Entrega 7

Subgrupo 4:
Juan Manuel Sánchez Arrua,
Jaime Sánchez-Carralero Morato,
Óscar Marzal Bardón,
Joan Andrés Mercado Tandazo

UAM - ELECTRODINÁMICA CLÁSICA

Ejercicio 3

Un electrón entra con velocidad no relativista $\vec{v}$ en una región del espacio donde hay un campo magnético uniforme y constante, $\vec{B}$, perpendicular a dicha velocidad. Al mismo tiempo que rota, la partícula radia y al perder energía sigue una trayectoria espiral. Asumiendo que cada revolución del electrón es esencialmente circular,

i) calcular la potencia radiada;

ii) obtener la variación de la energía cinética de la partícula, expresándola en función del tiempo de relajación τ_{rel} (aquel en el que su energía se reduce por un factor $1/e$);

iii) calcular τ_{rel} para dos valores del campo magnético, 1 T y 25 μT, y justificar que la asunción de órbitas aproximadamente circulares es adecuada en ambos casos.

Resolución:

i) Como $v \ll c$ se emplea la expresión de la potencia radiada de Larmor, i.e:

$$P_{\text{rad}} = \frac{q^2 a^2}{6\pi c^3} \tag{1}$$

Como se indica que se asuma que la trayectoria es circular durante cada revolución, se tiene:

$$F = q\frac{v}{c}B \;\Rightarrow\; a_c = \frac{qvB}{mc} \tag{2}$$

Donde a_c es la aceleración centrípeta, q la carga del electrón y m su masa. Por tanto sustitiyendo en (1) se tiene:

$$P_{\text{rad}} = \frac{q^4 v^2 B^3}{6\pi c^5 m^2} \tag{3}$$

Como:

$$P_{\text{rad}} = -\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_{\text{kin}}}{\mathrm{d}t} = \frac{q^4 B^2}{3\pi c^5 m^3}\mathcal{E}_{\text{kin}} \tag{4}$$

Donde se ha empleado la expresión de la energía cinética $\mathcal{E}_{\text{kin}}$ para sustituir el módulo de la velocidad v^2. Resolvemos la EDO y encontramos el *tiempo de relajación* τ_{rel}:

$$\tau_{\text{rel}} = \frac{3\pi c^5 m^3}{q^4 B^2} \tag{5}$$

$$\int_{\mathcal{E}_{\text{kin}}(0)}^{\mathcal{E}_{\text{kin}}(t)} \frac{\mathrm{d}\mathcal{E}'_{\text{kin}}}{\mathcal{E}'_{\text{kin}}} = \int_0^t \frac{\mathrm{d}t'}{\tau_{\text{rel}}} \;\Rightarrow\; \mathcal{E}_{\text{kin}}(t) = \mathcal{E}_{\text{kin}}(0) e^{-t/\tau_{\text{rel}}} \tag{6}$$

ii)