) $f(0.5)$ e) $f(-\frac{1}{2})$ f) $f(\sqrt{2})$

2. ¿Para qué valores de x se cumple que $f(x) = 0$? ¿Y para $f(x) = -5$?
3. Teniendo en cuenta lo calculado previamente, dar un gráfico de la función indicando sus raíces.

   Consejo: Para obtener un mejor gráfico, puede ser útil calcular algunos valores más de la función. Por ejemplo, $f(\frac{1}{4}) = -\frac{49}{8}$ nos da el punto
   $(\frac{1}{4}, -\frac{49}{8})$, que es el vértice de la parábola que grafica $f(x)$.

III. Para cada una de las siguientes funciones, dar sus raíces, si es que existen.

a) $f_1(x) = x^2 - 2$

b) $f_2(x) = x^2 - 4x + 2$

c) $f_3(x) = 3x^2 - 30x + 48$

d) $f_4(x) = \frac{3}{2}(x^2 - 2x - 15)$

e) $f_5(x) = \frac{3x^2}{2} + x$

f) $f_6(x) = (x+5)(x-2) \cdot (-\frac{2}{5})$

g) $f_7(x) = x^2 + 1$

h) $f_8(x) = -x^2 + 1$

i) $f_9(x) = -x^2 - x - 5$

j) $f_{10}(x) = x(x+5)$

Consejo: Dada una función de la forma $ax^2 + bx + c$, definimos:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

A este número lo llamamos *discriminante*, y lo denotamos con la letra griega delta mayúscula (Δ). Nos ayuda a determinar si existen raíces reales o no, tal que:

- Si $\Delta > 0$, entonces existen exactamente 2 raíces reales.
- Si $\Delta = 0$, entonces existe exactamente 1 raíz real.
- Si $\Delta < 0$, entonces no existen soluciones reales.

IV. Sea $g(x)$ la función definida por

$$g(x) = x^4 - \frac{5x^3}{6} - \frac{31x^2}{2} - \frac{74x}{3} - 10$$

Sabiendo que

$$(x^2 - 3x - 10) \cdot (x^2 + \frac{13}{6}x + 1) = x^4 - \frac{5x^3}{6} - \frac{31x^2}{2} - \frac{74x}{3} - 10.$$

¿Cuáles son las raíces de $g(x)$?

Respuestas

I.

1. $x = 2$
2. $x = -1$
3. $x = -\frac{2}{5}$
4. $x = 20$
5. $x = -\frac{4}{21}$
6. $x = 0$
7. $x = 63$
8. $x = 1$
9. $x = -\frac{6}{23}$
10. $x = -\frac{68}{49}$
11. $x = -132$
12. $x = \pm 2$
13. No hay soluciones reales.
14. $\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 3 \end{cases}$
15. $\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 5 \end{cases}$
16. $\begin{cases} x_1 = 3 + 5\sqrt{3} \\ x_2 = 3 - 5\sqrt{3} \end{cases}$

II.

1. a) $f(0) = -6$
   b) $f(3) = 9$
   c) $f(-1) = -3$
   d) $f(0.5) = -6$
   e) $f(-\frac{1}{2}) = -5$
   f) $f(\sqrt{2}) = -2 - \sqrt{2}$
2. Las raíces de $f(x)$ son $\begin{cases} x_1 = -\frac{3}{2} \\ x_2 = 2 \end{cases}$

   Los valores para los cuales $f(x) = -5$ son $\begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2} \\ x_2 = 1 \end{cases}$

III.

a) $\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x_1 = -\sqrt{2} \\ x_2 = \sqrt{2} \end{cases}$

c) $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 5 \end{cases}$

e) $x = -\frac{2}{3}$

f) $\begin{cases} x_1 = -5 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

g) No hay raíces reales.

h) $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

i) No hay raíces reales.

j) $x = -5$

IV. Las raíces de $g(x)$ son $\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -\frac{3}{2} \\ x_3 = -\frac{2}{3} \\ x_4 = 5 \end{cases}$