

Taller 1. Fecha de Entrega: marzo 4, 2024.

Para ser **trabajada y entregada en grupos de máximo dos personas.**

Profesor Complementario: Joan Robles, joan.robles@quantil.com.co.

En los siguientes puntos suponga infinita liquidez y divisibilidad, cero costos de transacción, y cero límites para vender en corto, a menos que se indique lo contrario.

***Entregable:** Un documento **ejecutivo** (es decir, muy resumido y eficientemente escrito, que incluya todo lo que se pide). Incluir y resaltar las suposiciones y simplificaciones que haga. En algunos casos el profesor podrá pedir la fuente de los resultados, así que se sugiere tener los modelos y programas usados a la mano.*

1. Riesgo de un Bono: Exposición a Tasas de Interés

Usted es el gestor del fondo de inversión EL RETIRO, que solo invierte en cuentas de ahorro. Para diversificar su portafolio, está considerando invertir USD\$35 millones en un bono que se emitirá mañana con plazo de 10 años y un cupón fijo anual (desconocido) de $C\%$. Así, al final de cada año el cupón pagado es igual al nocional multiplicado por $C\%$. El cupón se determinará con las condiciones actuales del mercado.

En adición, su área de riesgos sugiere analizar el posible impacto de este bono en el valor del portafolio, considerando que su contabilidad está expuesta a movimientos del mercado. Por lo tanto, le piden cuantificar la distribución del valor del bono en un año.

El bono tiene las siguientes características:

- Fecha Inicio: febrero 7, 2024.
- Fecha Vencimiento: febrero 7, 2034.
- Emisor: empresa minera LA VETA. Se supone libre de riesgo crediticio.
- Denominación: USD.
- Nocional: $P = \text{USD}\$35,000,000$.
- Tasa Fija: $C\%$. Frecuencia anual, NL/365, pagadero al final de cada año (cada febrero 7 comenzando en febrero 7, 2025): es decir, el pago al final de cada año es $C\% \times P$. En adición, se paga P al vencimiento del bono.

Su trabajo es determinar la tasa C que resultará de la subasta, y estimar las posibles variaciones en su precio desde hoy hasta un año adelante. El mercado base para la valoración del bono es el de deuda pública de Estados Unidos (“bonos del tesoro”). Siga los siguientes pasos.

1. Construya una curva forward instantánea constante a trozos a partir de las tasas de mercado en febrero 7.
 - a. Tome datos del mercado de swaps para la fecha de valoración (febrero 7, 2024). Tomar los siguientes datos de “Market Yield on US Treasury Securities at X Constant Maturity”, variando X : 3M, 6M, 1Y, 2Y, 3Y, 5Y, 7Y, 10Y. Si tiene acceso, puede usar Bloomberg; también puede consultar en fuentes alternas (por ejemplo, <https://fred.stlouisfed.org/>, aunque debe lidiar con posibles huecos en las series).
 - b. Considere la calibración de una curva forward constante a trozos. Defina los nodos en 3M, 1Y, 2Y, 3Y, 5Y, 7Y y 10Y. Las tasas forward para los plazos entre cada intervalo ($[0,3M]$, $(3M, 1Y]$, etc.) son constantes. Estos son los parámetros de la curva ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_7$). Calibre su

curva al mercado observado: escoja los parámetros que minimicen el error entre la curva y los instrumentos observados. Esto requiere primero tener un método de valoración de los instrumentos a partir de la curva, y segundo tener un método de minimización de un error agregado (por ejemplo, la suma de errores cuadrados).

- “Valoración” de un bono del Tesoro de Estados Unidos. Un bono a T años con una tasa R paga el nominal de USD \$100 cuando madura, y paga cupones semestralmente, con conteo ACT/360. Es decir, para un nominal de \$100 y una tasa de $R\%$, cada semestre se paga $\$100 \times R\% \times \text{ACT}/360$, donde ACT es el número de días en el periodo del cupón (que finaliza con cada pago semestral). Dado que estamos hablando del mercado de “Constant Maturity” (representados por bonos “on-the-run”), el precio de estos bonos debe ser USD \$100.

NOTA 1: Para el bono de 3 meses (“T-bills”) suponga que el cupón se paga con la madurez del bono, usando la misma fórmula, pero con un periodo trimestral en vez de semestral.

NOTA 2: Para poder encontrar el error de valoración de un instrumento dado para una curva forward dada, necesita poder calcular valores presentes. Para una curva forward $f(t)$, el factor de descuento a un plazo T es $e^{-\int_0^T f(t)dt}$.

2. Calcule C (es el cupón que hace que el bono valore a par, o sea que tenga un valor inicial igual al nominal).
3. Con la metodología del punto 1, construya una serie de tiempo de curvas (intentar tener una ventana histórica de al menos un año). Escoja la frecuencia de observación (diaria o semanal). De aquí, construya la matriz X de **cambios** en los parámetros α de las curvas históricas. X tiene T filas (número de días históricos) por 7 columnas (una por cada parámetro de la curva).
4. COMPONENTES. Calcule Σ , la matriz de varianza-covarianza de X . Encuentre los valores propios y vectores propios de Σ . Llame A la matriz cuyas columnas son los vectores propios, ordenados según los valores propios (de mayor a menor). Defina B tomando la matriz A y multiplicando cada columna por la raíz del valor propio correspondiente. Llamaremos las columnas de B los “componentes” de la curva. Grafique estos componentes (cambio en tasa vs. plazo). Defina $Y=XA$ como los “loadings” no escalados. Finalmente, defina W (“loadings” escalados) tomando la matriz Y , y **dividiendo** cada columna por la raíz del valor propio correspondiente. Luego $WB^T=X$ (convéngase de esto; recuerde que $A^T A=I$). W se puede interpretar como el cambio histórico de cada componente.
5. Reduzca la dimensionalidad: escoja los primeros n componentes que expliquen el 90% de la variabilidad de su sistema (la “explicación” de la varianza está dada por la contribución del valor propio a la suma de los valores propios). Considere las primeras n columnas de W ; para cada una, ajuste un modelo ARMA (escoja los rezagos del AR y del MA).
6. Respetando la frecuencia de sus datos (diaria o semanal), simule 1,000 caminos de los n componentes hasta un horizonte de un año. Es decir, para cada simulación produzca una matriz S de $T \times n$, donde T es el número de periodos a simular en el futuro. El elemento S_{ij} representa el cambio del componente j en el periodo i . Reconstruya la curva forward: a partir de la curva inicial f_0 , para el primer periodo se calcula la curva $f_1 = f_0 + \Delta f$, donde Δf es el cambio simulado: $S_{11} \times \mathbf{b}_1 + S_{12} \times \mathbf{b}_2 + \dots + S_{1n} \times \mathbf{b}_n$ (\mathbf{b}_k es el k -ésimo componente; es decir, la k -ésima columna de B). Repitiendo periodo a periodo para una simulación, se obtiene una curva simulada en un año. Así, iterando, se llega a 1,000 curvas simuladas en un año.
7. Valore el bono en un año, con cada curva simulada, y exhiba el histograma del **cambio** en su valor.
NOTA 1: en un año pagan un cupón. Incluya en su análisis ese cupón, suponiendo que realiza la valoración un segundo antes de su pago. Esto garantiza la comparabilidad entre el valor del bono hoy y el calculado en un año.