Problemas de probabilidad

1. Una encuesta sobre los mejores destinos turísticos asiáticos mostró que, de 70 personas, 23 ubicaron a Singapur en primer lugar, mientras que 15 colocaron a Hong Kong en primer lugar, 11 colocaron a Shanghai en primer lugar, 7 colocaron a Beijing en primer lugar y el resto eligió Tokio. Sobre la base de estos datos, calcule lo siguiente.

   70 personas:

   - Singapur: 23
   - Hong Kong: 15
   - Shanghai: 11
   - Beijing: 7
   - Tokio: 14

a. La probabilidad de que el destino preferido sea una ciudad de China. (En este caso específico, Hong Kong no se considera parte de China).

```
singapur = 23
hong_kong = 15
shanghai = 11
beijing = 7
tokio = 14

china = singapur + shanghai + beijing
china / (china + tokio + hong_kong)
```

```
## 0.5857142857142857
```

b. La probabilidad de que el destino preferido no sea una ciudad china. (En este caso, Hong Kong se considera una ciudad china, incluso si está fuera de China).

```
(china + hong_kong) / (china + hong_kong + tokio)
```

```
## 0.8
```

c. La probabilidad de que el destino preferido sea Tokio.

```
tokio / (china + hong_kong)
```

```
## 0.25
```

d. La probabilidad de que el destino preferido no sea Singapur.

```
(hong_kong + shanghai + beijing + tokio) / (china + hong_kong + tokio)
```

```
## 0.6714285714285714
```

2. Una compañía de seguros estimó que el 30% de todos los accidentes automovilísticos fueron causados en parte por las condiciones climáticas y que el 20% de todos los accidentes automovilísticos involucraron lesiones corporales. Además, de los accidentes que involucraron lesiones corporales, el 40% fueron causados en parte por las condiciones climáticas.

   Definimos los sucesos:

   - AC : accidente causados por condiciones climáticas
   - AL : accidentes con lesiones corporales

   ¿Qué conocemos?

$P(AC) = 0.3$	$P(AL) = 0.2$	$P(AC \mid AL) = 0.4$
$P(\overline{AC}) = 0.7$	$P(\overline{AL}) = 0.8$	$P(\overline{AC} \mid AL) = 0.6$

a. ¿Cuál es la probabilidad de que un accidente elegido al azar haya sido causado en parte por las condiciones climáticas y haya involucrado lesiones corporales?

$$P(AL \mid AC) = \frac{P(AC \cap AL)}{P(AC)} P(AC \cap AL) = P(AL \mid AC) * P(AC) = P(AC \mid AL) * P(AL)$$

```
0.4 * 0.2
```

```
## 0.08000000000000002
```

b. ¿Son los eventos "causados en parte por las condiciones climáticas" y las "lesiones corporales involucradas" independientes?

   - *"Diremos que los sucesos A y B son independientes si* $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$*"*
     - $P(AC \cap AL) = 0.4$
     - $P(AC) * P(AL) = 0.2 * 0.3 = 0.6$
   - No son independientes.

c. Si un accidente elegido al azar fue causado en parte por las condiciones climáticas, ¿cuál es la probabilidad de que haya involucrado lesiones corporales?

$$P(AL \mid AC) = \frac{P(AC \cap AL)}{P(AC)}$$

```
0.08 / 0.3
```

```
## 0.26666666666666666
```

d. ¿Cuál es la probabilidad de que un accidente elegido al azar no haya sido causado en parte por las condiciones climáticas y no haya involucrado lesiones corporales?

$$P(\overline{AL} \cap \overline{AC}) = 1 - P(AL \cup AC) P(\overline{AL} \cap \overline{AC}) = 1 - (P(AL) + P(AC) - P(AL \cap AC))$$

```r
1 - (0.2 + 0.3 - 0.08)
```

```
## 0.5800000000000001
```

3. Staff, Inc., una empresa de consultoría de gestión, está encuestando al personal de Acme Ltd. Determina que el 35% de los analistas tienen un MBA y que el 40% de todos los analistas tienen más de 35 años. Además, de los que tienen un MBA, el 30% tiene más de 35 años.

Sucesos:

- MBA : analistas tienen un mba
- O35 : más de 35 años

¿Qué sabemos?

$P(MBA) = 0.35$	$P(O35) = 0.4$	$P(O35 \mid MBA) = 0.3$
$P(\overline{MBA}) = 0.65$	$P(\overline{O35}) = 0.6$	$P(\overline{O35} \mid MBA) = 0.7$

a. ¿Cuál es la probabilidad de que un analista elegido al azar tenga un MBA y también sea mayor de 35 años?

$$P(O35 \mid MBA) = \frac{P(MBA \cap O35)}{P(MBA)} P(MBA \cap O35) = 0.3 * 0.35 = 0.105$$

b. ¿Cuál es la probabilidad de que un analista mayor de 35 años elegido al azar tenga un MBA?

$$P(MBA \mid O35) = \frac{P(O35 \cap MBA)}{P(O35)} = \frac{0.105}{0.4} = 0.2625$$

c. ¿Cuál es la probabilidad de que un analista elegido al azar tenga un MBA o sea mayor de 35 años?

$$P(MBA \cup O35) = P(MBA) + P(O35) - P(MBA \cap 035) = 0.35 + 0.4 - 0.105 = 0.645$$

d. ¿Cuál es la probabilidad de que un analista elegido al azar que tenga más de 35 años no tenga un MBA?

$$P(\overline{MBA} \cup O35) = 1 - P(MBA \mid O35) = 1 - 0.2625 = 0.7375$$

e. ¿Son los eventos MBA y mayores de 35 años independientes?

$P(MBA \cap O35) = P(MBA) * P(O35) \rightarrow 0.105 = 0.35 * 0.4 = 0.14$

No son independientes.

f. ¿Son los eventos MBA y mayores de 35 años mutuamente excluyentes?

No, dado que tenemos un valor para $P(MBA \cap O35) = 0.105$.

4. Se selecciona un jurado de 8 miembros de un panel compuesto por 8 hombres y 8 mujeres.

a. ¿Cuántas selecciones de jurados diferentes son posibles?

$$N = C_x^n = C_8^{16} == \frac{n!}{x! * (n-x)!} = \frac{16!}{8! * (16-8)!}$$

```
import math

posibilidades = math.factorial(16) / (math.factorial(8) * math.factorial(8))
posibilidades
```

```
## 12870.0
```

b. Si la elección se hace al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la mayoría de los miembros del jurado sean hombres?

```
# 5 hombres y 3 mujeres
case1 = (
  # 5 men
  math.factorial(8) / (math.factorial(5) * math.factorial(8 - 5)) *
  # 3 women
  math.factorial(8) / (math.factorial(3) * math.factorial(8 - 3))
)

# 6 hombres y 2 mujeres
case2 = (
  # 6 men
  math.factorial(8) / (math.factorial(6) * math.factorial(8 - 6)) *
  # 2 women
  math.factorial(8) / (math.factorial(2) * math.factorial(8 - 2))
)

# 7 hombres y 1 mujer
case3 = (
  # 7 men
  math.factorial(8) / (math.factorial(7) * math.factorial(8 - 7)) *
  # 1 women
  math.factorial(8) / (math.factorial(1) * math.factorial(8 - 1))
)
# 8 hombres
case4 = (
  # 8 men
  math.factorial(8) / (math.factorial(8) * math.factorial(8 - 8)) *
  # 0 women
  math.factorial(8) / (math.factorial(0) * math.factorial(8 - 0))
)

(case1 + case2 + case3 + case4) / posibilidades
```

```
## 0.30963480963480966
```

5. Las suscripciones a una revista en particular se clasifican como regalo, renovación previa, correo directo y servicio de suscripción. En enero, el 8% de las suscripciones que vencen fueron regalos; 41%, renovación previa; 6%, correo directo; y el 45%, servicio de suscripción. Los porcentajes de renovaciones en estas cuatro categorías fueron 81%, 79%, 60% y 21%, respectivamente. En febrero del mismo año, el 10% de las suscripciones vencidas fueron obsequios; 57%, renovación previa; 24%, correo directo; y 9%, servicio de suscripción. Los porcentajes de renovaciones fueron 80%, 76%, 51% y 14%, respectivamente. 1

   Sucesos:

   - RE: "regalo"
   - RP: "renovación previa"
   - CD: "correo directo"
   - SS: "servicio de suscripción"
   - R: "renovación de la suscripción"

a. Encuentre la probabilidad de que se renueve una suscripción elegida al azar que vence en enero.

ENERO

$$P(RE) = 0.08$$
$$P(RP) = 0.41$$
$$P(CD) = 0.06$$
$$P(SS) = 0.45$$
$$P(R \mid RE) = 0.81$$
$$P(R \mid RP) = 0.79$$
$$P(R \mid CD) = 0.6$$
$$P(R \mid SS) = 0.21$$

La suma de todas las probabilidades para todos los tipos de subscripciones:

$$P(R) = P(R \cap RE) + P(R \cap RP) + P(R \cap CD) + P(R \cap SS) =$$

$$P(R \mid RE) * P(RE) + P(R \mid RP) * P(RP) + P(R \mid CD) * P(CD) + P(R \mid SS) * P(SS) = 0.5192$$

```
0.08*0.81 + 0.41*0.79 + 0.06*0.6 + 0.45*0.21
```

```
## 0.5192
```

b. Encuentre la probabilidad de que se renueve una suscripción elegida al azar que vence en febrero.

FEBRERO

$$P(RE) = 0.1$$
$$P(RP) = 0.57$$
$$P(CD) = 0.24$$
$$P(SS) = 0.09$$
$$P(R \mid RE) = 0.8$$
$$P(R \mid RP) = 0.76$$
$$P(R \mid CD) = 0.51$$
$$P(R \mid SS) = 0.14$$

```
0.1*0.8 + 0.57*0.76 + 0.24*0.51 + 0.09*0.14
```

```
## 0.6481999999999999
```

c. Verifique que la probabilidad del apartado b) sea mayor que la del apartado a). Si el editor de la revista tiene un presupuesto para invertir en publicidad de la revista, ¿dónde crees que es mejor que invierta, en enero o en febrero?

Creo que lo mejor es invertir en enero para potenciar los resultados en febrero, donde ya tenemos una mayor probabilidad de renovación.

6. Usted es responsable de detectar el origen del error cuando falla un sistema informático. A partir de su análisis, sabe que la fuente del error puede ser la unidad de disco, la memoria de la computadora o el sistema operativo. Sabe que el 50% de los errores son errores de la unidad de disco, el 30% son errores de memoria de la computadora y el resto son errores del sistema operativo. Según los estándares de rendimiento de los componentes, sabe que cuando ocurre un error en la unidad de disco, la probabilidad de falla es 0.60, cuando ocurre un error de memoria de la computadora, la probabilidad de falla es 0.7 y cuando ocurre un error del sistema operativo, la probabilidad de falla es 0.3. Dada la información de los estándares de rendimiento de los componentes, ¿cuál es la probabilidad de que se produzca un error en la unidad de disco, dado que ocurrió una falla?

Sucesos:

- D: disco
- M: memoria
- S: sistema operativo
- F: computadora ha fallado

¿Qué sabemos?

$$P(D) = 0.5$$
$$P(M) = 0.3$$
$$P(S) = 0.2$$
$$P(F \mid D) = 0.6$$
$$P(F \mid M) = 0.7$$
$$P(F \mid S) = 0.3$$

$$P(D \mid F) = \frac{P(F \cap D)}{P(F)} = \frac{P(F \cap D)}{P(F \cap D) + P(F \cap M) + P(F \cap S)} =$$

$$\frac{P(F \mid D) * P(D)}{P(F \mid D) * P(D) + P(F \mid M) * P(M) + P(F \mid S) * P(S)} = 0.526$$

```
round((0.6 * 0.5)/((0.5 * 0.6) + (0.3 * 0.7) + (0.2 * 0.3)), 3)
```

```
## 0.526
```